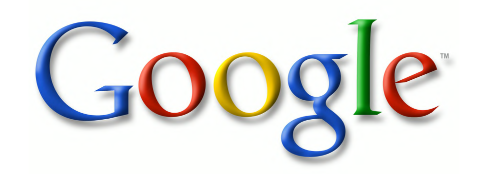
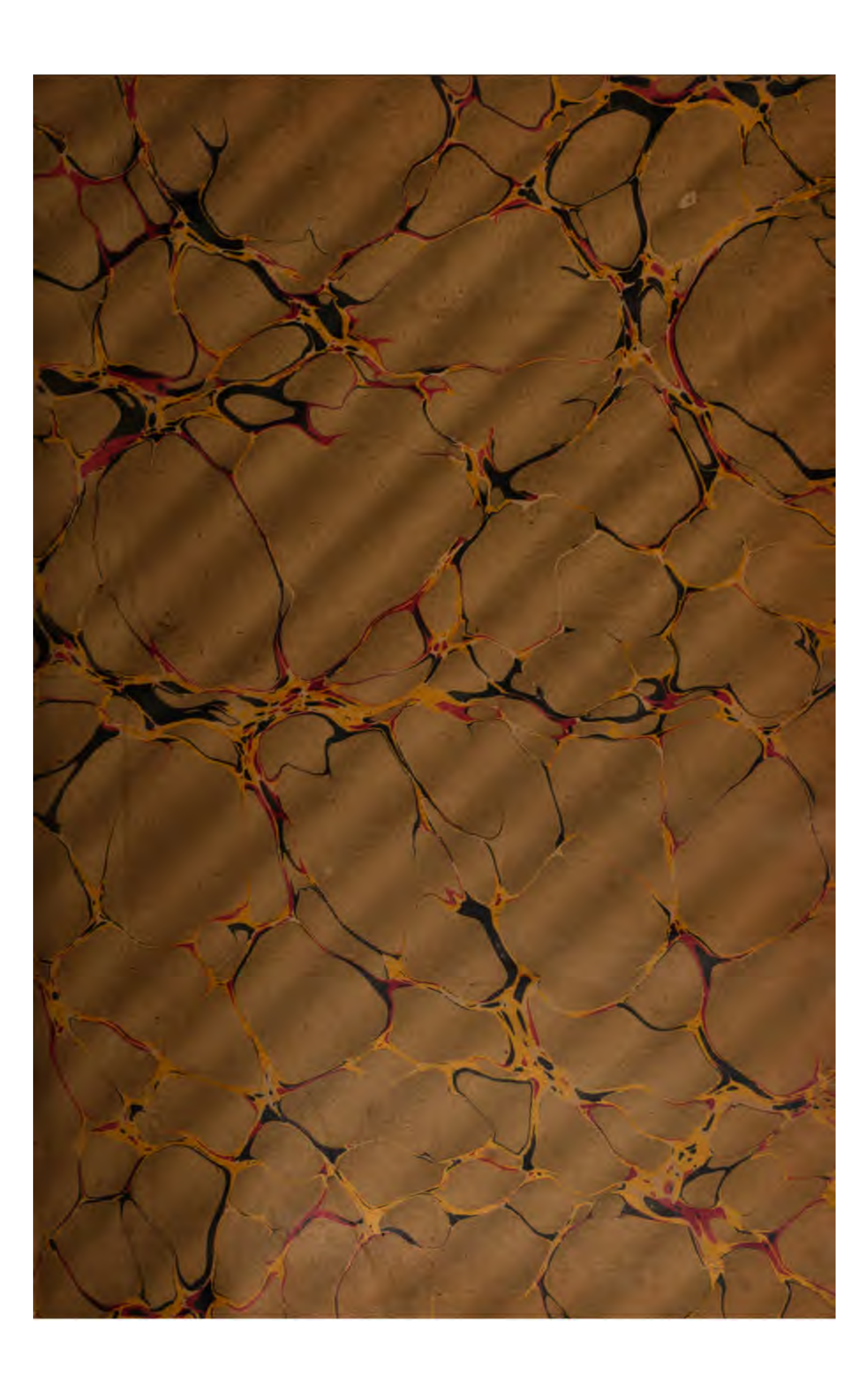





1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES

SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

MÉMOIRES

DE LA SOCIÉTÉ

DES SCIENCES

PHYSIQUES ET NATURELLES

DE BORDEAUX

3e Série

TOME V

PARIS

GAUTHIER-VILLARS

IMPRIMEUR-LIBRAIRE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES, SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55.

A BORDEAUX

CHEZ FERET, LIBRAIRE

15, cours de l'Intendance, 15

1890


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE





MM. CAGNIEUL, ancien préparateur à la Faculté des Sciences.
CARLES, agrégé à la Faculté de Médecine.
CARMIGNAC-DESCOMBES, ingénieur des Manufactures de l'État à Nantes.
CARON, professeur de Mathématiques au Lycée en retraite.
CHADU, professeur de Mathématiques au Lycée.
CHAVANNAZ, licencié ès sciences, étudiant en médecine.
CHENEVIER, chimiste au Chemin de fer du Midi.
CHEVASTELON, préparateur de Chimie à la Faculté des Sciences.
COLOT, licencié ès sciences, professeur de Mathématiques.
COUPERIE, président de la Société d'Agriculture.
CROISIER, ✻, capitaine en retraite.
DELMAS, ✻, docteur en médecine, direct. de l'hydrothérapie des Hôpitaux.
DENIGÈS, professeur à la Faculté de Médecine.
DOUBLET, aide-astronome.
DROGUET, ✻, directeur des postes et télégraphes, en retraite
DUBOURG, chimiste à la Douane.
DUPUY, professeur de Mathématiques au Lycée.
DURÈGNE, sous-ingénieur au Télégraphe.
ELGOYHEN, élève à la Faculté des Sciences.
ELLIE, ingénieur civil.
FALLOT, professeur à la Faculté des Sciences.
FIGUIER, ✻, professeur à la Faculté de Médecine.
FOUGEROUX, percepteur des Contributions directes.
*FOURNET, 🙗 A., ancien fabricant de produits chimiques.
GADEN, négociant.
GAULNE (DE), propriétaire.
*GAYON, ✻, professeur de Chimie à la Faculté des Sciences, chimiste en chef à la Douane.
GENDRON, électricien.
GLOTIN, négociant.
GOULIN, professeur au Lycée Saint-Louis, Paris.
GUESTIER (Daniel), négociant.
GUILLAUD, professeur à la Faculté de Médecine.
GYOUX, docteur en médecine.
HAUTREUX, ✻, lieutenant de vaisseau, directeur des mouvements du port en retraite.
JOANNIS, professeur à la Faculté des Sciences.
JOLYET, professeur à la Faculté de Médecine.
JOUET, propriétaire.
KOWALSKI, professeur de Mathématiques.
KÜNSTLER, professeur adjoint à la Faculté des Sciences.
LABAT, ✻, ingénieur de constructions maritimes.
LACROIX, professeur de Mathématiques au Lycée.
LAGACHE, ingénieur des Arts et Manufactures.
LAGRANDVAL (DE), ✻, professeur de Mathématiques spéciales au Lycée, maître de conférences à la Faculté des Sciences.
LANDE, ✻, agrégé à la Faculté de Médecine, médecin adjoint des hôpitaux.

MM. LAVAL, professeur de Physique et de Chimie aux Écoles communales.
LAVERGNE (comte DE), ※, propriétaire.
LE HOUCHU, ingénieur hydrographe.
*LESPIAULT, ※, doyen de la Faculté des Sciences.
MERGET, ※, professeur honoraire à la Faculté de Médecine.
MESTRE, pharmacien-chimiste.
MICÉ, ※, recteur de l'Académie de Clermont.
MILLARDET, ※, professeur de Botanique à la Faculté des Sciences.
MORISOT, professeur à la Faculté des Sciences.
PÉREZ, professeur de Zoologie à la Faculté des Sciences.
PETIT, docteur ès Sciences naturelles.
PICART, aide-astronome à l'Observatoire.
PIÉCHAUD, agrégé à la Faculté Médecine.
PIONCHON, professeur à la Faculté des Sciences.
PRAT, chimiste.
RAGAIN, licencié ès sciences, professeur de dessin graphique.
RAYET (G.), ※, professeur d'Astronomie physique à la Faculté des Sciences, directeur de l'Observatoire de Bordeaux.
ROCH, chimiste.
RODIER, maître de Conférences à la Faculté des Sciences.
ROUX, préparateur à la Faculté de Médecine.
ROZIER, professeur de Sciences.
SAUVAGEAU, professeur en congé, à Paris.
SELLERON, ※, ingénieur des constructions navales, à Paris.
SOULÉ, ※, officier supérieur du génie en retraite.
SOUS, docteur en médecine, oculiste.
*TANNERY (P.), ingénieur des Manufactures de l'État, à Bordeaux.
TURPAIN, licencié ès sciences, étudiant.
TRENQUELÉON (DE BATZ DE), professeur de Mathématiques au Lycée.
VERGELY, ※, professeur à la Faculté de Médecine.
VIARD, professeur au Lycée.
VIAULT, professeur à la Faculté de Médecine.
VOLONTAT (DE), ingénieur des Ponts et Chaussées

Membres honoraires.

MM. BATTAGLINI (G.), professeur à l'Université de Rome, rédacteur du *Giornale di Matematiche*.
BONCOMPAGNI (le prince D. Balthazar), à Rome.
DARBOUX (G.), ※, membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris.
DE TILLY, major d'Artillerie, directeur de l'arsenal d'Anvers.
FORTI (Angelo), ancien profess. de Mathématiques au Lycée Royal de Pise.
FRENET, ※, professeur honoraire à la Faculté des Sciences de Lyon, à Périgueux.
KOWALSKI, directeur de l'Observatoire de l'Université impériale de Kazan (Russie).

MM. LINDER, O. ✻, inspecteur général des Mines, à Paris.
RUBINI (R.), professeur à l'Université Royale de Naples.
WEYR (Em.), professeur à l'Université Impériale de Vienne.

Membres correspondants.

MM. ANDREEFF, professeur à l'Université de Kharkof.
ARDISSONE, professeur de Botanique à l'École Royale d'Agriculture de Milan.
ARIÈS, capitaine du Génie.
BJERKNES, professeur à l'Université de Christiania.
CURTZE (Max.), professeur au Gymnase de Thorn.
DILLNER (G.), professeur à l'Université d'Upsal.
ÉLIE, professeur au collège d'Abbeville.
ERNST (A.), professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Caracas.
GARBIGLIETTI, docteur en médecine, à Turin.
GAUTHIER-VILLARS, O. ✻, ancien élève de l'École Polytechnique, libraire éditeur, à Paris.
GOMES TEIXEIRA (F.), professeur à l'Université de Coimbre.
GRAINDORGE, professeur à l'École des Mines, à Liège.
GÜNTHER (Dr. Sig.) professeur au Gymnase d'Ansbach.
HAILLECOURT, inspecteur d'Académie en retraite, à Périgueux.
HAYDEN, géologue du Gouvernement des États-Unis.
IMCHENETSKY, membre de l'Académie Impériale de Saint-Pétersbourg.
LAISANT, ✻, ancien officier du Génie, député de la Loire-Inférieure.
MUELLER (baron Ferd. von), membre de la Société Royale de Londres, directeur du Jardin Botanique de Melbourne (Australie).
PEAUCELLIER, O. ✻, général du génie.
PICART, professeur de Botanique en retraite, à Marmande (Lot-et-Garonne).
PONSOT (Mme), propriétaire aux Annereaux, près Libourne.
ROIG Y TORRES (D. Rafael), naturaliste à Barcelone, directeur de la *Crónica Cientifica*.
ROUMEGUÈRE, naturaliste, à Toulouse, rédacteur de la *Revue Mycologique*.
ROUX, ✻, docteur en Médecine, à Paris.
TRÉVISAN DE SAINT-LÉON (comte DE), à Milan.
WEYR (Éd.), professeur à l'Université de Prague.

EXTRAITS

DES

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ

ANNÉE 1888-89.

Présidence de M. G. RAYET.

Séance du 22 novembre 1888. — M. le PRÉSIDENT, après avoir ouvert la séance, s'exprime ainsi :

« En ouvrant cette séance j'ai un pénible devoir à remplir, celui de vous faire part de la mort prématurée de l'un de nos anciens secrétaires, de l'un de nos amis à tous, de Lucien Forquignon.

» Forquignon, né à Pont-à-Mousson le 31 mai 1847, avait fait à Fontenay-aux-Roses, puis à Sainte-Barbe, de brillantes études littéraires et scientifiques qui lui avaient valu d'être souvent lauréat du concours général. Admis à l'École des Mines en 1867, il en sortait trois ans après, avec le titre d'ingénieur civil. Il semblait dès lors qu'une carrière paisible allait s'ouvrir devant lui; mais les événements de 1870 vinrent interrompre toute pensée de travail, et Forquignon, enfermé dans Belfort, n'eut d'autre pensée que de faire dignement son devoir de soldat. Tous ceux qui l'ont connu peuvent affirmer qu'il ne manquait pour cela ni de volonté, ni d'énergie. Des événements de cette défense héroïque, il ne parlait jamais, mais il dut s'y distinguer. En tous cas, c'est là qu'il contracta les germes de la maladie qui l'a emporté.

» La guerre terminée, Forquignon dut séjourner plusieurs fois en Algérie, et ce n'est que quelques années après qu'il fut admis à la licence et put commencer à travailler pour lui-même dans les laboratoires de la Faculté des sciences de Nancy, sous la direction de MM. Forthomme et L. Grandeau. Écolier encore, il imaginait et construisait des appareils ingénieux, dont quelques-uns sont devenus classiques. Bientôt après il était associé par M. Cailletet, à ses recherches sur la compressibilité des gaz et commençait les travaux qui devaient être la base de sa thèse sur *la fonte malléable et*

le recuit des aciers; cette thèse, soutenue en Sorbonne le 17 mai 1881, était admise avec éloges.

» Peu de temps après, 2 février 1882, Forquignon était nommé maître de conférences à la Faculté des sciences de Bordeaux, et il devenait presque aussitôt notre collègue et notre secrétaire (4 mai 1882). Jamais secrétaire ne fut plus dévoué; mettant son amour-propre à préparer nos séances, à nous communiquer ses travaux, à surveiller la construction des laboratoires de la Faculté nouvelle où nous sommes aujourd'hui.

» La santé de Forquignon trahissait souvent sa bonne volonté. Qui de nous ne se souvient de l'avoir vu arriver à nos réunions exténué et hors d'haleine? Mais dès qu'il avait la parole il retrouvait son énergie et montrait une ardeur incomparable à suivre et à animer nos discussions. Quand son corps ne voulait plus obéir à sa volonté, il partait pour quelques semaines, allait revoir les sapins de sa propriété de La Madelaine (près Saint-Dié) et bientôt il revenait comme transformé, paraissant avoir fait au contact du pays natal, des Vosges qu'il avait contribué à défendre, une nouvelle provision de forces.

» Forquignon se savait-il, dès cette époque, mortellement atteint? Pour moi, j'incline à croire qu'il ne se faisait aucune illusion; mais il voulait, et parfois il y parvenait, faire illusion à ses amis, à sa tante, qui depuis bien des années remplaçait auprès de lui la famille disparue, et dans ses jours de plus vive souffrance, c'était toujours avec un sourire qu'il vous disait au revoir.

» La lutte cependant l'épuisait, et, en septembre 1884, il demandait à être transféré à la Faculté des sciences de Dijon: il devait y être plus près de ces montagnes des Vosges, qu'il chérissait particulièrement, qu'il avait parcourues en tous sens à la recherche de champignons nouveaux. A côté du chimiste, il y avait en effet dans Forquignon un mycologue qui commençait à faire autorité; je n'en veux pour preuve que son livre sur les *champignons supérieurs* publié en 1886.

» Notre collègue ne nous avait pas quittés sans regrets: de Dijon, ou de la Madelaine, il m'envoyait souvent de bons souvenirs pour nous tous et, cet été, il s'occupait encore de ses amis de Bordeaux, lorsqu'il avait à peine la force de dicter une lettre, et lorsque sa main pouvait à peine la signer de quelques caractères illisibles.

» Forquignon est mort à La Madelaine le 13 juin 1888.

» Je suis, mes chers Collègues, certain d'être votre interprète à tous, en disant que le souvenir de Forquignon restera longtemps

parmi nous. Tous ceux qui l'ont approché étaient devenus ses amis; c'est, je crois, le plus bel éloge que je puisse faire de son caractère.

» Pendant les vacances, votre Bureau a fait imprimer les *procès-verbaux* de 1887-1888: le mémoire de M. P. Tannery sur la grande année d'Aristarque de Samos; les recherches de M. Hautreux sur la pêche de la morue sur la côte du Sénégal. Tout ce qui dépend de lui a été fait pour que le 2e fascicule du tome IV (3e série) de vos *Mémoires* puisse être mis en distribution aujourd'hui. Mais il a été arrêté par la difficulté, presque l'impossibilité, d'obtenir de M. Merget la fin de la copie de son mémoire sur l'action physiologique des vapeurs de mercure. »

— La Société procède au renouvellement du Bureau pour l'année 1888-1889; sont élus :

Président	M. G. RAYET.
Vice-Président	M. P. TANNERY.
Secrétaire général	M. ABRIA.
Secrétaires adjoints	MM. PIONCHON ET JOANNIS.
Archiviste	M. BRUNEL.
Trésorier	M. FOUGEROUX.

— MM. Bouchard, Morisot, Jolyet et Azam sont élus membres du Conseil d'administration qui se trouve ainsi composé :

MM. LESPIAULT.	MM. DE LAGRANDVAL.
MERGET.	PEREZ.
HAUTREUX.	BOUCHARD.
BAYSSELLANCE.	MORISOT.
GAYON.	JOLYET.
MILLARDET.	AZAM.

— M. Roux communique à la Société ses premières recherches sur les eaux potables de la ville de Bordeaux.

L'analyse bactériologique de l'eau potable de la ville de Bordeaux n'a pas encore été faite à fond. Les seuls documents publiés sur cette question sont consignés dans un rapport de M. le Dr Levieux, lu à la séance du Conseil d'hygiène du 5 octobre 1887; il y est rendu compte de recherches faites par M. le professeur Blarez, surtout en vue du bacille typhique.

L'étude actuelle, commencée à la même époque (décembre 1887), m'a permis de constater les faits suivants :

1° Les microbes aérobies sont relativement peu nombreux. Les énumérations faites par la méthode de culture sur plaque, avec

l'eau prise au robinet du laboratoire (mélange d'eau du Taillan et de Budos), m'ont donné :

12 décembre	1887........	180 colonies par centimètre cube.		
15 mars	1888........	225	—	—
15 avril	—	290	—	—
7 juin	—	550	—	—
4 octobre	—	180	—	—

2° Le nombre des microbes aérobies augmente avec la température extérieure, et, par conséquent, avec celle de l'eau, comme le montre le tableau ci-dessus.

3° Le nombre des espèces m'a paru osciller entre 4 et 6, toutes vulgaires. Je n'indique pas celles que j'ai déterminées, ne pouvant encore spécifier celles qui appartiennent à l'eau et celles qui viennent accidentellement de l'air.

4° J'ai étudié tout spécialement un bacille fluorescent, très voisin du *bac. fluorescens putidus* : il m'a paru intéressant à signaler parce qu'il possède plusieurs des caractères morphologiques du bacille typhique.

Je me réserve maintenant :

1° D'étudier plus à fond ce bacille fluorescent et d'indiquer les moyens de le différencier du bacille typhique ;

2° De rechercher la présence des anaérobies, et de les déterminer spécifiquement s'il y a lieu ;

3° D'obtenir des cultures sur plaques en vase clos stérilisé, pour arriver à une numération exacte et à une fixation certaine des espèces appartenant à l'eau seule ;

4° D'étudier séparément les eaux de Budos et du Taillan afin de voir si la nature de leurs organismes diffère.

— M. Hautreux fait hommage à la Société de deux *Pilot's Chart* et d'un numéro de la *Monthly Weather Review*.

Séance du 6 décembre 1888. — M. L. Picart est nommé membre titulaire.

— M. Hautreux entretient la Société de l'irrégularité des courants de l'Atlantique Nord.

Les courants de l'Atlantique sont la conséquence des dénivellations produites soit par la poussée des vents, soit par la dérive glaciaire, les températures et les densités. Le Gulf-Stream est la résultante de la lutte de ces diverses forces. Les variations d'intensité des unes et des autres produisent des irrégularités dans le grand courant, qui sont mises en évidence par les épaves flot-

tantes à la surface : carcasses de navires chavirés, bouées d'atterrissage enlevées par les tempêtes, bois flottés, etc...

Depuis plusieurs années le Bureau hydrographique de New-York publie chaque mois des *Pilot's Chart*, teintées en trois couleurs, sur lesquelles sont signalées, entre autres choses fort intéressantes pour la navigation, les épaves formant danger pour les navires. Parmi ces débris, il en est qui ont été vus et reconnus plus de vingt-cinq fois et qui ont été suivis pendant une année entière. L'étude des trajets de chacun d'eux précise les influences auxquelles ils ont obéi ; elle indique des contre-courants, beaucoup plus continus qu'on ne le supposait, et des déplacements considérables d'une année à l'autre dans l'axe et l'étendue du Gulf-Stream.

Douze de ces épaves sont étudiées plus spécialement : toutes sont plus ou moins remarquables par des stationnements, des tourbillonnements sur place, des arrêts du courant et des reprises, qui montrent bien les irrégularités du Gulf-Stream.

Les *Pilot's Chart* indiquent la différence considérable qui a existé dans la dérive glaciaire des années 1887 et 1888.

En 1887, 250 icebergs ont été signalés sur la route des vapeurs transatlantiques et quelques-uns sont descendus jusque par 40° Nord. En 1888, à peine a-t-il été signalé cinq icebergs dans le N.-E. de Terre-Neuve : les glaces sont restées accumulées sur la côte du Labrador et le détroit de Behring ; les brumes ont régné plus au nord que d'habitude ; les coups de vent cycloniques qui suivent la ligne de séparation des eaux froides et des eaux chaudes n'ont pas quitté les rivages américains et n'ont pas généralement traversé l'Atlantique ; tandis que la partie américaine de l'Océan était bouleversée par ces coups de vent, et que les pêcheurs d'Islande perdaient un grand nombre de navires, le calme et le beau temps régnaient sur la partie européenne de l'Océan.

D'autres renseignements donnés par le *Château-Lafite* montrent que, au sud de Terre-Neuve, les températures de l'eau étaient par 40° :

En mars 1887, voisines de 0°.
En mars 1888, — 18°.

C'est la preuve matérielle du déplacement du Gulf-Stream.

Les différences si considérables de climat entre les deux années 1887 et 1888, font désirer qu'une étude météorologique complète de tout l'hémisphère Nord soit entreprise par l'un des grands observatoires.

Séance du 20 décembre 1888. — M. TANNERY fait une communication sur les tentatives d'explication de la gravitation universelle par l'action d'un milieu; il critique, à un point de vue général, les diverses tentatives qui ont été faites, et, tout en réservant son opinion sur la possibilité de l'explication cherchée, essaie de préciser les hypothèses qui peuvent être faites d'accord avec les principes de la mécanique. Il développe, en particulier, une hypothèse d'après laquelle la gravitation s'expliquerait au moyen de vibrations transversales du milieu qui sert à la propagation de la lumière et de la chaleur. Dans cette hypothèse, chaque astre, en raison de ses dimensions elles-mêmes, posséderait, aussi bien qu'un pouvoir d'attraction, une température propre, et l'équilibre des radiations entre les divers astres ne nécessiterait nullement l'uniformité de température.

M. Tannery indique également la possibilité de mouvements tourbillonnaires de l'éther, grâce auxquels ce milieu pourrait n'exercer aucune résistance sensible sur les mouvements des planètes. Cette communication est l'objet d'une note insérée dans le tome V, 3e série, des *Mémoires de la Société.*

— M. E. DUBOURG entretient la Société de ses recherches récentes sur la *nefrozymase* et les amylases de l'urine. Le mémoire de M. Dubourg est imprimé dans le tome V, 3e série, des *Mémoires de la Société.*

Séance du 10 janvier 1889. — M. le Dr BOUCHARD entretient la Société de la nature probable des blessures causées par les balles de la cartouche du fusil Lebel.

— M. AZAM signale le fait, curieux et inexpliqué, de la disparition spontanée de l'*Asolla Carolina* qui depuis quelques années avait envahi d'une manière complète un grand nombre d'étangs et de cours d'eau du Médoc et des environs de Bordeaux.

— M. BERGONIÉ présente une démonstration élémentaire de la formule donnant la distance focale du Dioptre.

Dans un cours d'optique médicale, il est absolument indispensable de trouver la valeur de la distance focale principale des dioptres sphériques. Toutes les considérations d'optique géométrique oculaire se font, en effet, sur *l'œil réduit,* qui n'est qu'un dioptre sphérique de puissance dioptrique égale à l'œil normal et dont les distances focales principales doivent être déterminées en fonction du rayon de courbure du dioptre et de l'indice de réfraction du milieu réfringent qu'il limite. Ces déterminations se font habituellement au

moyen d'une série d'approximations propres à jeter un certain trouble dans l'esprit des élèves. C'est en vue de simplifier ces déterminations et pour donner plus d'homogénéité aux démonstrations du cours d'optique géométrique nécessaire aux étudiants en médecine que j'ai introduit dans mes leçons la démonstration qui suit.

Soit un dioptre DD' (fig. 1) convexe du côté du milieu le moins réfringent; soit C son centre, PC son axe principal et soit n l'indice de réfraction du milieu le plus réfringent par rapport au milieu le moins réfringent.

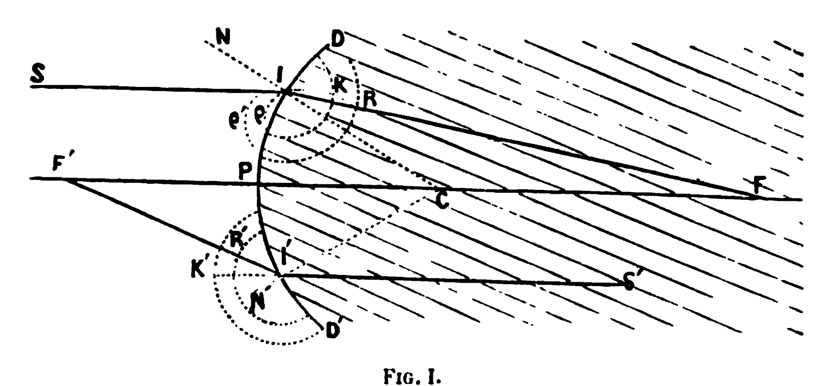


Fig. I.

1er Cas. — Supposons un rayon SI tombant sur le dioptre parallèlement à son axe principal et passant, ce qui est le cas le plus important, du milieu moins dans le milieu plus réfringent. Cherchons le réfracté de SI; pour cela du point I d'incidence, comme centre, décrivons deux arcs de cercle de rayons ρ et ρ' tels que l'on ait la relation :

$$\frac{\rho'}{\rho} = n.$$

Prolongeons le rayon SI jusqu'à la rencontre de l'arc de cercle de rayon ρ en K; par ce point menons une parallèle à la normale IC au point I; cette parallèle vient couper l'arc de cercle de rayon ρ' au point R, et nous savons que ce point R est un point du réfracté IRF.

Il s'agit de déterminer la position du point F, foyer principal du dioptre par rapport au point C ou au point F en fonction des constantes n, indice de réfraction, et r, rayon de courbure du dioptre considéré.

Pour y arriver, considérons les deux triangles semblables ICF, IKR. Ils donnent :

$$\frac{IF}{IC}=\frac{IR}{KR}.$$

Mais à cause de la faible amplitude du dioptre, IF est égal par approximation à PF, donc

$$(1) \qquad PF=r\frac{\rho'}{\rho'-\rho}.$$

En divisant haut et bas par ρ dans le second membre de l'équation, il vient :

$$PF=r\frac{\frac{\rho'}{\rho}}{\frac{\rho'}{\rho}-\frac{\rho}{\rho}}=r\frac{n}{n-1}$$

qui donne la valeur cherchée de la distance focale en prenant pour point d'origine le pôle du dioptre.

2me Cas. — Pour trouver la distance du second foyer principal du dioptre par rapport à l'un des points origine, considérons un rayon S' I' parallèle à l'axe et passant du milieu plus dans le milieu moins réfringent.

Construisons son réfracté, et pour cela, comme précédemment, au point I' d'incidence avec des rayons ρ et ρ' décrivons deux arcs de cercle. Dans ce cas $\frac{\rho}{\rho'}=n$.

Prolongeons le rayon incident S' I' jusqu'à la rencontre de l'arc de cercle de rayon ρ', en K' ; par ce point, menons une parallèle à la normale K' R' ; le point R' est un point du réfracté I' R' F'.

Pour trouver la valeur de F' C, considérons les deux triangles F' C I', K' R' I', semblables comme ayant leurs côtés parallèles deux à deux.

Ils donnent :

$$\frac{F'C}{I'C}=\frac{I'K'}{K'R'},$$

d'où

$$(2) \qquad F'C=r\frac{\rho'}{\rho'-\rho};$$

divisant haut et bas par ρ' dans le second membre de l'équation, il vient :

$$F'C = r\frac{1}{1-n},$$

qui donne la valeur cherchée de la distance focale principale en prenant pour point d'origine le centre du dioptre.

Remarquons qu'à cause des égalités (1) et (2), on a très simplement

$$PF = F'C.$$

La valeur absolue de la première distance focale principale comptée à partir du pôle du dioptre est égale à la valeur absolue de la deuxième distance focale principale comptée à partir du centre de courbure du dioptre.

3me Cas. — Dans le cas d'un dioptre concave du côté du milieu le moins réfringent, — divergent, par conséquent, — la même démonstration donne les valeurs absolues des foyers principaux virtuels par rapport aux points P et C, en fonction du rayon r du dioptre et de l'indice de réfraction n du second milieu par rapport au premier.

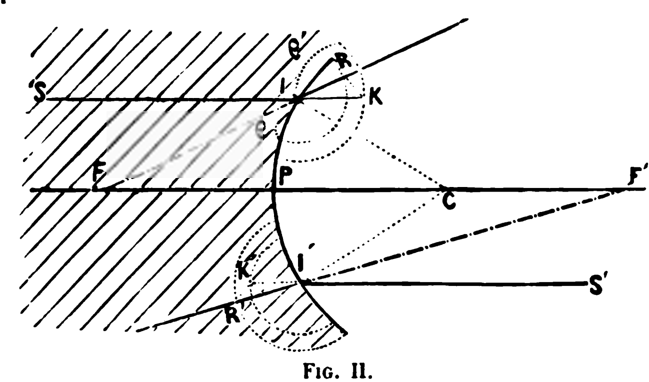


Fig. II.

Soit, en effet, un tel dioptre DD' (*fig.* 2), concave du côté du milieu le moins réfringent; soit SI un rayon incident, parallèle à l'axe passant du milieu plus dans le milieu moins réfringent à travers le dioptre. Effectuons la construction du réfracté comme précédemment, en nous servant des deux arcs de cercle de rayons ρ et ρ' tels que

$$\frac{\rho}{\rho'} = n.$$

RIF est le réfracté.

le recuit des aciers; cette thèse, soutenue en Sorbonne le 17 mai 1881, était admise avec éloges.

» Peu de temps après, 2 février 1882, Forquignon était nommé maître de conférences à la Faculté des sciences de Bordeaux, et il devenait presque aussitôt notre collègue et notre secrétaire (4 mai 1882). Jamais secrétaire ne fut plus dévoué; mettant son amour-propre à préparer nos séances, à nous communiquer ses travaux, à surveiller la construction des laboratoires de la Faculté nouvelle où nous sommes aujourd'hui.

» La santé de Forquignon trahissait souvent sa bonne volonté. Qui de nous ne se souvient de l'avoir vu arriver à nos réunions exténué et hors d'haleine? Mais dès qu'il avait la parole il retrouvait son énergie et montrait une ardeur incomparable à suivre et à animer nos discussions. Quand son corps ne voulait plus obéir à sa volonté, il partait pour quelques semaines, allait revoir les sapins de sa propriété de La Madelaine (près Saint-Dié) et bientôt il revenait comme transformé, paraissant avoir fait au contact du pays natal, des Vosges qu'il avait contribué à défendre, une nouvelle provision de forces.

» Forquignon se savait-il, dès cette époque, mortellement atteint? Pour moi, j'incline à croire qu'il ne se faisait aucune illusion; mais il voulait, et parfois il y parvenait, faire illusion à ses amis, à sa tante, qui depuis bien des années remplaçait auprès de lui la famille disparue, et dans ses jours de plus vive souffrance, c'était toujours avec un sourire qu'il vous disait au revoir.

» La lutte cependant l'épuisait, et, en septembre 1884, il demandait à être transféré à la Faculté des sciences de Dijon: il devait y être plus près de ces montagnes des Vosges, qu'il chérissait particulièrement, qu'il avait parcourues en tous sens à la recherche de champignons nouveaux. A côté du chimiste, il y avait en effet dans Forquignon un mycologue qui commençait à faire autorité; je n'en veux pour preuve que son livre sur les *champignons supérieurs* publié en 1886.

» Notre collègue ne nous avait pas quittés sans regrets: de Dijon, ou de la Madelaine, il m'envoyait souvent de bons souvenirs pour nous tous et, cet été, il s'occupait encore de ses amis de Bordeaux, lorsqu'il avait à peine la force de dicter une lettre, et lorsque sa main pouvait à peine la signer de quelques caractères illisibles.

» Forquignon est mort à La Madelaine le 13 juin 1888.

» Je suis, mes chers Collègues, certain d'être votre interprète à tous, en disant que le souvenir de Forquignon restera longtemps

parmi nous. Tous ceux qui l'ont approché étaient devenus ses amis; c'est, je crois, le plus bel éloge que je puisse faire de son caractère.

» Pendant les vacances, votre Bureau a fait imprimer les *procès-verbaux* de 1887-1888 : le mémoire de M. P. Tannery sur la grande année d'Aristarque de Samos; les recherches de M. Hautreux sur la pêche de la morue sur la côte du Sénégal. Tout ce qui dépend de lui a été fait pour que le 2e fascicule du tome IV (3e série) de vos *Mémoires* puisse être mis en distribution aujourd'hui. Mais il a été arrêté par la difficulté, presque l'impossibilité, d'obtenir de M. Merget la fin de la copie de son mémoire sur l'action physiologique des vapeurs de mercure. »

— La Société procède au renouvellement du Bureau pour l'année 1888-1889; sont élus :

Président	M. G. RAYET.
Vice-Président	M. P. TANNERY.
Secrétaire général	M. ABRIA.
Secrétaires adjoints	MM. PIONCHON ET JOANNIS.
Archiviste	M. BRUNEL.
Trésorier	M. FOUGEROUX.

— MM. Bouchard, Morisot, Jolyet et Azam sont élus membres du Conseil d'administration qui se trouve ainsi composé :

MM. LESPIAULT.	MM. DE LAGRANDVAL.
MERGET.	PEREZ.
HAUTREUX.	BOUCHARD.
BAYSSELLANCE.	MORISOT.
GAYON.	JOLYET.
MILLARDET.	AZAM.

— M. Roux communique à la Société ses premières recherches sur les eaux potables de la ville de Bordeaux.

L'analyse bactériologique de l'eau potable de la ville de Bordeaux n'a pas encore été faite à fond. Les seuls documents publiés sur cette question sont consignés dans un rapport de M. le Dr Levieux, lu à la séance du Conseil d'hygiène du 5 octobre 1887; il y est rendu compte de recherches faites par M. le professeur Blarez, surtout en vue du bacille typhique.

L'étude actuelle, commencée à la même époque (décembre 1887), m'a permis de constater les faits suivants :

1° Les microbes aérobies sont relativement peu nombreux. Les énumérations faites par la méthode de culture sur plaque, avec

l'eau prise au robinet du laboratoire (mélange d'eau du Taillan et de Budos), m'ont donné :

12 décembre 1887	....	180 colonies par centimètre cube.	
15 mars 1888	....	225 —	—
15 avril —	....	290 —	—
7 juin —	....	550 —	—
4 octobre —	....	180 —	—

2° Le nombre des microbes aérobies augmente avec la température extérieure, et, par conséquent, avec celle de l'eau, comme le montre le tableau ci-dessus.

3° Le nombre des espèces m'a paru osciller entre 4 et 6, toutes vulgaires. Je n'indique pas celles que j'ai déterminées, ne pouvant encore spécifier celles qui appartiennent à l'eau et celles qui viennent accidentellement de l'air.

4° J'ai étudié tout spécialement un bacille fluorescent, très voisin du *bac. fluorescens putidus* : il m'a paru intéressant à signaler parce qu'il possède plusieurs des caractères morphologiques du bacille typhique.

Je me réserve maintenant :

1° D'étudier plus à fond ce bacille fluorescent et d'indiquer les moyens de le différencier du bacille typhique ;

2° De rechercher la présence des anaérobies, et de les déterminer spécifiquement s'il y a lieu ;

3° D'obtenir des cultures sur plaques en vase clos stérilisé, pour arriver à une numération exacte et à une fixation certaine des espèces appartenant à l'eau seule ;

4° D'étudier séparément les eaux de Budos et du Taillan afin de voir si la nature de leurs organismes diffère.

— M. Hautreux fait hommage à la Société de deux *Pilot's Chart* et d'un numéro de la *Monthly Weather Review*.

Séance du 6 décembre 1888. — M. L. Picart est nommé membre titulaire.

— M. Hautreux entretient la Société de l'irrégularité des courants de l'Atlantique Nord.

Les courants de l'Atlantique sont la conséquence des dénivellations produites soit par la poussée des vents, soit par la dérive glaciaire, les températures et les densités. Le Gulf-Stream est la résultante de la lutte de ces diverses forces. Les variations d'intensité des unes et des autres produisent des irrégularités dans le grand courant, qui sont mises en évidence par les épaves flot-

tantes à la surface : carcasses de navires chavirés, bouées d'atterrissage enlevées par les tempêtes, bois flottés, etc...

Depuis plusieurs années le Bureau hydrographique de New-York publie chaque mois des *Pilot's Chart,* teintées en trois couleurs, sur lesquelles sont signalées, entre autres choses fort intéressantes pour la navigation, les épaves formant danger pour les navires. Parmi ces débris, il en est qui ont été vus et reconnus plus de vingt-cinq fois et qui ont été suivis pendant une année entière. L'étude des trajets de chacun d'eux précise les influences auxquelles ils ont obéi ; elle indique des contre-courants, beaucoup plus continus qu'on ne le supposait, et des déplacements considérables d'une année à l'autre dans l'axe et l'étendue du Gulf-Stream.

Douze de ces épaves sont étudiées plus spécialement : toutes sont plus ou moins remarquables par des stationnements, des tourbillonnements sur place, des arrêts du courant et des reprises, qui montrent bien les irrégularités du Gulf-Stream.

Les *Pilot's Chart* indiquent la différence considérable qui a existé dans la dérive glaciaire des années 1887 et 1888.

En 1887, 250 icebergs ont été signalés sur la route des vapeurs transatlantiques et quelques-uns sont descendus jusque par 40° Nord. En 1888, à peine a-t-il été signalé cinq icebergs dans le N.-E. de Terre-Neuve : les glaces sont restées accumulées sur la côte du Labrador et le détroit de Behring ; les brumes ont régné plus au nord que d'habitude ; les coups de vent cycloniques qui suivent la ligne de séparation des eaux froides et des eaux chaudes n'ont pas quitté les rivages américains et n'ont pas généralement traversé l'Atlantique ; tandis que la partie américaine de l'Océan était bouleversée par ces coups de vent, et que les pêcheurs d'Islande perdaient un grand nombre de navires, le calme et le beau temps régnaient sur la partie européenne de l'Océan.

D'autres renseignements donnés par le *Château-Lafite* montrent que, au sud de Terre-Neuve, les températures de l'eau étaient par 40° :

En mars 1887, voisines de 0°.
En mars 1888, — 18°.

C'est la preuve matérielle du déplacement du Gulf-Stream.

Les différences si considérables de climat entre les deux années 1887 et 1888, font désirer qu'une étude météorologique complète de tout l'hémisphère Nord soit entreprise par l'un des grands observatoires.

Séance du 20 décembre 1888. — M. TANNERY fait une communication sur les tentatives d'explication de la gravitation universelle par l'action d'un milieu; il critique, à un point de vue général, les diverses tentatives qui ont été faites, et, tout en réservant son opinion sur la possibilité de l'explication cherchée, essaie de préciser les hypothèses qui peuvent être faites d'accord avec les principes de la mécanique. Il développe, en particulier, une hypothèse d'après laquelle la gravitation s'expliquerait au moyen de vibrations transversales du milieu qui sert à la propagation de la lumière et de la chaleur. Dans cette hypothèse, chaque astre, en raison de ses dimensions elles-mêmes, posséderait, aussi bien qu'un pouvoir d'attraction, une température propre, et l'équilibre des radiations entre les divers astres ne nécessiterait nullement l'uniformité de température.

M. Tannery indique également la possibilité de mouvements tourbillonnaires de l'éther, grâce auxquels ce milieu pourrait n'exercer aucune résistance sensible sur les mouvements des planètes. Cette communication est l'objet d'une note insérée dans le tome V, 3e série, des *Mémoires de la Société.*

— M. E. DUBOURG entretient la Société de ses recherches récentes sur la *nefrozymase* et les amylases de l'urine. Le mémoire de M. Dubourg est imprimé dans le tome V, 3e série, des *Mémoires de la Société.*

Séance du 10 janvier 1889. — M. le Dr BOUCHARD entretient la Société de la nature probable des blessures causées par les balles de la cartouche du fusil Lebel.

— M. AZAM signale le fait, curieux et inexpliqué, de la disparition spontanée de l'*Asolla Carolina* qui depuis quelques années avait envahi d'une manière complète un grand nombre d'étangs et de cours d'eau du Médoc et des environs de Bordeaux.

— M. BERGONIÉ présente une démonstration élémentaire de la formule donnant la distance focale du Dioptre.

Dans un cours d'optique médicale, il est absolument indispensable de trouver la valeur de la distance focale principale des dioptres sphériques. Toutes les considérations d'optique géométrique oculaire se font, en effet, sur *l'œil réduit,* qui n'est qu'un dioptre sphérique de puissance dioptrique égale à l'œil normal et dont les distances focales principales doivent être déterminées en fonction du rayon de courbure du dioptre et de l'indice de réfraction du milieu réfringent qu'il limite. Ces déterminations se font habituellement au

moyen d'une série d'approximations propres à jeter un certain trouble dans l'esprit des élèves. C'est en vue de simplifier ces déterminations et pour donner plus d'homogénéité aux démonstrations du cours d'optique géométrique nécessaire aux étudiants en médecine que j'ai introduit dans mes leçons la démonstration qui suit.

Soit un dioptre DD' (fig. 1) convexe du côté du milieu le moins réfringent; soit C son centre, PC son axe principal et soit n l'indice de réfraction du milieu le plus réfringent par rapport au milieu le moins réfringent.

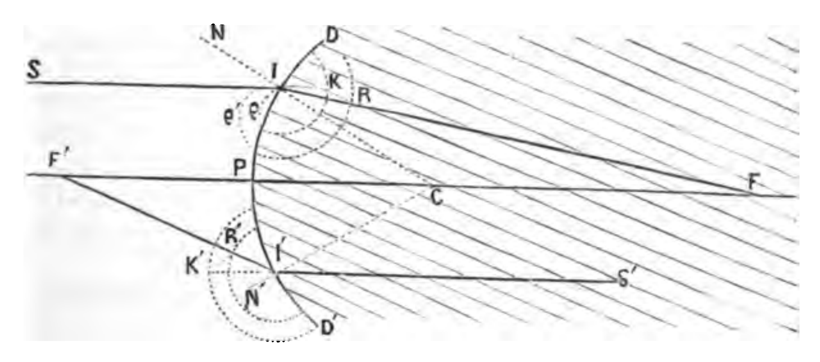


FIG. I.

1er Cas. — Supposons un rayon SI tombant sur le dioptre parallèlement à son axe principal et passant, ce qui est le cas le plus important, du milieu moins dans le milieu plus réfringent. Cherchons le réfracté de SI; pour cela du point I d'incidence, comme centre, décrivons deux arcs de cercle de rayons ρ et ρ' tels que l'on ait la relation :

$$\frac{\rho'}{\rho} = n.$$

Prolongeons le rayon SI jusqu'à la rencontre de l'arc de cercle de rayon ρ en K; par ce point menons une parallèle à la normale IC au point I; cette parallèle vient couper l'arc de cercle de rayon ρ' au point R, et nous savons que ce point R est un point du réfracté IRF.

Il s'agit de déterminer la position du point F, foyer principal du dioptre par rapport au point C ou au point F en fonction des constantes n, indice de réfraction, et r, rayon de courbure du dioptre considéré.

Pour y arriver, considérons les deux triangles semblables ICF, IKR. Ils donnent :

$$\frac{IF}{IC}=\frac{IR}{KR}.$$

Mais à cause de la faible amplitude du dioptre, IF est égal par approximation à PF, donc

(1) $$PF=r\frac{\rho'}{\rho'-\rho}.$$

En divisant haut et bas par ρ dans le second membre de l'équation, il vient :

$$PF=r\frac{\frac{\rho'}{\rho}}{\frac{\rho'}{\rho}-\frac{\rho}{\rho}}$$
$$=r\frac{n}{n-1}$$

qui donne la valeur cherchée de la distance focale en prenant pour point d'origine le pôle du dioptre.

2me Cas. — Pour trouver la distance du second foyer principal du dioptre par rapport à l'un des points origine, considérons un rayon S' I' parallèle à l'axe et passant du milieu plus dans le milieu moins réfringent.

Construisons son réfracté, et pour cela, comme précédemment, au point I' d'incidence avec des rayons ρ et ρ' décrivons deux arcs de cercle. Dans ce cas $\frac{\rho}{\rho'}=n$.

Prolongeons le rayon incident S' I' jusqu'à la rencontre de l'arc de cercle de rayon ρ', en K' ; par ce point, menons une parallèle à la normale K' R' ; le point R' est un point du réfracté I' R' F'.

Pour trouver la valeur de F' C, considérons les deux triangles F' C I', K' R' I', semblables comme ayant leurs côtés parallèles deux à deux.

Ils donnent :

$$\frac{F'C}{I'C}=\frac{I'K'}{K'R'},$$

d'où

(2) $$F'C=r\frac{\rho'}{\rho'-\rho};$$

divisant haut et bas par ρ' dans le second membre de l'équation, il vient :

$$F'C = r \frac{1}{1-n},$$

qui donne la valeur cherchée de la distance focale principale en prenant pour point d'origine le centre du dioptre.

Remarquons qu'à cause des égalités (1) et (2), on a très simplement

$$PF = F'C.$$

La valeur absolue de la première distance focale principale comptée à partir du pôle du dioptre est égale à la valeur absolue de la deuxième distance focale principale comptée à partir du centre de courbure du dioptre.

3me Cas. — Dans le cas d'un dioptre concave du côté du milieu le moins réfringent, — divergent, par conséquent, — la même démonstration donne les valeurs absolues des foyers principaux virtuels par rapport aux points P et C, en fonction du rayon r du dioptre et de l'indice de réfraction n du second milieu par rapport au premier.

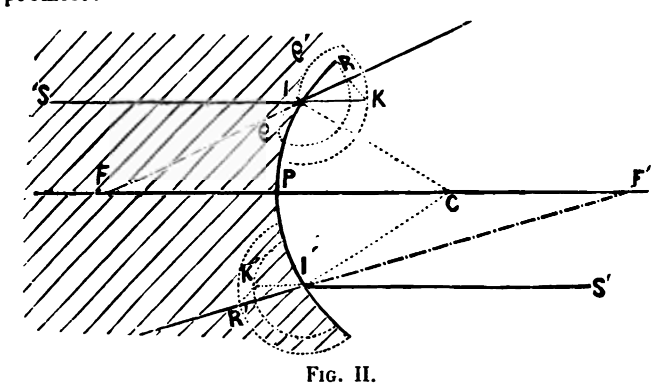


Fig. II.

Soit, en effet, un tel dioptre DD' (*fig.* 2), concave du côté du milieu le moins réfringent; soit SI un rayon incident, parallèle à l'axe passant du milieu plus dans le milieu moins réfringent à travers le dioptre. Effectuons la construction du réfracté comme précédemment, en nous servant des deux arcs de cercle de rayons ρ et ρ' tels que

$$\frac{\rho}{\rho'} = n.$$

RIF est le réfracté.

L'on voit facilement que l'on a

$$\frac{FC}{IC} = \frac{IK}{KR},$$

d'où

(3) $$FC = r\frac{\rho'}{\rho' - \rho}.$$

En divisant par ρ',

$$FC = r\frac{1}{1-n}.$$

4me Cas. — Dans le cas d'un rayon S' I' passant du milieu moins dans le milieu plus réfringent, les deux triangles à considérer sont I' K' R, F' C I', et l'on a de même

$$\frac{I'F'}{IC} = \frac{I'R'}{K'R'}.$$

Or,

$$\frac{\rho'}{\rho} = n,$$

et

(4) $$IF' = r\frac{\rho'}{\rho' - \rho}$$

par approximation :

$$PF' = r\frac{n}{n-1}.$$

Comme pour le dioptre convergent, on a par les égalités (3) et (4)

$$PF' = FC.$$

Séance du 24 janvier 1889. — M. P. Tannery entretient la Société d'un épisode, peu connu, de la vie mathématique de Pascal. La note de M. Tannery est publiée dans le tome V, 3e série, des *Mémoires de la Société*.

— M. Brunel fait une communication sur les problèmes de fermeture. L'énoncé général de la question est le suivant : Soient O_1 des objets en nombre simplement infini, si, par une opération quelconque, on déduit de l'objet O_1 un autre objet O_2, puis, par la même opération effectuée sur O_2 un objet O_3 et ainsi de suite.....; on dira qu'il y a fermeture si l'objet O_{n+1} est identique à l'objet O_1.

Cet énoncé comprend, par exemple, la question des polygones de Poncelet, des cercles de Steiner, des tétraèdres à la fois inscrits et circonscrits à deux cubiques gauches.

La question générale se ramène, en dernière analyse, à la détermination des fonctions f satisfaisant à l'équation fonctionnelle

$$f_n(x) = x$$

qui admet des solutions en nombre infini.

Séance du 7 février 1889. — M. Viard, professeur au Lycée de Bordeaux, est nommé membre titulaire.

— La Société apprenant le deuil cruel qui vient de frapper l'un de ses plus anciens membres, M. Lespiault, vote l'envoi d'un télégramme de condoléances.

— M. Chenevier communique à la Société un procédé d'analyse volumétrique des verts prussiques, mélanges de bleu de Prusse et de jaune de chrome.

— M. Bergonié fait fonctionner devant la Société un appareil qui permet d'obtenir des images réelles des flammes manométriques de Kœnig.

Séance du 21 février 1889. — M. le Président expose les résultats de l'examen auquel se sont livrées les Commissions spéciales chargées de vérifier l'état des archives de la Société et les comptes de son Trésorier.

« Conformément à nos statuts et à notre règlement intérieur, les Commissions que vous avez nommées pour l'examen de l'état de nos archives et de notre bibliothèque (MM. Morisot, Gayon, Perez), et pour la vérification des comptes de notre Trésorier (MM. Croizier, Bergonié, Rodier), se sont réunies aujourd'hui et j'ai à vous faire connaître brièvement le résultat de leur examen et leurs propositions pour le budget de 1889.

» Notre bibliothèque, qui s'accroît sans cesse, par voie d'échanges avec les plus importantes Sociétés savantes de France et de l'étranger, s'est, pendant la dernière année, enrichie de près de 800 volumes ou brochures. M. Brunel, notre archiviste, a continué à lui donner tous ses soins, et elle est rangée dans un ordre méthodique qui rend les recherches aisées. Un grand nombre de ces volumes, surtout de ceux qui nous parviennent par fascicules, ont été reliés, ce qui assure leur conservation certaine, et il est désirable que d'autres encore soient reliés. La Commission des

archives a exprimé à cet égard un vœu formel, et j'espère que nous pourrons lui donner satisfaction.

» Depuis l'an dernier, il vous a été distribué un volume entier de nos *Mémoires*, le tome IV de la 3[e] série, qui renferme avec la notice de M. Brunel sur M. Hoüel, et le mémoire de M. Merget sur l'action des vapeurs mercurielles sur l'économie, des notices de MM. P. Tannery, Hautreux et R. Ellie.

» L'impression du tome V de la 3[e] série de nos *Mémoires* est commencée depuis quelques jours déjà et marchera sans doute assez rapidement.

» La Commission des finances a trouvé les comptes de notre Trésorier d'une régularité parfaite; elle les a approuvés à l'unanimité et elle vous propose de voter des remerciements à M. Fougeroux pour le soin et le dévouement qu'il apporte à la gestion des intérêts financiers de la Société. Je dépose sur le bureau les comptes de l'exercice 1888, afin qu'ils soient conservés aux archives.

» Les recettes de 1888 se sont élevées à 3,255 fr. 80 et les dépenses à 2,418 fr. 80. Nous avions en caisse, au 31 décembre, indépendamment de notre capital inaliénable, une somme de 4,898 fr. 10, actuellement réduite à 2,642 fr. 95 par le paiement des frais d'impression du tome IV de nos mémoires et les frais de convocation de 1888.

» Pour 1889, la Commission des finances prévoit une recette certaine de 2,726 francs, et elle vous propose de régler comme suit le projet de budget de cette même année :

Entretien de la bibliothèque .... F.	200
Frais de convocation	150
Frais de recouvrement des cotisations	70
Frais de correspondance	150
Reliure des volumes	250
Achats de livres	200
Impression des *Mémoires*	1,800
F.	2,820

» Le budget des dépenses qui vous est soumis serait ainsi, à très peu près, égal à celui des recettes certaines, et la publication du prochain volume de nos mémoires peut être considérée comme assurée sans que notre encaisse actuelle soit sensiblement diminuée. Il me semble, d'ailleurs, que les publications que nous allons entreprendre, comme les mémoires de M. P. Tannery sur l'histoire des mathématiques, sont de nature à pouvoir servir de prétexte à une subvention de l'Administration supérieure.

» J'espère, Messieurs, que vous voudrez bien approuver les comptes de notre Trésorier pour 1888 et le projet de budget pour 1889. »

Ces conclusions sont mises aux voix et adoptées à l'unanimité.

— M. le PRÉSIDENT informe la Société que le Ministre de l'instruction publique s'occupe de rechercher, pour les sauver de la destruction ou de l'oubli, les observations météorologiques faites par les particuliers ou par les établissements publics antérieurement à 1870. Il prie ses collègues qui auraient connaissance de pareilles séries d'observations de vouloir bien les lui signaler.

— M. BRUNEL fait une communication sur les courbes autopolaires.

Il établit tout d'abord certaines conditions nécessaires, mais non suffisantes, auxquelles doivent satisfaire les courbes, telles que leurs transformées par polaires réciproques reproduisent ces courbes elles-mêmes. Ces conditions s'obtiennent en écrivant dans les formules de Plücker que les nombres μ et ν, δ et τ, χ et ι, sont respectivement égaux. Il traite complètement la question pour les courbes du second degré; donne des exemples de courbes de degré supérieur et forme l'équation différentielle fonctionnelle à laquelle satisfont toutes ces courbes.

— M. DURÈGNE communique les premiers résultats de l'étude qu'il a entreprise de la salure du bassin d'Arcachon et de ses variations avec les marées et les conditions climatologiques de la région.

Séance du 7 mars 1889. — M. BORDIER est élu membre titulaire de la Société.

— M. P. TANNERY fait hommage à la Société de deux de ses ouvrages : 1° La *Géométrie grecque*, 1re partie ; *Histoire générale de la géométrie élémentaire ;* 2° Notice sur *Deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas.*

— M. HAUTREUX communique à la Société une intéressante étude sur les modifications survenues depuis deux cents ans dans les passes de la Gironde et de la Garonne. Le mémoire de M. Hautreux est publié dans le tome V, 3e série, des *Mémoires* de la Société.

Séance du 21 mars 1889. — M. P. TANNERY fait une communication sur les périodes astronomiques de l'antiquité. Le mémoire de M. P. Tannery est inséré dans le tome V, 3e série, des *Mémoires* de la Société.

— M. Pionchon présente quelques considérations générales sur la question de l'étude de la dilatation des corps solides aux températures élevées.

— M. Figuier entretient la Société de ses nouvelles recherches sur la pile à gaz.

Dans un travail que j'ai eu l'honneur de communiquer à notre Société, et qui a fait, en 1884, l'objet d'une publication, j'ai décrit une nouvelle pile à gaz, et une série de synthèses chimiques réalisées à l'aide de cet instrument. Permettez-moi d'en rappeler brièvement le principe, et la théorie que j'en ai donnée.

Cette pile se compose de deux cylindres creux en graphite, fermés à leur base inférieure, rendus impolarisables par un dépôt de mousse charbonneuse ou métallique, et plongeant, côte à côte, dans un liquide approprié, contenu dans un vase fermé par un couvercle qui leur sert de support. Les réophores sont fixés à leur partie supérieure.

Des gazomètres amènent, séparément, des gaz différents dans chacun de ces cylindres muni d'un bouchon donnant issue aux tubes d'entrée et de sortie du gaz.

Les deux gaz passant à travers les parois des cylindres cheminent inversement, par l'intermédiaire de la mince couche du liquide interposé, entre les deux cylindres où ils se rencontrent continuellement, en quantités inégales dépendant de leur vitesse relative de diffusion. Ils éprouvent dans le milieu poreux qui les étreint au passage des pressions énormes dues à l'attraction capillaire qui détermine l'occlusion; dans ce cas, l'occlusion simultanée de deux fluides est suffisante, comme on en a de nombreux exemples, pour provoquer des réactions chimiques.

Le produit formé est dissous par le liquide, et entraîné partiellement dans les cavités polaires.

Un courant électrique est la résultante de ce conflit. Il provient évidemment de l'action chimique favorisée par la fermeture du circuit, et peut-être encore d'un effet mécanique dû à la transformation de la force vive perdue par le gaz, dont les vitesses se trouvent atténuées par les frottements.

L'action chimique de même nature, mais en quantité inégale, comme le double mouvement diffusif, à chacun des pôles, fixe le sens du courant, qui n'est que différentiel.

Une élévation de température influe nécessairement sur le régime d'une pile à gaz en augmentant la force vive des molécules et l'amplitude de leurs mouvements intimes.

Dans les espaces capillaires très étroits où deux fluides se trouvent simultanément occlus, la violence des chocs détermine la pénétration mutuelle de leurs molécules, dont les atomes se fixeront sous de nouveaux états d'équilibre, d'autres arrangements spécifiant les composés formés.

Sur ce même principe on peut construire des couples excités par un gaz unique, et un liquide capable de le dissoudre ou de le fixer chimiquement.

Il suffira, à cet effet, de remplacer l'un des cylindres polaires par un conducteur quelconque inerte, soit une lame pleine en graphite, et d'opposer à un gaz réducteur un liquide réductible, ou réciproquement, un gaz oxydant à un liquide oxydable, par exemple.

On peut enfin opposer deux gaz différents cheminant, l'un à l'intérieur, l'autre à l'extérieur d'un tube unique poreux, et maintenu humide par le voisinage d'un lit d'amiante humectée.

Des fils en platine, l'un intérieur, l'autre extérieur, et enroulés en spirale servent de réophores.

Ainsi construit, ce système est contenu dans un deuxième tube en verre, et s'y trouve fixé, aux deux extrémités, par des bouchons livrant passage aux fils polaires, et munis d'orifices d'entrée et de sortie pour l'un des gaz introduit à l'aide d'un gazomètre ou d'un aspirateur à écoulement constant. L'autre gaz parcourt, de la même façon, le tube axial dont les extrémités libres font saillie au dehors.

J'ai obtenu un courant régulier en amorçant l'appareil avec de l'hydrogène et de l'air. Le courant est moins intense et de même sens avec du gaz d'éclairage et de l'air.

Il s'éteint lentement, si les gaz ne sont pas renouvelés : le mouvement de dialyse s'affaiblit peu à peu, les gaz diffusés finissant par constituer un mélange homogène.

Il reprend son intensité première, si l'on se place de nouveau dans les conditions initiales.

Le pôle négatif correspond au gaz le moins dense, le plus diffusible. Avec de l'air et de l'acide carbonique le courant est plus difficile à déterminer, et de sens indécis, ce qui peut provenir de l'action dissolvante de l'eau.

Dans tous les cas, cette expérience, dans les conditions actuelles, accuse sans doute un courant très net, mais sans démontrer qu'il ait pour origine exclusive une action purement mécanique ou une action chimique qui n'a pas été vérifiée pour le moment. Il faudra

pour cela faire intervenir d'autres gaz, et examiner leur mélange à la sortie.

L'occlusion simultanée et passagère, mais se renouvelant sans cesse, de deux gaz traversant une même cloison poreuse, par suite de leur mouvement diffusif inverse, suffit, dans des cas déterminés que l'on peut prévoir théoriquement, pour entraîner leur combinaison. Ceci est bien démontré par le jeu de la pile à gaz. Dans ces conditions, l'action sera continue.

Un phénomène semblable doit avoir lieu également, en vertu du même mécanisme, en faisant dialyser à travers une paroi poreuse un septum inerte, un gaz ou un mélange gazeux et une vapeur, ou bien deux vapeurs entre elles : leur différence de densité devant provoquer leur mouvement diffusif.

Une élévation de température, en augmentant leurs forces vives, comme cela a lieu en particulier dans les actions chimiques, accentuera également l'action physique corrélative.

Il est probable, mais je ne puis encore rien préciser à cet égard, que la fermeture du circuit, si l'on parvient à recueillir l'électricité qui peut naître de ce fait, doit influencer, dans des conditions favorables, le mouvement diffusif des gaz et des vapeurs ; de même qu'il active, comme je l'ai montré à l'aide d'un dialyseur électrique, le mouvement osmotique des liquides, sans l'intervention d'un courant étranger.

Les expériences que j'ai entreprises dans cet ordre d'idées, peu après la publication d'une thèse sur la pile à gaz, n'en sont que la conséquence naturelle, la suite logique, le complément indiqué, et n'en représentent dans leur exposé qu'un chapitre qui s'y attache sans autre lien.

Au début je me suis trouvé entravé par des difficultés matérielles, par le choix de dispositifs convenables pour exécuter, dans leur ensemble, les recherches variées que j'avais en vue.

Les nombreux appareils, dont quelques-uns assez délicats, que j'ai dû construire, et modifier au fur et à mesure de mes essais, ont été cause aussi de quelque retard.

Mes expériences préliminaires devaient porter, en raison de leur exécution plus facile, sur une vapeur et un milieu indéfini : l'air.

J'ai employé à cet effet des tubes en grès et en porcelaine, placés dans une gouttière chauffée par une rampe à gaz, et dans lesquels j'injectais de la vapeur d'eau. Un tube abducteur, fixé à l'extrémité opposée à celle de l'entrée de la vapeur, amenait l'air dialysé dans les flacons de Woolf, contenant une solution alcaline très faible.

Je me suis servi également de cornues tubulées, en grès et en porcelaine; un vase à écoulement constant, communiquant avec celles-ci, permettait d'introduire, goutte à goutte, le liquide destiné à compenser la vapeur consommée, et à entretenir le récipient poreux saturé de vapeur.

Des tubes en charbon et des vases en terre fortement platinés ont été mis en expérimentation, soit vides, soit contenant des fragments de charbon ou de ponce, préalablement humectés.

Il m'a paru y avoir quelque avantage dans l'emploi de menus charbons ou de ponce, surtout platinés. L'action produite par les parois du dialyseur se trouve ainsi continuée sur place à leur contact, par occlusion simultanée des deux fluides: le produit résultant est éliminé aussitôt, comme cela a lieu pour les produits de combustion formés en présence de la mousse ou du noir de platine.

Si ce composé formé est peu ou non vaporisable, ou bien s'il se trouve fixé chimiquement dans le corps poreux contenant préalablement une substance avec laquelle il se combinera, ce qui aidera même à sa formation, le phénomène pourra être ralenti ou limité.

Il se prolongera, au contraire, tant que le gaz ou les vapeurs accompliront leur mouvement de diffusion s'il s'effectue dans une cloison poreuse continuellement traversée par ces fluides.

Je devais m'assurer, au préalable, par des essais préliminaires, avant d'opérer avec d'autres appareils spéciaux sur un gaz quelconque et une vapeur quelconque, si j'obtiendrais une action chimique appréciable : la seule indiquée dans le premier cas était la formation des produits d'oxydation de l'azote.

Ces essais renouvelés à de nombreuses reprises, et à de longs intervalles, afin de me tenir en garde contre les émanations possibles du laboratoire, m'ont révélé la formation d'acides nitreux et nitrique, dont la production et les proportions relatives semblent dépendre, soit de la nature du corps poreux, soit de la rapidité de l'opération. Quoi qu'il en soit, il ne s'en forme que de faibles quantités, et l'expérience doit être un peu prolongée pour qu'on obtienne des résultats évidents.

Il y a inconvénient à laisser dans l'appareil un excès de liquide qui retarde le départ, distille d'abord, et noie le produit formé.

Il faut éviter aussi de chauffer trop au delà de la température d'ébullition du liquide : si le mouvement se trouve précipité, l'action chimique s'accomplit moins bien, dans une limite de temps insuffisante.

En modérant l'action de la chaleur, et par conséquent l'émission de la vapeur, on peut régler l'opération, la ralentir, et se placer dans les meilleures conditions pour recueillir les produits formés, ou suivre les phases diverses d'une action chimique.

Suivant le cas, on pourra ainsi, en opposant de l'air à de la vapeur d'eau, obtenir de l'acide nitreux ou de l'acide nitrique; en opposant de l'oxygène à un alcool, obtenir l'aldéhyde ou l'acide correspondant.

En opérant avec des tubes en graphite, j'ai pu constater dans le liquide récepteur la présence de produits cyanogénés, que j'ai attribués, à première vue, à quelque impureté du charbon.

J'ai remplacé ces tubes par des récipients en terre poreuse imprégnés de charbon pur dans toute leur masse, ce qu'on obtient aisément en les chauffant à plusieurs reprises en vase clos, après les avoir imbibés chaque fois de sirop de sucre.

J'ai constaté de nouveau, dans ces conditions, la formation de l'acide cyanique, ce qui prouverait l'énergie des actions moléculaires de cette nature; la matière même du dialyseur se trouvant entamée, je compte poursuivre d'autres recherches dans ce sens, par l'emploi de vases poreux imprégnés de substances solides, telles que le soufre, le sélénium, certains composés organiques.

Je ferai néanmoins, pour ces expériences, une réserve à laquelle je n'ai songé qu'après coup.

La combustion du gaz d'éclairage s'accompagne de traces de produits nitrogénés, en flamme non éclairante, et cyanogénés en flamme éclairante, comme j'ai pu le reconnaître dans une étude sur les produits de combustion de quelques flammes qui a concordé avec ces recherches. Cependant, pour la plupart de ces expériences les appareils étaient disposés dans une sorte d'étuve à bains de sable et à l'abri autant que possible des gaz du foyer. Elles seront reprises dans d'autres conditions afin d'écarter cette cause éventuelle d'erreur.

Les corps organiques, en général plus fragiles que les composés minéraux, se prêtent mieux aussi aux expériences de ce genre.

La production rapide d'acide formique et d'aldéhyde avec trace d'acide acétique, dans la dialyse avec l'air des vapeurs d'alcools méthylique et éthylique, ne laisse guère de doute touchant les actions chimiques ainsi provoquées. Ces composés ne sauraient provenir du foyer, surtout dans les limites de temps nécessaires à l'apparition du phénomène.

Les premiers résultats très nets, sauf les objections précitées, que

j'ai obtenus datent de près de quatre ans. J'ai dû interrompre, à diverses reprises, faute de temps, ou par raison de santé, ces recherches qui ont eu, dès cette époque, des confidents et comme témoins ceux qui ont accès dans mon laboratoire. Je les ai reprises depuis peu, avec l'intention de les continuer.

Si je fais aujourd'hui cette communication trop incomplète, à la fois tardive et un peu anticipée, en raison du petit nombre de faits que j'ai à présenter pour le moment, c'est surtout pour signaler les résultats déjà anciens que je possède, et pouvoir poursuivre, en toute quiétude et liberté d'esprit, des études qui m'auront coûté beaucoup de temps et quelque peine.

Je tiens donc à faire constater une priorité que je me crois acquise réellement pour la démonstration et l'application de l'action chimique dépendant de la dialyse, ou diffusion simultanée, *entre un gaz ou un mélange gazeux et une vapeur*, à travers une paroi poreuse ; et en particulier, la production, dans ces circonstances, des composés oxygénés de l'azote.

On comprend, en effet, qu'on puisse entrevoir dans l'ensemble des phénomènes qui en découlent une méthode nouvelle de synthèse chimique qui pourrait peut-être offrir quelque intérêt, dans le cas où d'autres faits venant la confirmer justifieraient mes prévisions.

— M. Merget demande à présenter quelques observations au sujet de la communication précédente.

Depuis le commencement du mois de novembre 1888, M. Bordier a entrepris au laboratoire de physique de la Faculté de médecine une série de recherches sur la nitrification dans le sol arable, dont il s'est attaché à reproduire expérimentalement les phénomènes physiques en opérant sur des sols artificiels ou naturels, dans lesquels il entretient, par thermodiffusion, une circulation continue d'air atmosphérique et de vapeur d'eau.

En procédant ainsi et en remplissant d'abord ses appareils thermodiffuseurs de sable, de ponce et de briques concassées, lavés préalablement avec le plus grand soin et humectés d'une solution de potasse, M. Bordier a constaté qu'il y avait formation d'acide azotique ; il ignorait alors absolument qu'une pareille constatation eût été faite par M. Figuier.

Pendant que celui-ci d'ailleurs s'est borné à une simple reconnaissance qualitative de l'acide nitrique formé, M. Bordier a dosé rigoureusement cet acide partout où il l'a rencontré et il est prêt à exposer devant la Société ses méthodes et ses résultats.

Séance du 4 avril 1889. — M. Hautreux entretient la Société du rôle des bancs de sable dans la navigation de la Garonne; ses conclusions sont les suivantes : il y aurait lieu d'établir des digues le long des différents bancs ci-dessous, afin d'assurer aux passes une profondeur toujours suffisante :

Passes.	Longueur des digues.	Profondeur des digues.	Prix des digues.
Bacalan...........	1,400 mètres.	4m66	75,000f
Cariette et Bassens.	4,400 —	4 86	220,000
Le Caillou.........	2,200 —	4 87	110,000
Bec-d'Ambès.......	4,000 —	5 20	200,000
Total.......	12,000 mètres.		605,000f

Une expérience pourrait d'ailleurs être tentée dans le bras de Macau.

— M. Bordier fait ensuite la communication suivante :

La solubilité du camphre dans l'eau est indiquée dans les traités de chimie d'une manière vague et différente suivant les auteurs. Pour les uns, ce corps est peu soluble (Riche, Berthelot et Jungfleisch); pour les autres, 1 gramme se dissout dans 1,000 grammes d'eau (Wurtz, A. Gauthier).

D'après le Codex de 1867, l'eau camphrée, préparée en agitant 10 grammes de camphre pulvérisé dans 1,000 grammes d'eau, en renfermerait, après filtration, 3gr30.

Dans le formulaire du Dr Jeannel, ancien professeur de thérapeutique et de matière médicale à l'École de médecine de Bordeaux, on lit que « l'eau camphrée ne retient en réalité que 0gr75 de camphre ».

Le Codex de 1884 indique dans ses tables de solubilité que 1 partie de camphre est soluble dans 840 parties d'eau à 15°, ce qui porte la solubilité à 1gr19 p. 1,000.

Ayant remarqué que l'eau camphrée est active sur la lumière polarisée, ce qui n'est pas signalé dans les ouvrages, j'ai pensé à mettre cette action à profit pour déterminer d'une façon bien nette la solubilité du camphre dans l'eau.

J'ai commencé par faire l'étude polarimétrique de cette eau.

1° Pour savoir si les solutions aqueuses de camphre suivent la loi de Biot relative à la proportionnalité des rotations avec les poids, j'ai mis, d'une part, 1 gramme de camphre dans 1,000 centimètres cubes d'eau à 15°; d'autre part, 0gr5 dans le même volume d'eau, à la même température. La première solution examinée au

polarimètre, sous une épaisseur de 50 centimètres, a fait tourner le plan de polarisation de 12′ à droite. La seconde solution, sous la même épaisseur, a imprimé une rotation de 6′, c'est-à-dire la moitié de celle produite par la première.

On a donc le droit d'appliquer la formule

$$p = \frac{\alpha . V.}{[\alpha] . l.},$$

dans laquelle α est la rotation observée, V le volume de la dissolution, $[\alpha]$ le pouvoir rotatoire moléculaire du camphre en solution aqueuse, l l'épaisseur sous laquelle le liquide actif est examiné.

2° J'ai ensuite déterminé le pouvoir rotatoire moléculaire du camphre dissous dans l'eau : la solution à 1 p. 1,000 donnant une rotation de 12′, sous une épaisseur de 50 centimètres, on a

$$[\alpha] = \frac{12 \times 1000}{1 \times 50} = 240' = 4^\circ.$$

Il n'y a plus qu'à chercher la rotation imprimée par une solution *saturée* de camphre, pour connaître la solubilité de ce corps. La saturation a été jugée complète, lorsque la déviation du plan de polarisation n'a plus augmenté. Cette déviation stationnaire, sous une épaisseur de 50 centimètres, est de 18′ à droite.

Par suite

$$p = \frac{18 \times 1000}{240 \times 50} = 1^{gr}500.$$

Ainsi, un litre d'eau à 15° dissout $1^{gr}50$ de camphre.

Comme vérification de l'exactitude de la loi de Biot, j'ai étendu 100 centimètres cubes de la solution saturée d'un égal volume d'eau à 15°. La rotation observée a été exactement de 9′, c'est-à-dire la moitié de celle obtenue avec la solution primitive.

Cette méthode de détermination de la solubilité du camphre a été soumise au contrôle de la balance : 2 grammes de camphre concassé ont été mis dans 1,000 centimètres cubes d'eau ; après dix-huit jours, la solution étant saturée, j'ai placé les fragments en excès sous une cloche en présence de chaux vive, de façon à les bien dessécher. Leur poids a été trouvé égal à $0^{gr}498$.

Par conséquent, il s'est dissous

$$2 \text{ grammes} - 0^{gr}498 = 1^{gr}502.$$

Pratiquement, on peut donc fixer la solubilité du camphre à 1gr50 par litre d'eau.

D'après ces données, la préparation la plus simple de l'eau camphrée consiste à mettre 1gr50 de camphre pulvérisé dans un litre d'eau et à laisser la solution se faire d'elle-même.

Mais la dissolution du camphre exige un certain temps. L'eau camphrée est bien plus tôt préparée en ajoutant à un litre d'eau un excès d'alcool camphré, 20 grammes par exemple. Le camphre est précipité de sa solution alcoolique à un état qui permet son mouillage par l'eau ; ce qui favorise l'action dissolvante de celle-ci. En agitant de temps en temps, on a, après deux ou trois heures, une eau qui dévie le plan de polarisation du même angle que l'eau saturée de camphre. La faible quantité d'alcool ajouté n'augmente pas sensiblement la solubilité.

Si cette façon d'opérer est expéditive, elle a l'inconvénient, au point de vue pharmaceutique, d'introduire dans l'eau camphrée un liquide étranger, l'alcool.

La connaissance de la solubilité du camphre renseigne le médecin sur le titre de l'eau camphrée : 20 grammes contiennent 0gr03 de camphre.

Il sera alors facile, lorsqu'on prescrira cette eau, de savoir la quantité de camphre que l'on fait absorber au malade.

Séance du 2 mai 1889. — M. Pionchon développe les considérations générales qu'il avait présentées dans une précédente séance au sujet de la *dilatation linéaire des corps solides.*

L'étude de la dilatation linéaire des corps solides est une question que l'on pourrait croire à peu près épuisée, en songeant qu'elle est depuis plus d'un siècle l'objet d'expériences presque ininterrompues. On s'aperçoit, au contraire, qu'elle est à peine entamée, si l'on compare à son énoncé général les solutions qui en ont été obtenues jusqu'ici. Les méthodes de Smiaton (1754), Lavoisier et Laplace (1781-82), Roy et Ramsden (1785), Deluc, Borda, Dulong et Petit (1818), manquent de la généralité désirable, et parce qu'elles exigent du corps à étudier des dimensions trop grandes, et parce qu'elles ne peuvent mettre en œuvre que de faibles variations de température. Les méthodes de Pouillet et de M. Lechatelier (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* novembre 1888) sont applicables à des intervalles de températures quelconques, mais elles exigent aussi que le corps soit d'assez grandes dimensions. La nécessité d'opérer sur des tiges n'ayant pas moins d'un déci-

mètre tient à la précision trop limitée de l'appareil de mesure employé dans toutes ces méthodes, appareil qui est directement ou indirectement la vis micrométrique. La précision de cet appareil est faible eu égard à la petitesse des variations de longueur à observer. Toutes ces méthodes tiennent écartés des mesures de dilatation la majeure partie des corps, et justement les plus intéressants, les cristaux, qui ne sont observables qu'en petits fragments.

Quelle sera la méthode de mesure des dilatations qui se pliera aux exigences d'une étude générale, c'est-à-dire qui sera capable d'accuser les variations extrêmement petites éprouvées par une dimension de quelques millimètres seulement d'un corps quelconque éprouvant une variation de température quelconque?

Cette méthode existe; c'est une méthode optique fondée sur l'observation de franges d'interférences analogues aux anneaux de Newton. L'idée première en paraît due à Jerichau, ainsi que le montre une note de ce physicien insérée dans le 4ᵉ volume du *Répertoire d'optique*, de l'abbé Moigno (1850, p. 1481). M. Fizeau (1864) l'a appliquée à la mesure des dilatations de tous les corps solides, et en particulier des cristaux, entre la température ordinaire et 70° environ. Le dispositif à l'aide duquel il a mis en œuvre cette méthode ne conviendrait pas pour les températures élevées, car l'appareil employé ne serait pas de dimensions assez petites. En effet, en raison de l'impossibilité de réaliser une température élevée qui soit uniforme dans un espace un peu grand, on est dans la nécessité de n'user que de champs calorifiques d'une très petite étendue. Pour plier à cette condition la méthode optique en question, qui s'impose, tant à cause de sa précision que de sa généralité, j'ai cherché à réduire le plus possible les dimensions de l'appareil producteur des franges.

Au-dessus d'un miroir plan constitué par une lame de quartz de 3 millimètres d'épaisseur, une lentille plan-convexe, également en quartz, est soutenue de façon que les différents points de sa surface plane, tournée vers le miroir, soient à des distances extrêmement peu différentes du miroir. Le support de la lentille est constitué par un fragment même du corps que l'on veut étudier. A cet effet, ce fragment a la forme d'une bague cylindrique d'environ 2 centimètres de diamètre. Un faisceau de lumière monochromatique étant dirigé normalement sur la lentille, on aperçoit en plaçant l'œil en un point convenable du faisceau réfléchi, une série de franges à l'intérieur d'un champ lumineux circulaire limité par la bague. J'ai pu, sans difficulté, préparer moi-même des bagues

métalliques à bases suffisamment planes et parallèles pour obtenir des franges même lorsque la hauteur de ces bagues atteignait 1 centimètre. Le diamètre de la lentille n'est que de $2^c,5$; la somme des épaisseurs des trois objets superposés : miroir, bague, lentille, ne dépasse pas $1^c,5$; le tout n'occupe donc qu'un espace de 4 ou 5 centimètres carrés. On voit qu'il n'est guère possible de souhaiter un appareil de dimensions plus réduites.

Lorsque la température du système varie, la hauteur de la bague, c'est-à-dire la distance de la face plane de la lentille au miroir, varie et les franges se déplacent. De ce déplacement on déduit la variation de l'épaisseur de la lame d'air où se produisent les franges, c'est-à-dire la dilatation en hauteur de la bague, à l'aide de la formule

$$n\Delta e + e\Delta n = f\frac{\lambda}{2},$$

e étant l'épaisseur initiale et Δe sa variation;

n étant l'indice de réfraction de l'air et Δn sa variation;

f étant le nombre de franges déplacées;

λ enfin, étant la longueur d'onde de la lumière employée ($\lambda = 0^{mm},000590$ si l'on emploie la lumière jaune de la lampe à alcool salé).

L'étude d'une bague (par exemple en fer ou en platine) étant faite, on peut se dispenser de donner aux échantillons des autres substances la même forme, ce qui serait, dans certains cas, difficile ou même impossible. Il suffit de placer à l'intérieur de la première bague, conservée comme support de la lentille, un disque à face supérieure réfléchissante, taillé dans la substance à étudier et ayant une hauteur un peu inférieure à celle de la bague. Les franges se produisent alors entre la lentille et ce disque, et l'effet observé, lorsque la température varie, est dû à la différence des dilatations de la bague et du disque.

Tel est l'appareil qu'il faut porter à des températures croissantes aussi élevées que possible et exactement repérées. Les fours à gaz permettent d'obtenir aisément un champ calorifique d'une intensité aussi grande que l'on veut jusqu'à la limite de résistance des appareils. Un pyromètre électrique, constitué soit par un couple thermo-électrique, dont on observera la force électromotrice, soit par un fil de platine dont on mesurera la résistance, est tout indiqué pour déterminer la température dans la petite région du champ calorifique que l'on doit utiliser. D'ailleurs, ce

champ calorifique peut être produit à l'intérieur d'une enceinte métallique privée d'air, afin d'éviter les altérations auxquelles seraient sujettes la plupart des substances à étudier.

Avant de faire usage de la méthode que je viens de décrire pour entreprendre des recherches nouvelles, je devais naturellement l'éprouver en l'appliquant à retrouver les résultats obtenus dans l'intervalle de 0° à 100° par d'autres observateurs, en particulier par M. Fizeau. Le tableau suivant résume deux de ces expériences d'essai qui ont porté sur le quartz et sur le fer.

	e	t	T	$\frac{t+T}{2}$	$-e\Delta n$	f	Coefficient moyen de dilatation. α Observé.	Calculé
I. Quartz perpendiculaire à l'axe (en forme de bague).	5mm,111	13°,66	97°,25	55°,65	0,00032194	10,6	0,0000080577	0,0000081267 (1)
II. Fer doux du Berry (en forme de bague).	5mm,135	13°,125	97°,3	55°,20	0,00032633	17	0,000012333	0,000012381 (2)

Ces résultats montrent d'abord qu'à l'aide du dispositif simple que j'ai indiqué, les expériences de M. Fizeau peuvent être reproduites avec la plus grande facilité. Ils m'ont paru assez satisfaisants pour m'engager à tenter par ce moyen l'étude de la dilatation linéaire des corps solides amorphes et cristallisés, aux températures élevées.

Le quartz et le fer sont les premiers corps que je compte examiner en raison des changements d'état qu'ils éprouvent, ainsi que l'ont indiqué mes recherches calorimétriques antérieures (3). Ces deux substances, d'ailleurs, ne sont probablement pas les seules qui montreront de semblables particularités, et l'étude générale des diverses propriétés des corps solides jusqu'aux températures élevées fournira probablement bon nombre de résultats intéressants, en retour des efforts qu'elle aura coûté.

— M. Brunel montre comment l'existence de cycles astronomiques est étroitement liée à la théorie des fractions continues.

Le problème de la détermination des périodes astronomiques peut, d'une façon générale, être énoncé comme il suit :

Soient $e_1, e_2, \ldots, e_n$ des quantités quelconques, déterminer des nombres entiers $p_1, p_2, \ldots, p_n$ tels que l'on ait

$$p_1 e_1 \doteq p_2 e_2 \doteq \ldots \doteq p_n e_n;$$

(1) *Annuaire du Bureau des longitudes*, 1889, p. 547.
(2) *Ibid.*, p. 545.
(3) Voir *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences*, 21 juin 1886 et 7 mai 1888.

le signe $\doteq$ indiquant qu'il y a entre les quantités qu'il réunit non pas nécessairement égalité, mais au moins égalité approchée ou voisinage. Ce signe se lit *égale approximativement* ou bien *voisin de*.

L'emploi des fractions continues donne, lorsque n est égal à 2, la plus grande approximation possible, et l'on peut dire qu'en ayant recours à des réduites d'ordre de plus en plus élevé, l'approximation tend à devenir une égalité, le point inférieur du signe $\doteq$ s'élargit et tend à devenir une barre égale à la barre supérieure.

Si n est supérieur à deux, les fractions continues trouvent encore leur emploi, pourvu que l'on ait recours à la proposition suivante.

Lorsque l'on a

$$e \doteq \frac{a}{b} \doteq \frac{a'}{b'},$$

on a également

$$e \doteq \frac{ma + m'a'}{mb + m'b'}.$$

En partant de là nous pourrions déduire des fractions continues obtenues par la considération des rapports deux à deux de l'année tropique, T, de la révolution synodique, S, de la révolution anomalistique, A, et de la révolution draconitique, D, tous les cycles qui ont été successivement proposés.

Nous prendrons pour ces nombres les valeurs suivantes :

S = 29,530589 jours.
A = 27,554600 —
D = 27,212222 —
T = 365,2422 —

Les développements en fractions continues nous donnent alors :

$$\frac{T}{S} \doteq \frac{1}{0} \doteq \frac{12}{1} \doteq \frac{25}{2} \doteq \frac{37}{3} \doteq \frac{99}{8} \doteq \frac{136}{11} \doteq \frac{235}{19} \doteq \frac{3896}{315} \doteq \frac{4131}{334} \doteq \frac{24551}{1985} \doteq \ldots,$$

$$\frac{T}{A} \doteq \frac{1}{0} \doteq \frac{13}{1} \doteq \frac{40}{3} \doteq \frac{53}{4} \doteq \frac{623}{47} \doteq \frac{2545}{192} \doteq \frac{5713}{431} \doteq \frac{8258}{623} \doteq \frac{88293}{6661} \doteq \frac{96551}{7284} \doteq \ldots,$$

$$\frac{T}{D} \doteq \frac{1}{0} \doteq \frac{13}{1} \doteq \frac{27}{2} \doteq \frac{67}{5} \doteq \frac{94}{7} \doteq \frac{255}{19} \doteq \frac{604}{45} \doteq \frac{859}{64} \doteq \frac{1463}{109} \doteq \frac{6711}{500} \doteq \frac{8174}{609} \doteq \frac{14885}{1109} \doteq \ldots,$$

$$\frac{S}{A} \doteq \frac{1}{0} \doteq \frac{1}{1} \doteq \frac{14}{13} \doteq \frac{15}{14} \doteq \frac{269}{251} \doteq \frac{2974}{2775} \doteq \frac{6217}{5801} \doteq \frac{15408}{14377} \doteq \frac{21625}{20178} \doteq \ldots,$$

$$\frac{S}{D} \doteq \frac{1}{0} \doteq \frac{1}{1} \doteq \frac{12}{11} \doteq \frac{38}{35} \doteq \frac{51}{47} \doteq \frac{242}{223} \doteq \frac{777}{716} \doteq \frac{4904}{4519} \doteq \frac{5681}{5235} \doteq \frac{124205}{114454} \doteq \ldots,$$

$$\frac{A}{D} \doteq \frac{1}{0} \doteq \frac{1}{1} \doteq \frac{80}{79} \doteq \frac{161}{159} \doteq \frac{2012}{1987} \doteq \frac{58509}{57782} \doteq \frac{119030}{117551} \doteq \ldots.$$

Nous avons alors, par exemple :

$$\frac{T}{S} \doteq \frac{99}{8},$$

et d'autre part

$$\frac{S}{A} \doteq \frac{7.15+1}{7.14+1} \doteq \frac{106}{99};$$

on a donc

(I) $$8T \doteq 99S \doteq 106A,$$

égalités approchées qui constituent le cycle de Cléostrate.

Le même procédé s'applique à tous les cycles cités par Houzeau et Lancaster dans leur *Vade-Mecum de l'Astronome.*

$$\frac{T}{S} \doteq \frac{235}{19}, \qquad \frac{S}{A} = \frac{269-15-2}{251-14-2} \doteq \frac{252}{235};$$

et par suite

(II) $19T \doteq 235S \doteq 252A$. (Cycle de Méton.)

$$\frac{S}{A} \doteq \frac{269}{251};$$

(III) $251S \doteq 269A$. (Cycle anomalistique.)

$$\frac{T}{S} \doteq \frac{4.235}{4.19} \doteq \frac{940}{76}, \qquad \frac{S}{A} \doteq \frac{4.269-5.14+1}{4.251-5.13+1} \doteq \frac{1007}{940};$$

(IV) $76T \doteq 940S \doteq 1007A$. (Cycle de Callipe.)

$$\frac{T}{S} \doteq \frac{16.235}{16.19} \doteq \frac{3760}{304}, \quad \frac{S}{A} \doteq \frac{2974+4.269-15-5}{2775+4.251-14-5} \doteq \frac{4030}{3760};$$

(V) $304T \doteq 3760S \doteq 4030A$. (1er Cycle d'Hipparque.)

$$\frac{T}{S} \doteq \frac{4131+136}{334+11} \doteq \frac{4267}{345}, \quad \frac{S}{A} \doteq \frac{17.269}{17.251} \doteq \frac{4573}{4267};$$

(VI) $345T \doteq 4267S \doteq 4573A$. (2e Cycle d'Hipparque.)

Les mêmes considérations s'appliquent aux cycles représentés par les égalités approchées qui suivent :

(VII) $532T \doteq 6580S \doteq 7052A$. (Période de Denys.)

(VIII) $600T \doteq 7424S \doteq 7953A$. (Période du Neros.)

(IX) $2835T \doteq 35065S \doteq 37579A$. (Période de Gibert.)

(X) $11600T \doteq 143472S \doteq 153761A$. (Période de Cassini.)

Il en est encore de même si l'on prend en considération l'année draconitique.

On a par exemple :

$$\frac{S}{D} \doteq \frac{242}{223}, \quad \frac{A}{D} \doteq \frac{161+80+1}{159+79+1} = \frac{242}{239}, \quad \frac{T}{S} \doteq \frac{235-12}{19-1} \doteq \frac{223}{18}.$$

(XI) $18T \doteq 223S \doteq 239A \doteq 242D.$ (Période chaldaïque.)

On retrouve également par ce procédé les autres périodes données dans le *Vade-Mecum*.

(XII) $307T \doteq 3803S \doteq 4127D \doteq 4076A.$ (Période de Utting.)
(XIII) $441T \doteq 5458S \doteq 5923D \doteq 5849A.$ (Période d'Hipparque.)
(XIV) $521T \doteq 6444S \doteq 6993D \doteq 6906A.$ (Période de Pingré.)
(XV) $557T \doteq 6890S \doteq 7477D \doteq 7384A.$ (2e Période chaldaïque.)

La grande période chaldaïque dont nous a entretenus M. P. Tannery est donnée par les égalités approchées :

$$\frac{S}{D} \doteq \frac{4.5681+2.777-51}{4.5235+2.716-47} \doteq \frac{24227}{22325}, \quad \frac{A}{D} \doteq \frac{12.2012+80+3}{12.1987+79+3} \doteq \frac{24227}{23926},$$
$$\frac{T}{D} \doteq \frac{3.8174-255-27-13}{3.609-19-2-1} \doteq \frac{24227}{1805};$$

(XVI) $1805T \doteq 22325S \doteq 24227D \doteq 23926A.$

Séance du 16 mai 1889. — M. Joannis présente à la Société l'appareil qu'il emploie pour liquéfier le gaz ammoniac, ainsi qu'un appareil destiné à obtenir des températures basses et constantes par la volatilisation sous pression constante du gaz ammoniac liquéfié.

L'appareil à liquéfier l'ammoniaque se compose d'une chaudière, d'une colonne desséchante, et d'un condenseur; la chaudière et le condenseur sont d'anciennes bouteilles à mercure en fer munies d'un robinet conique à vis; la colonne desséchante qui contient de la soude récemment fondue, et les tubes de communication sont faits avec les tubes en fer qui servent maintenant à la canalisation du gaz. La chaudière porte un robinet purgeur communiquant avec un tube descendant jusqu'au fond; une pompe aspirante et foulante permet d'alimenter à intervalles réguliers la chaudière avec une solution concentrée d'ammoniaque, pendant que l'on expulse à l'aide d'un robinet purgeur une quantité équivalente d'ammoniaque épuisée. Un manomètre à air comprimé en verre donne la pression;

elle se maintient suivant la température du condenseur entre 6 et 8 atmosphères. On peut, à l'aide de cet appareil, obtenir environ 200 à 250 centimètres cubes d'ammoniac liquéfié par heure.

L'appareil destiné à donner des températures basses et constantes se compose de deux cylindres en fer concentriques fermés par deux couronnes plates également en fer; la base supérieure porte deux robinets dont l'un conique, à vis, est muni d'un ajustage qui permet de l'adapter, soit directement à l'appareil producteur d'ammoniaque, soit au récipient du premier appareil, de façon à transvaser l'ammoniac liquide que celui-ci contient. Un niveau en verre permet de se rendre compte de ce que contient l'appareil à un moment donné, sa capacité est un peu supérieure à un litre. Le tube central vide sert à mettre les corps que l'on veut refroidir; on le remplit pour cela d'un liquide ne gelant pas et l'on met l'appareil, à l'aide d'un robinet à vis, en communication par un tube de plomb avec un petit appareil en verre destiné à laisser échapper le gaz ammoniac sous pression constante; celui-ci se compose d'un cylindre contenant du mercure et de l'eau acidulée; il communique à l'aide de trois tubes munis chacun d'un robinet: 1° avec le récipient ammoniac par un tube plongeant dans le mercure ; 2° avec un tube en caoutchouc entouré de fil de fer, qui se termine par un réservoir; 3° avec l'extérieur; le tube en caoutchouc est plein de mercure ainsi que le réservoir; ce dernier est placé à une hauteur que l'on varie à volonté, de façon à obtenir la pression et par suite la température désirée. Une fois celle-ci atteinte, l'ammoniac qui se dégage à travers le mercure est constamment soumis à la même pression qu'une colonne de mercure invariable et il se dissout dans l'eau acidulée; lorsque celle-ci est saturée, le robinet sert à l'expulser et à en remettre de nouvelle. Pendant cette opération qui est de courte durée, la température varie peu, mais elle revient ensuite à la même valeur que précédemment quand on rouvre le robinet de dégagement de l'ammoniaque. Cet appareil permet d'obtenir des températures constantes comprises entre le zéro et le point de l'ébullition de l'ammoniaque sous la pression atmosphérique (— 38°,5, d'après Regnault.) On peut même dépasser cette température en mettant le réservoir du tube de caoutchouc à un niveau inférieur à celui de l'appareil en verre.

— M. P. Tannery présente les observations suivantes, au sujet du problème traité par M. Brunel dans la séance précédente, et des données empruntées par son savant collègue au *Vade-Mecum de l'Astronome* de Houzeau.

Le tableau des cycles des phases lunaires (pages 581-582) est présenté par Houzeau comme si la constitution de ces cycles avait eu pour objet la solution du problème traité par M. Brunel :

Trouver trois nombres simples p, q, r, tels que

$$pJ = qS = rA,$$

J, S, A étant respectivement les durées de l'année julienne, de la révolution synodique et de la révolution anomalistique.

Houzeau confond évidemment deux sortes de cycles : 1° ceux où l'on a cherché à obtenir aussi exactement que possible

$$pJ \doteq qS;$$

2° ceux où l'on a cherché au contraire

$$qS = rA.$$

En écartant la période de Cassini, où J est remplacé par la durée de l'année grégorienne, les premiers cycles se réduisent à deux, ceux que Houzeau met sous les noms de Cléostrate et de Méton, car ceux de Callippe, le premier d'Hipparque et la période dite de Denys sont simplement des multiples du cycle de Méton. Or, ni Cléostrate ni Méton ne se sont certainement préoccupés de l'anomalie de la lune.

Les périodes du *neros* et de Gibert sont trop erronées pour entrer en ligne de compte.

Quant aux cycles du second groupe, Houzeau paraît revendiquer comme lui appartenant le cycle anomalistique qui appartient à Hipparque et que Ptolémée mentionne expressément. Ce que Houzeau appelle le deuxième cycle d'Hipparque est, en fait, le multiple par 17 de ce cycle anomalistique.

Or, en faisant cette multiplication, Hipparque a précisément cherché une solution pratique du problème posé par M. Brunel avec cette différence toutefois qu'il a cherché à obtenir la relation

$$qS = rA$$

avec une très grande approximation, tandis qu'il s'est contenté, pour la relation

$$pJ = qS,$$

d'une approximation beaucoup moins grande, qui suffisait à l'objet qu'il avait en vue.

Ayant déterminé des nombres q_1, r_1 tels qu'il satisfît à la condition

$$q_1 S = r_1 A,$$

Hipparque a cherché un nombre m, tel qu'il eût sensiblement

$$pJ = mq_1 S.$$

Il est clair que $\frac{p}{m}$ peut être obtenu comme réduite du développement de $\frac{q_1 S}{J}$ en fraction continue.

Quant aux cycles que Houzeau appelle écliptiques (page 581), il est aisé de voir qu'ils ne répondent pas davantage au problème posé par M. Brunel.

Séance du 6 juin 1889. — MM. Chavannaz et Le Houchu sont élus membres titulaires de la Société.

— M. Bordier entretient la Société de l'étude de quelques circonstances particulières du mécanisme de la nitrification dans le sol et en particulier de la formation d'acide azotique dans le cas de la circulation de l'air dans le sol humide.

Cloëz, qui a fait des recherches dans ce sens, est arrivé à des conclusions admises comme classiques et qui sont : « *La porosité seule ne suffit pas à produire l'union de l'azote à l'oxygène de l'air*, excepté dans le cas où les substances poreuses contiennent une matière oxydable. »

La méthode employée par Cloëz consistait à faire passer un courant d'air dans des flacons de 10 litres de capacité contenant des matières poreuses concassées en fragments gros comme des noisettes et humectées préalablement avec de l'eau alcaline ou trempées dans une bouillie de carbonate de chaux.

L'expérience dura huit mois; le volume de l'air qui traversa les appareils fut de 160,000 litres.

Dans ces conditions, il est évident que la circulation de l'air se faisait par les points de moindre résistance, c'est-à-dire entre les fragments, sans que l'air pénétrât dans les substances poreuses.

J'ai employé le mode de circulation de Cloëz, en forçant le fluide aérien à entrer dans les matières poreuses et pulvérulentes; mais j'ai aussi, et surtout, employé comme moyen de circulation de l'air la *thermodiffusion*, faisant ainsi varier les conditions de température.

M. le professeur Merget a communiqué à la Société ses belles expériences sur la thermodiffusion, dans la séance du 3 avril 1879.

Dans cette communication, M. Merget disait que « l'air qui sort d'un thermodiffuseur est légèrement ozonisé et qu'un de ses appareils avait pu contenir assez de nitrates pour donner des efflorescences (1). »

« La thermodiffusion, continuait M. Merget, est donc accompa- » gnée de phénomènes chimiques sensibles. »

C'est la continuation des recherches, faites à ce point de vue, que M. Merget m'a proposée comme sujet d'étude.

En tassant fortement les corps pulvérulents afin de produire le phénomène de la thermodiffusion, on force les gaz à circuler dans des espaces capillaires très restreints, en même temps qu'il y a conflit avec la vapeur d'eau qui sort en sens inverse. Il se produit des frottements qui peuvent être une cause de l'ozonisation que M. Merget a constatée dans les végétaux.

Dans ces conditions particulières de frottement, de chaleur et d'humidité, on peut penser que la circulation de l'air donne naissance à des équilibres chimiques différents de l'équilibre initial.

D'où une aptitude spéciale créée aux gaz pour engendrer des combinaisons diverses.

J'ai cherché à reproduire dans des appareils de laboratoire ce qui se passe dans le sol en exagérant les conditions de température afin de hâter les résultats et de les rendre plus sensibles. Comme thermodiffuseurs, j'ai employé des cornues poreuses en terre réfractaire peu cuite, dans lesquelles j'introduisais des sols artificiels, c'est-à-dire des substances absolument inertes, incapables de subir des oxydations et n'agissant que par leur porosité, tels que du sable fin, de la ponce pilée, de la brique blanche concassée, etc.

Pour éviter de chauffer directement les appareils, je les ai placés dans des manchons métalliques ayant grossièrement la forme de la cornue. C'est alors la chaleur rayonnée par le manchon qui produit l'échauffement du thermodiffuseur.

La température indiquée par le thermomètre, passant dans la tubulure des cornues, n'a jamais été supérieure à 110°.

La recherche qualitative de l'acide nitrique ne suffisait pas et ne renseignait pas sur la marche de la nitrification produite par la thermodiffusion : il fallait des dosages.

(1) Le même phénomène a été constaté par un physicien de grand mérite, M. Neyreneuf de Caën.

Le principe de la méthode que j'ai suivie et qui donne d'excellents résultats dans le cas du dosage de l'acide nitrique d'une eau, repose sur la transformation, en présence de l'acide sulfurique, du phénol ordinaire en trinitrophénol ou acide picrique.

$$C^6H^5,OH + 3AzO^3H = C^6H^2(AzO^2)^3,OH + 3H^2O.$$

On fait ensuite passer l'acide picrique à l'état de picrate d'ammoniaque, dont la coloration jaune est très intense.

On compare la teinte obtenue, comme l'ont fait MM. Grandval et Lajoux, à celle fournie par une solution titrée d'azotate de potassium pur, en se servant d'un colorimètre.

Dans mes expériences, l'humidité de la masse poreuse était obtenue en introduisant dans la cornue 100 centimètres cubes d'eau distillée, matin et soir, la thermodiffusion marchait jour et nuit.

Cette eau d'imbibition entraîne dans les parois de la cornue une certaine quantité d'azotate pris à la substance pulvérulente qui la remplit.

Il était donc utile, après chaque expérience, de savoir ce que la cornue contenait d'acide nitrique provenant de cet entraînement, pour le reporter à celui trouvé dans la matière pulvérulente. Or, la terre dont sont faites les cornues poreuses, étant peu cuite, renferme d'avance de l'acide nitrique en quantité qui n'est pas négligeable. Pour en connaître le poids, je détachais le col de chaque cornue et je m'en servais pour effectuer le dosage de l'acide nitrique. La teneur moyenne en AzO^3H de cette terre de cornue est de 3 à 5 milligrammes par kilogramme.

En même temps que j'ai employé la thermodiffusion, j'ai essayé de produire la circulation de l'air dans les corps poreux et pulvérulents par aspiration, au moyen d'une trompe à eau.

J'ai pris une cornue poreuse remplie de sable fin, lavé, calciné et humecté par une dissolution de 10 grammes de potasse pure. Le col de la cornue avait été détaché pour le dosage de l'acide nitrique de la terre.

La partie inférieure de la trompe qui communiquait avec la masse poreuse, portait un tube de caoutchouc aboutissant dans une cuve à eau; on pouvait alors connaître le volume de l'air aspiré, qu'on réglait à volonté en ouvrant plus ou moins le robinet d'eau.

L'aspiration a duré douze jours.

RÉSULTAT DE L'ANALYSE :

Acide nitrique AzO^3H contenu dans	la cornue pesant 570 grammes (avant l'expérience).	$1^{mgr}42$
	.... (après l'expérience).	2 63
	Gain......	1 10
	le sable pesant 725 grammes......................	$3^{mgr}55$
	TOTAL...........	$4^{mgr}66$

Le poids d'azotate de potasse formé dans cette expérience est de $7^{mgr}46$.

Une expérience de thermodiffusion avait été installée en même temps que l'expérience d'aspiration ; j'avais pris une cornue identique, remplie du même sable, humecté de la même potasse. Le volume d'air ayant circulé dans les deux cas a été le même (environ 580 litres).

RÉSULTAT DE L'ANALYSE :

Acide nitrique AzO^3H contenu dans	la cornue pesant 582 grammes (avant l'expérience).	$1^{mgr}89$
	.... (après l'expérience).	9 13
	Gain.....	7 24
	le sable pesant 728 grammes......................	$20^{mgr}66$
	TOTAL...........	$27^{mgr}90$

La quantité correspondante de nitrate de potasse, formé dans cette expérience est de $44^{mgr}82$.

Pour ne pas avoir de doutes sur l'efficacité de la disposition employée pour préserver les thermodiffuseurs des produits nitrés de la combustion du gaz du fourneau, j'ai placé une cornue poreuse préparée comme les précédentes dans une étuve de Wiesnegg, émaillée à l'intérieur, fermée de toutes parts et communiquant par l'ouverture supérieure avec une éprouvette renfermant de la ponce humectée de potasse, afin de débarrasser l'air de l'acide nitrique qu'il pouvait contenir.

La thermodiffusion a duré douze jours.

RÉSULTAT DE L'ANALYSE :

Acide nitrique AzO^3H contenu dans	la cornue pesant 580 grammes (avant l'expérience),	2^{mgr} »
	.... (après l'expérience).	4 33
	Gain......	2 33
	le sable pesant 720 grammes......................	$20^{mgr}23$
	TOTAL.........	$22^{mgr}56$

Le poids d'azotate de potasse formé est de $36^{mgr}17$.

Ce résultat prouve que la nitrification obtenue lorsque la cornue

est dans le manchon protecteur, est due à la thermodiffusion et non pas à des causes perturbatrices diverses.

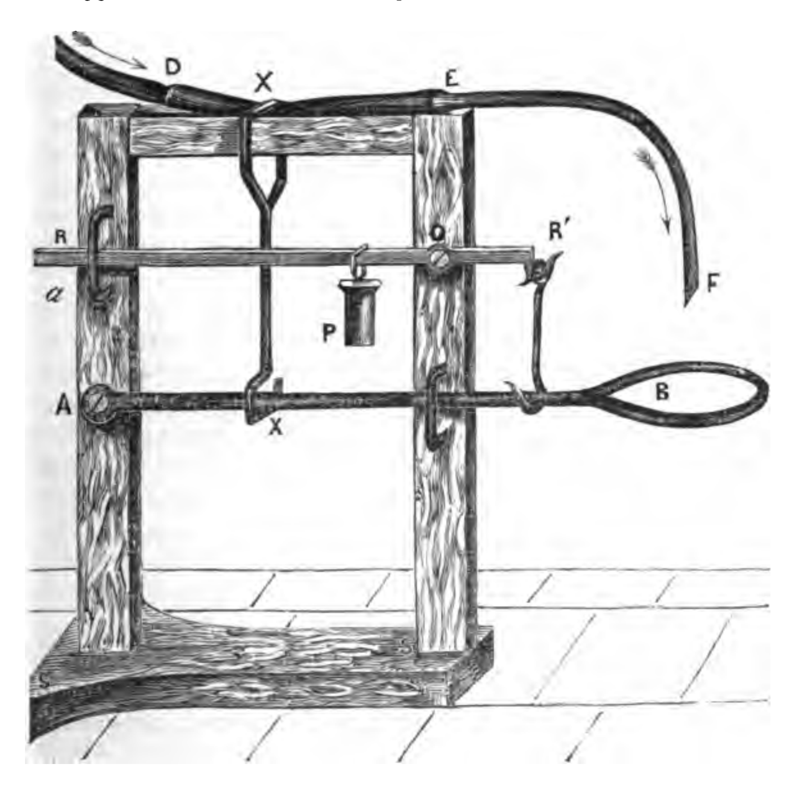
D'autres expériences ont été faites en employant des sols artificiels variés et en les mélangeant à des substances différentes ayant pour but de fixer l'acide nitrique produit.

J'ai choisi de préférence les matières que l'on rencontre le plus fréquemment dans la terre, telles que les carbonates alcalins, la potasse, la chaux, la magnésie, l'alumine.

Il s'est toujours formé des nitrates pendant la thermodiffusion, dans des proportions variant entre 7 et 30 milligrammes.

— M. Gayon présente ensuite à la Société un appareil automatique pour les opérations et les filtrations continues, imaginé par M. Blarez.

L'appareil, dont voici la description, est un instrument automa-



tique, permettant, une fois qu'il est réglé, d'effectuer, sans surveil lance aucune, l'évaporation de grandes quantités de liquides, dans

une capsule de petite dimension. Ce même appareil sert aussi pour des filtrations continues et pour le lavage méthodique des précipités.

Un levier formé d'une tige métallique AB est fixé par une articulation en A sur un support approprié SS. Cette tige est terminée en B par un anneau métallique qui peut ainsi s'élever ou s'abaisser librement, en effectuant un mouvement de rotation autour du point A comme centre.

Dans l'état normal, la tige AB est maintenue horizontale, grâce à l'adjonction d'une véritable balance romaine ROR' placée au-dessus, et dont le poids mobile P permettra de faire équilibre à tout ce que l'on placera sur l'anneau B — capsules vides ou plus ou moins pleines de liquides, entonnoirs, etc.

Supposons d'abord que l'on veuille évaporer un liquide dans une petite capsule de platine. — On placera ce liquide dans un vase quelconque, par exemple dans un flacon de Mariotte, mais au-dessus du support SS, et par un tube en verre ou en caoutchouc, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un siphon, on amènera le liquide en D, à l'extrémité d'un petit tube en caoutchouc couché horizontalement sur la surface étroite de la partie supérieure du support SS. En E, ce même tube en caoutchouc est continué par un tube en verre EF, de telle sorte que le liquide se déversera dans la capsule placée en B, au-dessus de quelques doubles de toile métallique. Au milieu de sa longueur, le tube en caoutchouc DE est plus ou moins comprimé par un crochet métallique XX, réuni à la tige AB. Lorsque le poids de la capsule et du liquide qui y est déversé est suffisant, le caoutchouc est assez fortement serré pour qu'il ne laisse plus passer de liquide. On règle l'appareil en faisant mouvoir le poids P sur la romaine ROR', de manière à équilibrer la capsule et son contenu. Les choses étant en cet état, on chauffe la capsule. Lorsque l'évaporation commence, l'équilibre se détruit, le poids P l'emporte, le levier AB se soulève, le crochet XX décomprime le caoutchouc DE, et le liquide s'écoule par F jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli. En continuant à chauffer, les mêmes phénomènes se reproduisent alternativement, et le système fonctionne tant que le liquide à évaporer ne sera pas épuisé. Si le feu vient à s'éteindre, l'écoulement s'arrêtera. Si le liquide dans le réservoir est épuisé, le poids P produisant de plus en plus son effet, l'extrémité R de la romaine ROR' s'abaissera et viendra établir un contact électrique *a* qui fera fonctionner une sonnerie, alors on retirera le feu.

Lorsque la quantité de liquide à évaporer est inférieure à un

litre, on peut disposer le récipient sur le support SS ; une allonge ordinaire de verre convient très bien à cet effet.

Pour filtrer, on remplace la capsule évaporatoire par un entonnoir muni d'un filtre, et l'on place le liquide trouble dans le récipient; l'opération marche de la même façon.

Séance du 20 juin 1889. — M. Rodier communique à la Société le résultat de ses recherches sur quelques sphérocristaux nouvellement observés par lui.

L'inuline a été découverte en 1804 par Valentin Rose, mais sa cristallisation sous l'influence des déshydratants n'a été connue que beaucoup plus tard. C'est Nägeli, qui a le premier décrit dans l'*Acetabularia mediterranea* des sphérocristaux; en 1864, J. Sachs découvrit que dans des fragments de plantes inulifères plongés dans de l'alcool, l'inuline se montre au bout de quelque temps sous forme de sphérocristaux identiques à ceux qu'avait décrits Nägeli. Depuis lors, les découvertes se multiplièrent, et un grand nombre de botanistes observèrent et décrivirent des sphérocristaux constitués par d'autres substances que l'inuline. M. Romuald Pirotta (1), à la fin d'un mémoire sur les sphérocristaux du *Pithecoctenium clematideum* (Gris.), divise en deux catégories les sphérocristaux connus jusqu'alors (1886).

1° Les sphérocristaux de nature inorganique : oxalates de chaux, de magnésie; sulfates de chaux, de magnésie; phosphates de chaux, de magnésie, etc.

2° Les sphérocristaux de nature organique : inuline, hespéridine, égline, glycirhizine, alcaloïdes, leucine, etc.

Dans les deux groupes se trouvent des sphérocristaux dont la composition chimique est encore inconnue. C'est le cas de ceux du *Pithecoctenium clematideum*. C'est le cas aussi de ceux que j'ai observés dans le *Senecio vulgaris* L., le *Senecio cineraria* D. C., le *Brassica rapa* L., le *Pandanus utilis* et le *Dracœna fragrans*. Toutes ces productions ont pris naissance dans des fragments de plantes plongés pendant des semaines et des mois dans l'alcool à 93° ou même dans l'alcool absolu.

Les sphérocristaux du *Pandanus utilis* sont très rares et assez petits; ceux du *Dracœna fragrans* sont au contraire très nombreux et très beaux. Je ne puis parler de leur nature et de leurs propriétés, car leur étude est à peine entamée. Les sphérocristaux du

(1) Sugli sferocristalli del *Pithecoctenium clematideum* (Gris.) del prof. R. Pirotta. (*Annuario del R. Istituto botanico di Roma.* Anno II, 1886, p. 65.)

séneçon (*S. vulgaris* L.) sont répandus dans tous les tissus de la tige, sauf l'épiderme ; ils sont formés d'une matière jaune qui paraît différenciée, amorphe au centre et cristallisée à la périphérie ; le tout est recouvert d'une mince enveloppe. Dans la lumière polarisée, les nicols étant croisés, ces formations laissent apercevoir une croix noire.

L'action de la chaleur et de divers réactifs me donnent à penser :

1° Que l'enveloppe est de nature organique ;

2° Que la matière amorphe centrale contient des substances organiques ;

3° Que les sphérocristaux contiennent de la chaux dans leur masse.

Ces productions sont très facilement solubles dans l'eau froide. Elles se dissolvent sans dégagement de gaz ni précipité dans les acides acétique, chlorhydrique et nitrique.

En même temps que les sphérocristaux, certaines tiges aériennes de séneçon contiennent de l'inuline.

Les sphérocristaux de la rave (*Brassica rapa* L.) sont plus petits que ceux du séneçon. Ils paraissent aussi cristallisés à la périphérie, mais d'une façon moins nette. Leur couleur est un brun plus ou moins foncé. Ils se comportent à peu près de la même manière que les sphérocristaux du séneçon vis-à-vis des réactifs, en particulier vis-à-vis des acides minéraux. J'espère pouvoir donner dans une prochaine communication de plus longs détails sur les formations analogues du *Pandanus utilis* et du *Dracæna fragrans*.

— M. Joannis fait la communication suivante sur le sodammonium et le potassammonium.

La constitution des sels ammoniacaux, très différente de celle des sels de potasse avec lesquels ils sont isomorphes, quand on y considère le groupe AzH^3, s'explique très bien quand on y considère le groupe AzH^4. La théorie de l'ammonium, établie par Ampère, a reçu de la découverte des ammoniaques composées une confirmation éclatante. La chimie organique comprend des types de la famille $Az\left\{\begin{matrix}R\\R'\\R'\end{matrix}\right.$ et $Az\left|\begin{matrix}R\\R'\\R'\\R''\end{matrix}\right.$ O,HO. La chimie minérale comprend aussi des types que l'on peut considérer comme appartenant à la même famille ; par exemple le *précipité blanc* peut s'écrire $\left.\begin{matrix}Hg\\Hg\\H\\H\end{matrix}\right\}AzCl$; les sels d'argent et de platine ammonicaux, les sulfates

ammoniacaux sont nombreux. Ces derniers que nous prendrons pour exemple, ont pour formule

$$S^2O^6,2MO,(AzH^3)^x$$

que l'on peut écrire, si x est égal à 1 ou à 2,

$$S^2O^6\left\{\begin{array}{l} Az\left|\begin{array}{l}H\\H\\H\\H\end{array}\right. O \\ MO \end{array}\right. \quad \text{ou} \quad S^2O^6\left\{\begin{array}{l} Az\left|\begin{array}{l}H\\H\\H\\M\end{array}\right. O \\ Az\left|\begin{array}{l}H\\H\\H\\M\end{array}\right. O \end{array}\right.$$

Si x est plus grand que 2, il suffira d'ajouter $(x-2)$ fois AzH^3 à $(x-2)$ équivalents d'hydrogène, ce qui reviendrait à remplacer cet hydrogène par de l'ammonium. On voit donc que, quel que soit x, la formule de ces corps peut être considérée comme dérivant de l'ammonium.

Les composés découverts et étudiés par M. Troost (chlorures, bromures, iodures, etc., d'ammonium ammoniacaux) rentrent dans la même catégorie. Ainsi les sels AzH^3HI ; $2AzH^3,HI$; $4AzH^3,HI$; $7AzH^3,HI$ peuvent s'écrire

$$Az\left|\begin{array}{l}H\\H\\H\\H\end{array}\right. I \; ; \quad Az\left|\begin{array}{l}H\\H\\H\\AzH^4\end{array}\right. I \; ; \quad Az\left|\begin{array}{l}H\\AzH^4\\AzH^4\\AzH^4\end{array}\right. I \; ; \quad Az\left|\begin{array}{l}AzH^4\\AzH^4\\AzH^4\\ Az\left|\begin{array}{l}H\\H\\AzH^4\\AzH^4\end{array}\right.\end{array}\right. I$$

Il existe donc de nombreux sels appartenant à la famille de l'ammonium. Quant à l'ammonium lui-même, on a essayé de préparer son amalgame. Berzélius et de Pontin, d'une part, Seebeck, de l'autre, ont fait à ce sujet des expériences bien connues, mais peu convaincantes. Il est au contraire très facile de préparer un ammonium dérivé de l'ammonium AzH^4 par la substitution d'un équivalent de potassium ou de sodium à un équivalent d'hydrogène. Un physicien anglais, Gore, l'a obtenu le premier : en essayant l'action dissolvante du gaz ammoniac liquéfié, il constata que les métaux alcalins s'y dissolvaient. Weyl a repris cette étude en 1864 et a annoncé qu'il y avait là une combinaison ; il lui donne la formule AzH^3K en se fondant sur des déterminations faites par une méthode

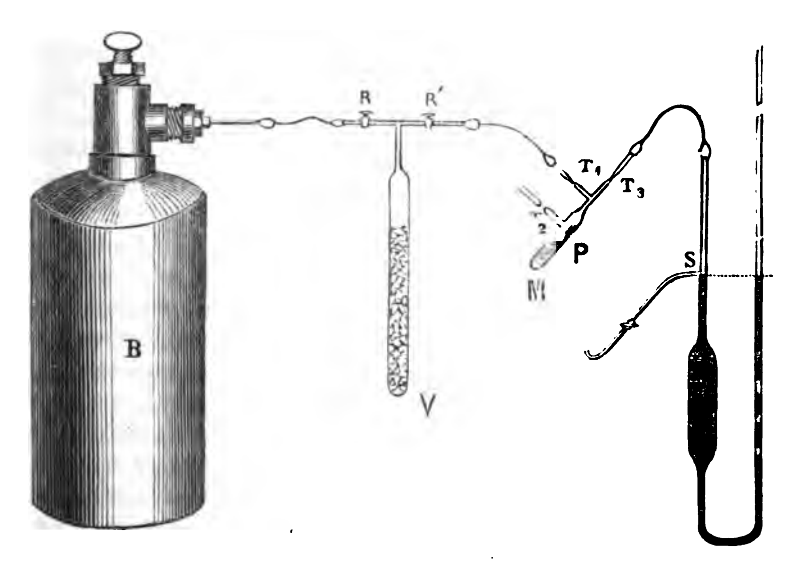
absolument défectueuse et erronée. Il décrit cet ammonium comme un liquide très mobile. Seeley est depuis arrivé à cette conclusion que c'était un mélange et non une combinaison.

J'ai repris cette étude dans le but de fixer la composition de ce corps et pour étudier aussi les réactions que pourrait donner ce nouveau métal alcalin composé. Je n'ai pas l'intention d'énumérer ici les diverses réactions que je dois essayer; il me suffira de faire remarquer que l'on peut essayer d'employer ce nouveau métal dans toutes les réactions où l'on emploie le potassium; sa dissolution saturée étant très fluide, on pourra réaliser à basse température un certain nombre de substitutions. J'ai déjà essayé son action sur le chlorure de baryum et le chlorure d'aluminium; il se produit des réactions que je me réserve de décrire plus tard. Il sera aussi intéressant de chercher à préparer par double décomposition l'ammonium d'hydrogène; l'expérience a été tentée par Weyl, mais d'une façon qui ne permet aucune affirmation. Il y aura lieu aussi de rechercher si des sels correspondent à ces ammoniums.

On pourra remplacer dans ces expériences sur l'ammoniac le potassium avec des corps tels que $AzHK^2$ pour avoir des ammoniums d'une autre espèce. J'ai aussi l'intention d'étudier au même point de vue le phosphure d'hydrogène. Je me bornerai aujourd'hui à exposer les recherches que j'ai faites pour déterminer la formule de ce corps. J'avais pour cela à ma disposition deux méthodes: la dissociation et la thermochimie. Je m'occuperai aujourd'hui seulement de la dissociation.

Après un certain nombre d'essais, je me suis arrêté à l'appareil suivant : il consiste en une bouteille en fer pleine d'AzH^3 liquéfiée, communiquant avec un tube plein de potasse dans lequel l'ammoniaque venait se condenser et perdre ses dernières traces d'eau; on la volatilisait de nouveau dans des appareils en verre contenant le sodium ou le potassium; ce tube communiquait d'autre part avec un récipient de verre M muni de trois tubes T_1, T_2, T_3; T_1 communiquant avec R', T_2 était ouvert au début et servait à introduire le métal alcalin, T_3 communiquait avec un manomètre à mercure à air libre. En S était soudé un tube muni d'un robinet servant à laisser dégager l'ammoniac. Au début, le mercure dans le manomètre est au niveau du tube S pour que l'on puisse facilement expulser tout l'air de l'appareil. Pour faire une expérience, on ouvrait à l'aide du robinet à vis la bouteille B pendant que l'on refroidissait V, le robinet R étant ouvert et R' fermé. L'ammoniac distillait de B vers V, s'y liquéfiait et restait en contact une ou deux heures avec

la soude; il achevait de s'y dessécher. En fermant alors R et ouvrant doucement R′, on balayait tout l'air de l'appareil à l'aide d'un courant d'ammoniac qui sortait au début par T_2, puis par le robinet S alors ouvert. On introduisait alors le sodium ou le potassium maintenu liquide dans une atmosphère d'hydrogène en l'aspirant à l'aide d'un tube effilé, et le laissant ensuite couler de ce tube dans le tube M à l'aide du tube T_2; on fermait ensuite celui-ci à la lampe. On fermait alors le robinet S; on refroidissait M. Le gaz ammoniac agissant alors à basse température et sous pression donnait avec le globule P de potassium un liquide qui coulait au bas du tube; on introduisait ainsi un grand excès d'ammoniaque, par exemple 20 équivalents pour un de métal alcalin. Il fallait pour faire des mesures fermer T_1 à la lampe; pour cela on ramenait la pression indiquée par le manomètre à être inférieure à la pression atmosphérique d'un centimètre environ (on y parvenait facilement en refroidissant le tube M par un jet de chlorure de méthyle). A ce moment on pouvait fermer T_1 à la lampe; le tube M était alors mis à température constante, on mesurait la pression donnée par le manomètre, puis on laissait échapper par S une quantité d'ammoniaque que l'on déterminait soit par son volume, soit en le recueillant dans un acide titré.



Sans entrer ici dans le détail de mes expériences, voici les résultats obtenus :

1° La pression diminue rapidement quand on retire de l'ammoniac;

2° A partir d'un certain moment elle devient constante, elle est de 170 centimètres de mercure avec le sodium à 0° et de 7 centimètres de mercure avec le potassium à la même température. La composition du liquide obtenu avec le sodium dans ces conditions est représentée par la formule $Na + 5,3AzH^3$.

3° Cette composition n'est pas constante quand on fait varier la température; lorsque celle-ci croît, le composé liquide possédant une tension constante est de plus en plus riche en ammoniaque.

4° En enlevant encore du gaz, on constate qu'il se dépose un corps solide ayant la même couleur, rouge intense, et le même éclat métallique que le liquide; lorsqu'il ne reste plus de liquide et que le corps n'est pas encore décomposé, sa formule est AzH^3Na (ou AzH^3K pour le potassium). Ces divers phénomènes peuvent s'expliquer ainsi : D'abord, dans la première période de l'expérience où la tension du gaz diminue tandis que l'on enlève de l'ammoniac, on peut considérer le phénomène comme étant soit une dissolution du gaz ammoniac dans un composé supposé liquide, soit une solution d'un corps solide dans l'ammoniac liquéfié. La première hypothèse n'est pas juste; en effet, si l'on retranche de la quantité totale d'ammoniaque que contient le liquide au moment où sa tension devient constante, celle qui s'y trouve à l'état de dissolution (car on peut calculer cette dernière en s'appuyant sur la loi de solubilité des gaz et sur la figure de la courbe des tensions variables), on constate que l'on n'arrive pas à la même formule pour le corps liquide supposé en opérant à diverses températures. La seconde hypothèse est, au contraire, d'accord avec tous les faits observés : en effet, l'existence du corps solide est manifeste quand il ne reste que AzH^3Na dans le tube. Si on enlève du gaz, la solution se concentrera et sa tension de vapeur diminuera, comme cela a toujours lieu; à partir d'un certain moment la solution sera saturée; si on enlève encore de l'ammoniac, la tension restera constante, car la solution ne changera pas; elle restera saturée, mais du sodammonium se déposera; quand tout le liquide aura disparu, le solide se dissociera; sa tension de dissociation est alors égale à la tension de vapeur du liquide saturé. C'est là un fait qui n'est peut-être pas isolé, et j'ai l'intention de rechercher si certains hydrates solides ont une tension de dissociation égale à la tension de vapeur de leurs solutions saturées.

Le point délicat, pour établir avec précision la composition du

corps solide, consiste à saisir nettement le point exact où la dernière trace du liquide disparaît. Avec des précautions, j'étais arrivé à trouver qu'il fallait plus de 0 éq.,95 d'ammoniaque et moins de 1 éq., 3 pour 1 équivalent de métal alcalin. J'ai réussi depuis à resserrer ces limites en observant le critérium suivant pour préciser la disparition totale du liquide : l'appareil dont je me servais se composait d'un tube muni d'un robinet : il contenait le sodammonium ou le potassammonium. On le pesait, puis on ouvrait le robinet, de façon à laisser échapper de l'ammoniac, et on le pesait de nouveau; quand il ne restait plus qu'une goutte de liquide, on ne laissait sortir que très peu d'ammoniac à la fois et on le pesait après chaque expulsion de ce gaz. Pour voir le moment où il n'y a plus de liquide, on plaçait le bas de l'appareil dans la glace, de façon que la partie du tube du robinet, tapissée intérieurement de sodammonium, émergeait de quelques millimètres au-dessus de la glace, on chauffait avec les doigts cette petite partie; en cet endroit, il se formait un anneau de sodium; on plongeait alors de nouveau tout l'appareil dans la glace en le renversant, de façon que l'anneau de sodium se trouvât à la partie inférieure; s'il y avait encore une trace de liquide dans le tube, tout le sodium blanc reprend la couleur cuivre rouge du sodammonium; s'il n'y avait pas de liquide en excès, une partie du sodium redonnait du sodammonium en réabsorbant l'ammoniac dégagé quand on avait chauffé avec les doigts, mais il restait un anneau de sodium blanc. Pour donner une idée de la précision de cette méthode, je citerai le nombre suivant : dans une expérience où un anneau de potassium d'environ 1 millimètre d'épaisseur, restait la proportion d'ammoniac était 0 éq., 99 pour 1 éq. de potassium. Ayant alors retiré 2 centigrammes d'ammoniac (il y avait $1^{gr}26$ de potassium) l'anneau blanc de métal alcalin avait non plus 1 millimètre, mais plus de 30 millimètres de hauteur. La composition des corps étudiés est donc bien (pour le potassammonium) AzH^3K et AzH^3Na (pour le sodammonium).

5° Ces corps ont des propriétés physiques très curieuses que j'ai déjà étudiées, mais à l'aide d'une méthode imparfaite que j'ai remplacée. Ils réfléchissent la lumière blanche d'une façon très différente, selon l'incidence. Cette propriété, signalée d'une façon incidente par Weyl, mérite, je crois, d'être étudiée avec soin. Sous l'incidence rasante, la lumière réfléchie est d'un vert jaunâtre; sous l'incidence normale, elle est d'un rouge magnifique plus beau que celui du cuivre. Sous l'incidence de 45°, elle est mordorée;

dans toutes les incidences, le corps a, d'ailleurs, un aspect métallique, mais qui varie du vert au rouge. La dissolution saturée de ces corps dans l'ammoniaque liquéfiée a, d'ailleurs, les mêmes couleurs; la dissolution étendue est bleu indigo; c'est la couleur de ces ammoniums solides vus par transparence sous une petite épaisseur; la dissolution presque saturée a un éclat métallique faible; elle paraît bleue sous l'incidence normale, violacée sous l'incidence rasante. Je crois que ce corps doit ses propriétés optiques si intéressantes à ce que, tout en étant opaque, il est cependant transparent sous des épaisseurs notablement plus grandes que celles sous lesquelles les autres métaux sont transparents.

6° Le sodium abandonné par la dissociation du sodammonium présente des faces réfléchissantes très brillantes, dont quelques-unes sont des losanges; mais je pense que ce ne sont pas des cristaux de sodium; en effet, le sodammonium solide est lui-même cristallisé, et si, fixant une de ses facettes, on continue à la regarder pendant que l'on enlève de l'ammoniac, la face reste réfléchissante en prenant le ton blanc du sodium; c'est donc une sorte d'épigénie.

Tels sont les principaux faits dont je désirais entretenir la Société; j'espère lui présenter bientôt le résultat de mes recherches, déjà commencées sur les propriétés physiques et chimiques de ces ammoniums; la détermination de la chaleur de formation de ces corps sera probablement l'objet d'une prochaine communication.

Séance du 4 juillet 1889. — M. Brunel fait une communication sur la détermination par l'emploi du calcul symbolique des coefficients qui apparaissent dans l'équation différentielle d'ordre n qui est la généralisation de l'équation du second ordre à laquelle satisfait la série hypergéométrique.

Le tableau des coefficients s'obtient sous forme de tableau analogue au triangle de Pascal dont les termes satisfont à une équation aux différences finies de forme excessivement simple.

Séance du 25 juillet 1889. — M. Gayon annonce à la Société qu'un de ses membres, M. Dubourg, vient de subir avec succès les épreuves du doctorat ès ciences physiques devant la Faculté des Sciences de Paris. Le mémoire de M. Dubourg fait partie du tome V (3e série) des *Mémoires* de la Société.

— M. Morisot entretient la Société d'une pile nouvelle conservant pendant plus d'un jour, et sans qu'on y change rien, une inten-

sité constante et une force électromotrice supérieure à celle d'un Bunsen.

Dans cette pile le zinc amalgamé, au lieu de plonger dans de l'acide sulfurique étendu ou dans du sulfate de zinc, baigne dans une dissolution de *sulfate de magnésie*, de densité 1,20 environ, c'est-à-dire presque saturée à la température ordinaire.

Le charbon plonge dans un liquide dépolarisant séparé du premier liquide par un vase en terre poreuse. Ce liquide est composé ainsi : un volume d'acide sulfurique normal, mêlé à deux volumes d'eau, est ensuite saturé de bichromate de potasse. Sa densité, après refroidissement et au moment de l'employer, est d'environ 1,38. Comme on le voit, il est beaucoup plus riche en acide sulfurique que le dépolarisant des piles de Poggendorff plus ou moins modifiées. Une réserve de bichromate, contenu dans un entonnoir qui plonge dans le liquide, maintient la saturation.

Un couple de cette nature a été comparé à un couple Bunsen. M. Morisot a représenté, par un graphique qu'il présente à la Société, les principaux résultats de cette étude. En voici le résumé.

1° Couple Bunsen.

Le charbon était entouré d'acide azotique de densité 1,33; le zinc amalgamé, de sulfate de zinc (D=1,245) de préférence à l'acide sulfurique étendu qui, sans donner plus d'intensité, produit au début une vive effervescence avec surcroît inutile de dépense de zinc.

La résistance extérieure était de 10 ohms, comme dans toutes les expériences de cette étude. On peut négliger la résistance du galvanomètre traversé par une très petite fraction du courant. En effet, ce galvanomètre est shunté au centième, et, de plus, on a établi, outre le shunt, une seconde dérivation n'offrant qu'une résistance d'un dixième d'ohm.

Dans ces conditions communes à toutes les observations considérées ici, le coupe Bunsen a donné les résultats suivants :

INTENSITÉ

Au début	169	milliampères.
Après une demi-heure	172	—
— une heure	172	—
— deux heures	171	—
— quatre heures	165	—
— huit heures	158	—
— douze heures	156	—
— vingt-quatre heures	148	—

La diminution d'intensité, sensible dès la deuxième heure, et rapide ensuite, atteint $\frac{24}{172}$, soit 0,139 de la valeur maxima.

FORCE ÉLECTROMOTRICE

Au début	1^{volt},79
Après une demi-heure	1 ,82
— une heure	1 ,81
— deux heures	1 ,78
— quatre heures	1 ,74
— huit heures	1 ,68
— douze heures	1 ,64
— vingt-quatre heures	1 ,57

La diminution de force électromotrice est de $\frac{25}{182}$, soit 0,137 de la valeur maxima. On remarquera que l'affaiblissement se manifeste très vite et prend rapidement une valeur notable.

DÉPENSE ET RENDEMENT

Le zinc, pesé au début, et après quarante-huit heures d'action, avait perdu 30 grammes, soit $\frac{30}{48}$ ou $0^{gr}625$ par heure. En admettant une intensité moyenne de 160 milliampères, on aurait pour dépense théorique : $0,160 \times 3600 \times 0^{gr}000341$, soit $0^{gr}186$ de zinc.

Le rendement est donc $\frac{186}{625}$ ou 0,298.

Il eût été moindre encore si, au début, on avait employé, au lieu de sulfate de zinc, de l'eau acidulée qui eût, sans aucun avantage, augmenté la dépense de zinc.

2° Couple étudié.

M. Morisot a expérimenté plusieurs dispositifs, par exemple le dispositif ordinaire en cylindres concentriques. Il a trouvé préférable le dispositif suivant.

Dans un vase poreux de section aplatie (contenant environ 200 centimètres cubes de sulfate magnésien dissous), baigne un zinc amalgamé plat dont la surface plongée est de 8 centimètres sur 12 de chaque côté. Sur les deux faces du diaphragme poreux s'appuient deux plaques de charbon de cornue, de même superficie plongée que le zinc, communiquant entre elles, et plongeant dans le dépolarisant ci-dessus décrit. Voici les résultats observés:

INTENSITÉ

Au début	134 milliampères.
Après une demi-heure	174 —
— une heure	190 —
— deux heures	192 —
— quatre heures	192 —
— huit heures	192 —
— douze heures	191 —
— vingt-quatre heures	189 —

L'intensité maxima se maintient une dizaine d'heures, et le décroissement ultérieur est très faible; soit $\frac{3}{192}$ ou 0,016 de la valeur maxima.

Le retard signalé dans l'établissement du régime maximum peut être évité en employant, au lieu de sulfate de magnésie neuf et pur, du sel ayant déjà servi, qui se trouve mêlé de sulfate de zinc.

FORCE ÉLECTROMOTRICE

Au début	$2^{volts},04$
Après une demi-heure	2 ,05
— une heure	2 ,07
— deux heures	2 ,07
— quatre heures	2 ,07
— huit heures	2 ,065
— douze heures	2 ,065
— vingt-quatre heures	2 ,065

Valeur sensiblement constante à partir de la première heure, le décroissement étant seulement, en vingt-quatre heures, de $\frac{5}{2070}$ ou 0,0024 de la valeur maxima.

DÉPENSE ET RENDEMENT

Le zinc pesé avant l'action et après vingt-neuf heures de marche avait perdu 8 grammes, soit $\frac{8}{29}$ ou $0^{gr}278$ par heure.

La dépense théorique, pour une intensité moyenne de 190 milliampères est : $0,190 \times 3600 \times 0,000341$, soit $0^{gr}233$ de zinc. Le rendement est donc de : $\frac{233}{278}$ ou 0,838, il est presque triple du rendement d'un Bunsen.

Les expériences et mesures rapportées dans la présente communication concordent avec un très grand nombre d'observations

antérieures, qui ont permis à M. Morisot d'établir les résultats généraux suivants :

1° L'emploi du *sulfate de magnésie* en dissolution concentrée autour du zinc procure une intensité et une force électromotrice longtemps constantes, en même temps qu'une notable économie de zinc.

2° L'addition d'acide sulfurique en excès dans le dépolarisant tend à grandir la force électromotrice et l'intensité. On peut les maintenir sensiblement constantes non plus seulement pendant vingt-quatre heures, mais pendant plusieurs jours, à l'aide d'un renouvellement ramenant le *même liquide* de plus en plus acidulé, pour réparer son affaiblissement par l'hydrogène.

Quand on atteint une concentration très forte ($D = 1{,}65$), on obtient une force électromotrice pouvant aller jusqu'à $2^{\text{volts}},33$, mais aussi une résistance plus grande. C'est un inconvénient si le circuit extérieur est de faible résistance, comme dans les cas actuellement rappelés. Ce n'en est plus un quand le circuit extérieur est très résistant, comme dans les lignes télégraphiques ou dans les expériences que M. Morisot avait exposées à la Société en décembre 1887. Dans ces cas, il est bon d'accroître la densité de la dissolution magnésienne en y ajoutant du sulfate de zinc, ce qui peut porter la densité à 1,35.

Le sel magnésique peut servir presque indéfiniment si, par une évaporation plus ou moins rapide, on fait cristalliser le sel; l'alun de chrôme qui s'y était mêlé reste dans la liqueur.

Quant au liquide dépolarisant, il peut servir plusieurs fois, moyennant addition successive ou graduelle d'acide sulfurique.

M. Morisot se propose de continuer l'étude de la pile dont il signale aujourd'hui les principaux caractères.

— M. Joannis présente à la Société l'appareil qui lui a servi à déterminer les chaleurs de formation du potassammonium et du sodammonium. Les résultats obtenus peuvent se traduire par les équations suivantes :

$K_{\text{solide}} + AzH^3$ (gaz sous la pression 760^{mm}) $= AzH^3K$ dégage $+ 6{,}3$

$Na_{\text{solide}} + AzH^3$ (gaz sous la pression 760^{mm}) $= AzH^3Na$ dégage $+ 5{,}2$

Il résulte de ces nombres que dans les réactions où ces ammoniums agiront, le gaz ammoniac devenant libre sans donner lieu à des réactions secondaires, la réaction sera un peu moins énergique que celle des matières alcalines; dans les réactions où l'ammoniac

mis en liberté simultanément pourra donner lieu à une action secondaire, ces ammoniums se comporteront au contraire d'une façon plus énergique que les métaux alcalins. Ces prévisions de la théorie thermochimique seront d'ailleurs ultérieurement soumises au contrôle de l'expérience.

Il y a lieu de remarquer que dans le cas où les réactions se feront sous une pression H, il sera nécessaire de retrancher des nombres donnés plus haut la quantité de chaleur que dégage l'équivalent d'ammoniac quand on élève sa pression depuis la pression atmosphérique jusqu'à la pression H. Des expériences spéciales seront faites prochainement pour déterminer cette quantité en fonction de H.

— M. Pionchon communique à la Société les nouveaux résultats qu'il vient d'obtenir en poursuivant l'étude calorimétrique du cristal de roche. Cette étude consiste, comme on sait, à déterminer la quantité de chaleur q_0^t abandonnée par 1 gramme de cette substance pour passer, en quelques minutes, par suite de son immersion dans un calorimètre de la température t à la température de 0°. Lorsque t a une valeur comprise entre 400° environ et 547°, ou bien entre 700° environ et 1185°, des expériences communiquées à la Société l'année dernière ont montré que la quantité q_0^t est donnée par la formule suivante :

$$(1) \qquad q_0^t = -26^c,57 + 0^c,305\,t.$$

On aurait pu croire que dans la région intermédiaire de l'échelle des températures, c'est-à-dire de 547° à 700° euviron, les quantités de chaleur devaient être représentées par la même formule; il n'en est rien. Dans cet intervalle, auquel se rapportent les expériences que M. Pionchon présente à la Société, les quantités de chaleur sont toutes plus grandes que celles qu'on déduirait de cette formule; elles sont représentées par la formule suivante :

$$(2) \qquad q_0^t = -23^c,77 + 0^c,305\,t.$$

Puisque, pris dans cet intervalle de températures, le quartz abandonne pour passer à 0° une quantité de chaleur qui n'est pas représentée par la formule (1), il est dans un état particulier qu'on doit distinguer de l'état auquel convient la formule (1). Mais le coefficient de t étant le même dans les deux formules, il est à remarquer que la chaleur spécifique du corps dans l'état (2) ne dif-

fère pas de celle qui correspond à l'état (1) immédiatement avant et après le changement d'état. C'est un fait qui paraît être assez général; après un changement d'état brusque, un corps présente sensiblement la même chaleur spécifique qu'aux températures voisines de ce changement d'état. C'est ce que M. Pionchon avait trouvé, par exemple, en comparant les chaleurs spécifiques de l'étain et de l'argent immédiatement avant et après la fusion.

Le changement d'état du quartz dont il s'agit ici paraît bien être brusque, car pour $t = 544^\circ$ c'est la première formule qui représente la quantité q_0^t donnée par l'expérience, tandis que pour $t = 550^\circ$ c'est la seconde. C'est donc dans le petit intervalle de température de 6° compris entre 544° et 550° qu'a lieu le changement d'état. On peut, à moins de 3°, fixer ce point critique à 547°.

La température à laquelle a lieu le retour de la formule (2) à la formule (1) n'est pas encore aussi exactement déterminée. Cette détermination est l'objet d'expériences encore en cours d'exécution. La température en question paraît voisine de 700°.

Ces résultats expliquent l'anomalie rencontrée vers 550° par M. Lechâtelier dans une récente étude sur la dilatation du quartz. La méthode employée par ce physicien n'est pas assez précise pour permettre l'étude suivie et d'étaillée du phénomène. Au contraire, la méthode que M. Pionchon a fait connaître dans une précédente communication présente toute la délicatesse désirable. Aussi M. Pionchon compte-t-il l'appliquer avec succès à l'étude du curieux changement d'état que ses expériences calorimétriques viennent de mettre hors de doute.

— M. Brunel entretient la Société du Congrès de *Bibliographie des sciences mathématiques*, qui vient de s'ouvrir à Paris depuis quelques jours.

Il est excessivement important pour les mathématiciens d'avoir à leur disposition une bibliographie aussi complète que possible des différentes questions dont se sont jusqu'ici occupés les géomètres. Mais le travail qu'exige la rédaction d'une œuvre de cette nature est immense; la marche à suivre ne s'impose pas d'elle-même; les résultats que l'on peut obtenir peuvent être bien différents. Aucune lumière ne devait être négligée.

Il est à regretter dès lors que l'on ait cru devoir placer un tel congrès à une époque où les professeurs de province et de l'étranger n'ont pas encore terminé leurs cours. Il existe en effet en dehors de Paris des forces que Paris ne devrait pas négliger.

Le congrès était international; on devait donc, pour lui faire

rendre tous les services que l'on pouvait en tirer, s'arranger en sorte que tous les intéressés pussent être rendus à Paris.

Nous nous permettrons un autre regret. Dans la liste des mathématiciens qu'il importait de convoquer, il nous semble que la première place devait être réservée à ceux qui, précisément, se sont occupés de blibliographie, et, bien que cette liste fût sujette à revision, nous croyons que l'on ne pouvait réellement pas oublier des noms comme ceux du prince Boncompagni, de Bierens de Haan, de Carr, de Halsted, etc.

Et pourtant, tout en regrettant que ceux qui n'habitent pas Paris n'aient pu prendre part à ce congrès, nous souhaitons bien vivement la réussite du projet dont il s'agit et nous espérons que le travail sera poursuivi avec ténacité, mais sans précipitation.

M. Brunel termine par un exposé rapide de l'état actuel de la science bibliographique en mathématiques.

EXTRAITS

DES

PROCÈS-VERBAUX DES SÉANCES DE LA SOCIÉTÉ

ANNÉE 1889-90.

Présidence de M. G. RAYET.

Séance du 21 novembre 1889. — M. RAYET, président, après avoir ouvert la séance, s'exprime ainsi :

« En ouvrant notre première réunion de l'année, je suis certain d'être votre interprète à tous en adressant les plus cordiales félicitations de la Société à notre collègue et ami, M. Gayon, pour sa nomination de chevalier de la Légion d'honneur. M. Gayon est des nôtres depuis le 2 décembre 1875; il a été notre secrétaire des séances de novembre 1877 à novembre 1881, et depuis il fait partie de notre Conseil; c'est donc un membre déjà ancien de la famille de la Société des Sciences physiques.

» Je n'ai à rappeler ici ni la part importante qu'il a toujours prise à nos travaux, ni ses recherches sur les fermentations et les microbes, ni ses travaux sur les maladies de la vigne. Pour ces derniers il est, je crois, suffisamment récompensé par la pensée d'être, avec notre collègue M. Millardet, l'un de ceux qui ont le plus contribué à la reconstitution des vignes du sud-ouest de la France. Je voudrais seulement croire que le gouvernement s'est plu à récompenser en lui à la fois le chimiste éprouvé et le secrétaire dévoué de notre Société.

» L'année a d'ailleurs été particulièrement heureuse pour la Société : en mai notre cher collègue M. Bouchard était promu officier de la Légion d'honneur; en juillet, M. Dubourg était proclamé docteur ès sciences physiques à la suite d'une thèse sur les ferments de l'urine, thèse que nous avons eu la satisfaction d'imprimer dans nos *Mémoires*.

» Que l'année qui s'ouvre soit aussi féconde en résultats heureux ; c'est le souhait que je forme ardemment.

» J'ai l'honneur de déposer sur le bureau, pour vous être distribué, le premier cahier du tome V de la 3e série de nos *Mémoires*.

Ce cahier renferme : les procès-verbaux de nos réunions de 1888-1889; l'important mémoire de M. Hautreux sur les modifications des passes de la Gironde; une étude savante de M. P. Tannery sur la querelle de Pascal et de Lalouvère; enfin la thèse de M. Dubourg, à laquelle je faisais allusion il y a un instant. »

— La Société procède ensuite au renouvellement du Bureau pour l'année 1889-1890; sont élus :

Président	M. P. TANNERY.
Vice-Président	M. GAYON.
Secrétaire général	M. ABRIA.
Archiviste	M. BRUNEL.
Trésorier	M. FOUGEROUX.
Secrétaires adjoints	MM. PIONCHON ET JOANNIS.

— Conformément aux statuts, on procède à la nomination de quatre membres pour remplacer quatre membres du Conseil sortants. Sont élus : MM. Bayssellance, Hautreux, Lespiault, Merget, membres sortants. En outre, M. Rayet est nommé membre du Conseil en remplacement de M. Gayon, nommé vice-président.

— M. Hautreux fait une communication sur un cyclone du golfe du Mexique.

— MM. Gayon et Dubourg, en étudiant la fermentation alcoolique du sucre interverti sous l'action de diverses levures pures, ont constaté que ces levures se divisent en deux catégories : celles qui, dans les mêmes conditions de milieu, détruisent le glucose plus abondamment que le lévulose, et celles qui, au contraire, font fermenter le lévulose plus vite que le glucose. Avec les premières, le pouvoir rotatoire des solutions reste lévogyre, mais augmente d'abord en valeur absolue, passe par un maximum, puis diminue progressivement jusqu'à zéro. Avec les secondes, le pouvoir rotatoire passe rapidement et d'une manière continue de gauche à droite, atteint un maximum à droite, puis diminue à son tour jusqu'à zéro. Voici un exemple du premier cas :

Levure B_2

Rotation en degrés saccharimétriques.	Sucre total par litre.	Glucose par litre.	Lévulose par litre.
—	—	—	—
	gr	gr	gr
24,6 à gauche.	138,8	69,4	69,4
28,0 —	137,9	67,1	70,8
32,0 —	115,6	49,9	65,7
34,5 —	82,6	27,0	55,6
30,4 —	80,6	26,7	53,9
24,2 —	42,6	9,1	33,5
10,2 —	13,7	1,1	12,6
8,4 —	11,0	0,7	10,3

Voici maintenant un exemple du second cas :

Levure B_7

Rotation en degrés saccharimétriques.	Sucre total par litre.	Glucose par litre.	Lévulose par litre.
	gr	gr	gr
25,9 à gauche.	141,6	70,8	70,8
22,8 —	137,0	70,4	66,6
9,7 —	119,0	68,7	50,3
15,4 à droite.	84,0	65,1	18,9
16,2 —	75,2	60,1	15,1
17,0 —	61,8	52,1	9,7
16,0 —	54,9	47,0	7,9
14,6 —	48,1	41,6	6,5

Le mode d'action d'une levure sur le sucre interverti paraît caractéristique de cette levure ; il est indépendant de sa propriété de secréter ou non, du ferment inversif. C'est ainsi que la levure Roux, la mycolevure, le mucor alternans, qui sont dépourvus du pouvoir inversif, décomposent le glucose plus vite que le lévulose, exactement comme les levures de brasserie les mieux caractérisées.

— M. Hautreux fait ensuite la communication suivante sur l'ouragan du 3 au 12 septembre 1889.

Cet ouragan, l'un des plus violents et des plus persistants dont on se souvienne sur les côtes des États-Unis, a ravagé et submergé les rivages entre le cap Hatteras et New-York.

Les Américains ont réuni un grand nombre de données, soit à terre, soit en mer, sur les circonstances du temps qui ont accompagné ce cyclone, et ils en ont publié une carte spéciale.

L'ouragan a pris naissance, comme d'habitude, à la limite ouest de la région des pluies tropicales, vers 15° latitude Nord et 60° longitude Ouest ; il a été annoncé aux Antilles dès le 1er septembre ; il s'est dirigé d'abord vers Saint-Thomas, où il était central le 3, puis vers New-York, où il s'est fait ressentir pendant cinq jours, du 9 au 14, et enfin s'est dissipé.

Il a donc été arrêté net dans ces parages, n'a pu continuer sa route ordinaire vers le N. et le N.-E. et la dépression s'est comblée sur place.

Le diamètre du tourbillon a été de 500 milles (1,000 kilomètres) ; le calme central de 16 milles (30 kilomètres) ; l'entonnoir très prononcé, d'environ 30 lieues de rayon (150 kilomètres) ; la dépression centrale a été de 0,736 à 0,721 ; le gradient barométrique de 0,001 par 15 kilomètres.

Vitesse de translation du centre, du 3 au 9 environ 16 kilomètres

à l'heure, ce qui est la vitesse ordinaire dans le trajet d'incurvation vers le Nord.

La pluie diluvienne dans le demi-cercle du Nord. Le banc de nuages était visible à 555 kilomètres de distance : hauteur environ 8,000 mètres. La rotation des vents, dans le sens contraire aux aiguilles d'une montre, s'est maintenue complète et très marquée.

La mer était énorme sur tout l'Ouest et l'Atlantique, depuis les Antilles jusqu'à la Nouvelle-Écosse, un violent ressac aux Bermudes et sur les bancs de Nantucket, à 2,400 kilomètres du centre.

Dans les derniers jours la persistance des vents du N.-E. battant en côte, pousse les eaux entre le cap Hatteras et New-York; les basses pressions, agissant comme un vide partiel, élèvent leur niveau outre mesure, produisent des marées extraordinaires, qui envahissent les terres depuis Norfolk jusqu'à New-Jersey et Sandy-Hook.

Enfin plus de vingt navires ont fait naufrage près des côtes.

Les eaux chaudes de l'Atlantique, poussées par les vents d'Est sur les eaux froides de la côte ont produit des brumes intenses dans toute la région.

Lorsque le cyclone a pu être défini complètement, c'est-à-dire le 3 septembre lorsque le centre passait sur l'île Saint-Thomas, de hautes pressions supérieures à 0,762 couvraient, au nord du 30e parallèle, depuis les montagnes Rocheuses jusqu'aux monts Ourals, un espace de 140° en longitude. Le maximum américain à 0,767 sur New-York, et le maximum européen à 0,770, vers les côtes d'Espagne.

Cet état barométrique s'est maintenu presque sans variation, pendant tout le temps qu'a duré le météore, et malgré sa violence, le cyclone n'a pu entamer la barrière que lui ont opposée les hautes pressions des États-Unis et de l'Atlantique. Ainsi pendant ces douze jours la pression est restée uniforme à 0,767 auprès d'Halifax.

La rotation ordinaire des vents autour des centres de hautes pressions est restée constante. Le temps s'est maintenu clair et beau. L'influence perturbatrice du cyclone ne s'étendait pas au delà du rayon même du tourbillon : 350 à 400 milles. Cependant les vents d'E. et du S.-E. qui régnaient au nord du cyclone et se confondaient avec ceux qu'engendrait la rotation autour des hautes pressions, amenant l'air chaud et humide du Gulf-Stream sur les États-Unis du centre, produisirent des pluies dans la vallée du Mississipi.

En résumé, ce phénomène météorologique a présenté dans toutes

ses phases le caractère de l'isolement le plus complet. La cause initiale n'est pas déterminée. Mais, aussitôt formé, il a commencé à suivre le trajet ordinaire se dirigeant vers l'Ouest, puis vers le Nord, mettant en mouvement des forces considérables, produisant des effets mécaniques énormes à grandes distances sans que sa force initiale parût s'épuiser et emprunter quoi que ce soit aux régions voisines.

Séance du 5 décembre 1889. — M. GLOTIN est élu membre titulaire de la Société.

— M. PIONCHON commence un exposé élémentaire des systèmes de mesures absolues, en traitant des mesures en général et en rappelant les définitions des principales grandeurs géométriques et mécaniques qui se rencontrent dans l'étude des phénomènes physiques.

— M. RAYET présente à la Société, au nom de ses aides et en son nom personnel, le tome III des *Annales de l'Observatoire de Bordeaux*. Ce volume, de plus de 450 pages in-4°, renferme divers mémoires spéciaux rédigés par M. G. Rayet, les observations méridiennes de 1883 (au nombre de plus de 6,000) les observations météorologiques et magnétiques de la même année.

M. Rayet ajoute que l'Observatoire peut aujourd'hui être considéré comme terminé : l'instrument équatorial destiné à la photographie céleste vient, en effet, d'être monté, et il sera complètement réglé dans quelques jours, en sorte que les opérations préliminaires des travaux de la carte photographique du ciel pourront commencer dès que la lune aura disparu de l'horizon. D'un autre côté, il est peu probable que l'Observatoire reçoive d'ici à plusieurs années aucun instrument important nouveau.

« La Société me permettra donc, ajoute M. Rayet, de l'entretenir quelques instants de l'histoire de l'Observatoire et d'énumérer devant elle les moyens de travail dont disposent les astronomes de Bordeaux.

» L'Observatoire de Bordeaux a été officiellement créé par décret du 11 mars 1878. Il est installé sur une propriété située à Floirac et acquise par l'État le 28 décembre 1877.

» Les constructions ont été dirigées par une *Commission d'organisation* qui, à l'origine, était composée de : MM. Marius Faget, adjoint délégué pour l'instruction publique; Dabas, recteur de l'Académie de Bordeaux; Abria, doyen de la Faculté des sciences; Lespiault, professeur de mécanique et d'astronomie à la Faculté des sciences; G. Rayet, professeur d'astronomie physique à la

Faculté des sciences; Hautreux, directeur des mouvements du port; Simon, professeur d'hydrographie; Ed. Boutan, ingénieur des mines; Métadier, conseiller général.

» Les constructions ont commencé au printemps de 1879.

» L'Observatoire est construit sur le sommet d'une colline à l'altitude de 70 mètres; son horizon est dégagé de toutes parts.

» La position géographique de l'Observatoire est :

Longitude Ouest de Paris	11′ 26,″44
Latitude Nord	44° 50′ 7,″2

» Les bâtiments destinés à abriter les instruments sont isolés et indépendants les uns des autres, de sorte que les observateurs ne peuvent se gêner mutuellement pendant leur travail.

» Les instruments dont est pourvu l'Observatoire sont au nombre de quatre :

« 1° Un *cercle méridien* de 7 pouces (0^m189) d'ouverture et de 2^m32 de distance focale, installé en mars 1881 par M. Eichens. L'instrument est pourvu de deux cercles divisés de 0^m98 de diamètre ; les lectures se font à l'aide de six microscopes.

» Le cercle méridien est excellent et d'une stabilité remarquable; il permet d'observer les étoiles jusqu'à la 10me grandeur.

» La salle méridienne a la forme d'un rectangle de 8^m sur 6^m et s'ouvre vers le ciel par une toiture formée de 2 volets mobiles qui s'écartent l'un de l'autre et peuvent donner une ouverture libre de 4 mètres de largeur.

» Deux pendules sidérales, chefs-d'œuvre de M. A. Fénon, sont associées au cercle méridien.

» Depuis 1881 il a été fait au cercle méridien environ 40,000 observations d'étoiles ou de planètes.

» 2° Un *Équatorial de 8 pouces* (0^m27) d'ouverture libre et de (3^m09) de distance focale. L'objectif est des frères Henry et la monture d'Eichens-Gautier. La coupole, sortie des ateliers du Creuzot, a 5 mètres de diamètre; l'ouverture des trappes est de 1 mètre.

» Une pendule de Fénon est jointe à l'équatorial.

» Le petit équatorial de 8 pouces est particulièrement propre à l'observation des petites planètes comprises entre Mars et Jupiter et à la détermination de la position des comètes, dès que ces dernières ne sont pas trop faibles.

» 3° Un *grand Équatorial de 14 pouces* (0^m379) d'ouverture libre et de 6^m82 de distance focale. L'objectif est de Merz et possède des qualités optiques très remarquables; dans les belles nuits il sépare des étoiles doubles distantes de trois dixièmes de seconde

d'axe seulement. Le grossissement de la lunette peut être porté à onze cents fois. La monture de l'équatorial, toute en acier ou en fonte, sort des ateliers d'Eichens-Gautier et est pourvue d'un régulateur de L. Foucault, qui entraîne la lunette avec une grande perfection.

» L'équatorial de 14 pouces est enfermé dans une tour de 10 mètres de diamètre intérieur, surmontée d'une coupole en tôle d'acier venant des usines du Creuzot.

» Une pendule de Fénon complète l'instrument.

» Le grand équatorial est surtout employé à l'Observation des très petites et très faibles comètes qui se montrent sur notre horizon au nombre de quatre ou cinq par an.

» 4° L'*Équatorial photographique* a un objectif de 0^m330 d'ouverture libre, construit spécialement pour la photographie par les frères Henry; sa distance focale est de 3^m43. La monture, de forme dite anglaise, sort des ateliers de M. P. Gautier et paraît construite avec une grande perfection.

» L'instrument est, dans son ensemble, conforme au type adopté par le Congrès des astronomes réunis en mai 1887 pour délibérer sur la construction de la carte photographique du ciel.

» La tour spéciale qui renferme l'instrument a 6 mètres 30 de diamètre intérieur et est recouverte d'une coupole en acier venant du Creusot. A côté de la tour est disposée une chambre noire pour les manipulations photographiques, et un cabinet de travail pour l'astronome photographe.

» On sait que le Comité international permanent de la carte photographique du ciel a décidé dans sa dernière réunion (septembre 1889) que l'Observatoire de Bordeaux serait chargé de la photographie de toute la partie du ciel comprise entre 18° et 24° de déclinaison boréale ([1]). Ce travail exigera probablement quatre à cinq ans d'efforts continus.

([1]) Les observatoires qui doivent prendre part à la photographie de la carte du ciel sont au nombre de 19: en voici la liste, avec l'indication de la zone qui leur a été attribuée:

	LATITUDE.	ZONE.		LATITUDE.	ZONE.
Helsingfors...	+ 60° 9'	90°-70°	San Fernando.	36°27'	— 0°- 6°
Postdam	+ 52 22	70 -58	Chapultepec ..	19 26	— 6 -12
Oxford	+ 51 45	58 -48	Tacubaya.....	19 24	— 12 -18
Greenwich....	+ 51 28	48 -40	Rio de Janeiro	— 22 54	— 18 -26
Paris.........	+ 48 50	40 -32	Santiago	— 33 26	— 26 -34
Vienne.......	+ 48 13	32 -24	Sydney.......	— 33 51	— 34 -42
Bordeaux.....	+ 44 50	24 -18	Le Cap.......	— 33 56	— 42 -52
Toulouse.....	+ 43 37	18 -12	La Plata......	— 34 55	— 52 -70
Catane	+ 37 30	12 - 6	Melbourne....	— 37 50	— 70 -90
Alger	+ 36 48	6 - 0			

» La publication de trois volumes de ses *Annales*, le très grand nombre d'observations de comètes déjà faites à Floirac, l'importance du matériel scientifique dont il dispose, ont rapidement placé l'Observatoire de Bordeaux à un rang des plus honorables parmi les observatoires français ou étrangers. La meilleure preuve que je puisse donner de l'estime dans laquelle nous sommes tenus est l'empressement avec lequel mes collègues d'Europe et d'Amérique me transmettent leurs publications et leurs travaux.

» La somme dépensée pour la création de l'Observatoire de Bordeaux est d'ailleurs importante, ainsi que le prouve le tableau ci-joint, dans lequel je n'ai pas compris l'achat des petits instruments.

Tableau des sommes dépensées pour la création de l'Observatoire de Bordeaux et de son matériel scientifique.

Acquisition du terrain		F. 106,000
Construction des bâtiments méridiens	F. 75,395	
Toiture méridienne mobile	7,200	
Instrument méridien et accessoires	31,300	
Deux pendules méridiennes	5,500	
		119,375
Construction de la tour de l'équatorial de 8 pouces	13,134	
Coupole de l'équatorial de 8 pouces	7,650	
Équatorial de 8 pouces et accessoires	19,750	
Pendule de l'équatorial de 8 pouces	2,800	
		43,334
Construction de la tour de l'équatorial de 14 pouces	32,455	
Coupole de l'équatorial de 14 pouces	18,500	
Équatorial de 14 pouces et accessoires	86,450	
Pendule de l'équatorial de 14 pouces	2,800	
		140,205
Construction de la tour de l'équatorial photographique	18,000	
Coupole de l'équatorial photographique	16,000	
Équatorial photographique	42,000	
		76,000
Construction des pavillons magnétiques	5,500	
Instruments magnétiques	1,450	
		6,950
Pendule de temps moyen	2,400	
Chronomètre de temps moyen	1,100	
Chronomètre de temps sidéral	1,400	
Chronographe enregistreur	1,900	
Boussole de déclinaison magnétique	2,000	
Boussole d'inclinaison magnétique	1,400	
Télégraphe Morse	500	
		10,700
Total général		F. 502,584

» Ces sommes ont été obtenues par des crédits spéciaux ou par des prélèvements successifs sur les budgets annuels de l'Observa-

toire. Les crédits spéciaux accordés par la ville de Bordeaux s'élèvent à 115,000 francs. »

Séance du 19 décembre 1889. — M. Barthe est élu membre titulaire de la Société.

— M. Prat entretient la Société de la question du fluor. — Le fait de sa présentation à M. Dumas par la Société des sciences physiques et naturelles en 1859 est invoqué par M. Prat pour établir qu'à cette date il s'occupait déjà de la question du fluor.

Dans un mémoire intitulé : *Recherches sur le fluor et sur les combinaisons métalloïdiques,* présenté à la 28[e] session du Congrès scientifique de France, tenue à Bordeaux en 1861, M. Prat signale l'importance de l'étude de l'action du fluor sur le platine et sur l'or.

Vingt-sept ans avant la note présentée par M. Moissan à l'Académie des sciences le 25 novembre 1889, savoir dans une communication faite à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux le 18 décembre 1862, M. Prat annonce en termes précis l'existence du bifluorure de platine, et prévoit sa décomposition par la chaleur, qu'il signale comme moyen de préparer le fluor; autant de propositions que M. Moissan, ignorant sans doute les publications de M. Prat, énonce de son côté dans la note précitée.

Au mois d'août 1867, M. Prat présente à la Société et envoie à M. Dumas un mémoire intitulé : *Recherches sur la constitution chimique des composés fluorés et sur l'isolement du fluor.* Ce mémoire a été très favorablement accueilli par M. Dumas, et envoyé par lui à l'Académie, ainsi que le montre le compte rendu de la séance du 26 août 1867.

Ayant reçu en 1868 de la Société 200 francs d'or pour continuer ses recherches, M. Prat a fait de ce métal une étude détaillée dont les résultats figurent aux comptes rendus des séances de la Société du 28 février, du 8 avril et du 22 avril 1869, et font l'objet d'un mémoire présenté par M. Dumas à l'Académie des sciences, le 19 avril 1870.

Enfin, M. Prat a présenté au premier Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences, tenu à Bordeaux, trois mémoires, dont un sur le fluor, à l'occasion duquel l'Association vota à M. Prat un secours de 200 francs pour l'aider à faire construire les appareils en platine dont il avait besoin. M. Prat refusa cette offre et fit construire des appareils à ses frais, mais fut depuis

lors presque toujours détourné par d'autres occupations de la poursuite de ses expériences.

Les diverses publications qui viennent d'être énumérées prouvent que depuis 1859 M. Prat s'applique à la résolution de la question du fluor, suivant en cela une méthode qui peut être résumée ainsi : 1° recherche de préparations fluorifères dans lesquelles interviennent des corps sur lesquels le fluor soit sans action (bioxydes, peroxydes, acides métalliques), préparations fournissant du fluor mélangé à d'autres gaz; 2° fixation du fluor de ce mélange sur de l'éponge de platine, ou mieux, sur de l'éponge d'or, qui ne s'imprègne pas de gaz étrangers. L'attaque de l'or, toute trace de chlore étant écartée, est l'indice de l'existence du fluor dans le mélange de gaz qui lui est présenté; 3° décomposition par la chaleur, du fluorure ainsi obtenu.

M. Prat compte décrire en détail l'application de cette méthode, et exposer sa théorie de la constitution des composés du fluor dans un mémoire qui sera ultérieurement présenté à la Société.

— M. Picart fait ensuite la communication suivante :

Sur la segmentation des comètes.

La division d'une comète en deux ou plusieurs fragments semble s'être produite assez fréquemment; mais ce phénomène, encore difficile à suivre aujourd'hui, n'a pu autrefois être observé d'une façon précise.

Il n'y a donc pas lieu d'insister sur les résolutions de comètes en deux ou plusieurs étoiles, dont parlent Aristote et Sénèque, ni sur les faits analogues mentionnés par les observations chinoises; dans ces dernières, qui ont été recueillies par Edouard Biot, il en est une, cependant, qui est digne d'être signalée : la comète de l'an 2296 de l'ère chinoise se composait de trois comètes accouplées, parcourant sensiblement la même orbite.

D'après Képler (1) et Cysat, la seconde et la troisième comète de 1618, qui apparurent toutes deux en novembre, n'étaient que deux fragments d'un même astre.

Mais il faut arriver au siècle actuel pour trouver le premier exemple certain de la segmentation d'une comète. La comète de Biéla fut découverte en Autriche en 1826; elle fut aussitôt observée à Marseille par Gambart, qui en calcula l'orbite, et l'identifia avec

(1) Képler, *De Cometis libelli tres, astronomicus, physicus, astrologicus.*

les comètes de 1772 et 1805. Elle a une période d'environ six ans trois quarts. Elle fut observée de nouveau en 1832, et ne put l'être en 1839, à cause de la position défavorable de son périhélie. En décembre 1845, la comète, qui était très faible, fut revue à Marseille, à Berlin, à Greenwich, à Rome, et elle ne parut présenter aucune particularité. Le 12 janvier 1846 on découvrit à Washington que la comète était double, et le fait fut confirmé par une observation de Challis (1) à Cambridge (Angleterre), le 14 janvier. Les deux noyaux furent observés jusqu'à leur disparition, et présentèrent des variations d'éclat remarquables. Leur distance, qui était le 10 février de 37,6, l'unité étant le rayon terrestre, augmenta jusqu'à 39,7 (3 mars), puis diminua; le 22 mars, elle était de 38,9. En 1852, les deux noyaux s'étaient séparés : Struve (2) qui les observa à Pulkowa, trouva leur distance huit fois plus grande qu'en 1846.

En 1859, les circonstances furent aussi défavorables qu'en 1839, et l'astre ne fut pas observé. En 1866, quelque soin qu'on mît à chercher la comète, on ne la trouva pas. M. Pogson croit l'avoir vue une dernière fois à Madras en 1872, très près de la terre. Un astronome italien, M. Schiaparelli (3), avait dans cet intervalle publié une belle théorie des étoiles filantes, d'après laquelle la chute de ces météores serait due au passage de la terre à travers un essaim de corpuscules. Il pensa, et avec lui Klinkerfues et M. Weiss, que ces essaims pouvaient provenir de la dislocation d'une comète. Le calcul des éléments de la comète montra qu'elle s'approcherait beaucoup de la terre le 28 novembre 1872; or, ce jour-là, il se produisit une pluie remarquable d'étoiles filantes; de plus, le point radiant de ces météores, c'est-à-dire l'endroit où leurs trajectoires convergeaient, était à peu près dans la direction de λ Andromède, direction dans laquelle aurait dû se trouver la comète. Le même fait s'est représenté en 1885.

M. Liais découvrit au Brésil, en 1860, une comète formée de deux nébulosités distinctes, l'une étant beaucoup plus petite que l'autre; malheureusement, cet astre était invisible en Europe, et il n'en existe que quatre observations (4).

(1) Challis, *Astronomische Nachrichten*, n° 553, année 1846.

(2) Struve, *Beobachtungen des Bielaschen Cometen (Mémoires de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg)*, tome IV. Pétersbourg, 1854.

(3) Schiaparelli, *Note e riflessioni intorno alla teoria astronomica delle stelle cadenti.*

(4) Liais, *Astronomische Nachrichten*, n° 1248, année 1860.

En 1882, M. Barnard [1], à Nashville, et M. Winlock [2], à Washington, observèrent dans la comète C des indices de séparation. Le noyau, d'après ce dernier observateur, avait d'abord une longueur de 15 à 20 secondes. Il s'allongea considérablement, puis présenta des points brillants au nombre de cinq, dont la netteté augmenta. Quand la comète cessa d'être visible, la distance des deux points extrêmes était 106 secondes. La période de la comète est très grande, de sorte qu'on ne peut espérer suivre ses changements de forme.

La comète découverte par M. Brooks, le 6 juillet 1889, a présenté un nouvel exemple de division. M. Barnard, qui l'observait au mont Hamilton, avec le télescope de 31 centimètres, découvrit le 1er août deux autres nébulosités au voisinage du noyau. Le 4 août, avec l'équatorial de 91 centimètres, il trouva deux autres corps. Les deux premiers découverts, les plus voisins du noyau principal, étaient sensiblement dans la direction de la queue de la comète. Le plus brillant des quatre était le second C de ces corps, à partir du noyau; il a paru s'éloigner du noyau principal, et sa condensation a augmenté. Le premier B, au contraire, est resté à une distance constante. Son éclat a d'abord augmenté, puis a progressivement diminué, et il était presque invisible le 28 août [3]. Les deux derniers noyaux étaient toujours très faibles et très diffus. Dans le grand instrument de Vienne (78 centimètres) M. Weiss [4] n'a pu parvenir à les dédoubler.

Le compagnon C a été observé par beaucoup d'astronomes; M. Rayet l'a vu encore à Bordeaux, le 23 octobre; depuis, il semble avoir disparu [5].

Doit-on chercher l'explication de ces phénomènes dans une action chimique se produisant à l'intérieur de l'astre et produisant une explosion? Cela semble peu naturel si l'on songe qu'au moins pour les deux dernières comètes citées, la division s'est produite dans le sens de la queue, c'est-à-dire dans la direction du soleil;

(1) Barnard, *Astronomische Nachrichten*, n° 2489, année 1882.

(2) Washington, *Observations for 1880, appendix I.*

(3) Barnard, *Astronomical Journal*, n° 202, année 1889.

(4) Weiss, *Astronomische Nachrichten*, n° 2922, année 1889.

(5) Dans un autre ordre d'idées, cette comète présente encore un grand intérêt. M. Chandler (*Astronomical Journal*, 205) croit avoir démontré son identité avec la comète de Lexell, qui, apparue en 1770, ne fut point vue en 1779, époque de son second passage, parce qu'elle avait été capturée par Jupiter. Le passage à travers les satellites de cette planète aurait pu provoquer la division, au moins pour les deux corps D et E.

resterait le cas de la comète de Biéla, qui paraît s'être divisée dans la direction de la terre, dont elle a passé très près en 1832; mais sa division, qui remonte probablement à cette époque [1], pourrait être expliquée par l'influence de notre planète, comme celle des autres le serait par l'action du soleil.

Dans un mémoire : *Sur la figure d'équilibre d'une masse fluide attirée par un point éloigné* [2], Roche a montré que cette figure est un ellipsoïde de révolution dont l'axe est dirigé vers le point attirant. Lorsque la distance a des deux corps diminue, l'allongement de l'ellipsoïde augmente, et, pour que la forme ellipsoïdale convienne à l'équilibre, il faut que l'expression $\frac{M}{2\pi\rho a^3}$, où M est la masse du point attirant, ρ la densité du corps attiré, reste inférieure à un nombre ε très petit, environ 0,00067.

Il est assez facile de prouver que, lorsque cette condition cesse d'être satisfaite, la figure formée de deux ellipsoïdes de révolution de même axe satisfait à l'équation d'équilibre, au moins en se bornant au premier ordre d'approximation.

Il existe certainement une série de figures d'équilibre intermédiaires entre ces deux extrêmes; il est très probable que l'ellipsoïde présente des renflements vers les extrémités de l'axe, et que la partie médiane se creuse progressivement.

J'espère, d'ailleurs, pouvoir dans quelque temps revenir sur ce sujet et suivre la division d'une façon plus précise.

Séance du 9 janvier 1890. — MM. Gendron et Turpain sont élus membres titulaires de la Société.

— M. Pionchon, continuant son exposé élémentaire de la théorie des mesures, montre par quelques exemples empruntés aux *Mémoires* de l'ancienne Académie des Sciences, comment doivent être traités les problèmes que fait surgir le changement des unités.

— M. Gayon, en son nom et au nom de M. Dubourg, communique le tableau suivant, faisant connaître la composition de quelques moûts de raisins :

[1] Voyez Plantamour, *Astronomische Nachrichten,* n° 584, année 1847.

[2] *Annales de l'Académie de Montpellier,* 1851.

Composition de quelques moûts de raisins.

NOMS DES CÉPAGES.	ORIGINE.	DATE de la récolte.	Acidité des moûts.	Rotation en degrés saccharimétriques	Richesse en sucre total.	Glucose.	Lévulose.	Rapport de la glucose au lévulose.
1° Cépages français de production directe.								
				d	0/0	0/0	0/0	
Jurançon	Saint-Loubès	25 sept. 1889	7,6	— 35,8	18,35	9,03	9,32	0,97
Petit-Bouschet	—	26 — —	»	— 20,3	10,31	5,06	5,25	0,96
Mancin	—	—	»	— 26,1	14,18	7,07	7,11	0,99
Mancin (gelé le 17 septembre).	Arveyres.	—	15,9	— 21,0	12,34	6,30	6,04	1,04
Malbec —	—	—	11,3	— 25,0	15,27	7,58	7,69	0,99
— —	Cadarsac.	—	8,7	— 35,2	19,61	9,89	9,72	1,02
2° Cépages français greffés sur américains.								
Malbec sur Riparia	Grézillac.	26 sept. 1889	10,6	— 32,0	16,26	7,98	8,28	0,96
Cabernet-Sauvignon s^r Riparia	—	—	12,8	— 26,2	13,51	6,76	6,75	1,00
Merlot —	—	—	12,6	— 36,8	16,67	7,89	8,78	0,90
Chasselas —	—	—	4,1	— 41,0	17,70	8,23	9,47	0,87
Sémillas —	Barsac.	29 oct. 1889	»	— 41,0	20,00	9,70	10,30	0,94
Sauvignon —	—	—	»	— 44,6	22,48	11,01	11,47	0,97
3° Cépages américains directs.								
Elvira	Saint-Loubès	28 sept. 1889	»	— 50,2	15,90	6,40	9,50	0,67
—	—	7 oct. 1889	»	— 40,6	12,58	4,99	7,59	0,66
Noah	—	28 sept. 1889	»	— 48,2	15,26	6,14	9,12	0,67
Herbemont	Grézillac.	—	14,0	— 40,6	16,95	7,78	9,17	0,87
—	Bordeaux.	31 oct. 1889	7,2	— 39,5	15,62	7,02	8,60	0,82
Othello	—	—	7,8	— 33,6	15,39	7,31	8,08	0,90

— M. Bergonié fait, au sujet d'une nouvelle machine à courants alternatifs, la communication suivante :

« Cette machine a été construite pour donner des courants alternatifs destinés à l'excitation des muscles et des nerfs en physiologie et en médecine. Les instruments donnant de tels courants aujourd'hui usités ne permettent que très rarement de mesurer leur intensité, et, dans tous les cas, la loi suivant laquelle s'effectue la variation du courant est toujours inconnue. Dans une machine à courants alternatifs, les éléments du courant (différence de potentiel et intensité) sont représentés à chaque instant par une sinusoïde régulière dont la période est dans un rapport simple avec la vitesse de la machine. Il est donc possible, avec une telle machine, d'avoir des excitations dont on pourra faire varier à volonté la grandeur et la forme, ces éléments de l'excitation restant toujours connus. »

Séance du 23 janvier 1890. — M. Prat entretient la Société

de la reprise de son expérimentation sur le fluor. Son travail est divisé en trois parties distinctes, à savoir : 1° la préparation à l'état de pureté parfaite des divers corps appelés à jouer un rôle dans ses expériences; 2° l'exposition de sa nouvelle théorie du fluor avec expériences à l'appui; 3° l'isolement chimique du fluor ainsi que la constatation et l'étude de ses propriétés.

I. — *Préparation des produits purs :* M. Prat s'occupe dans cette communication de la préparation de l'acide fluorhydrique et du fluorure de plomb des chimistes à l'état de pureté. Il insiste d'une manière toute spéciale sur les moyens d'éviter la présence du chlore dans les composés du fluor.

1° Préparation de l'acide fluorhydrique pur. Choix scrupuleux du spath fluor, purification par l'eau bouillante aiguisée d'acide nitrique pur; calcination et réaction sur l'acide sulfurique pur dans un alambic en platine; distillation de l'acide fluorhydrique sur environ $\frac{1}{100}$ de baryte; essai de l'acide ainsi obtenu avec le fluorure d'argent des chimistes pour reconnaître s'il contient de l'acide chlorhydrique. Dans ce cas, distillation de l'acide en présence de fluorure d'argent pour en fixer le chlore à l'état de chlorure d'argent. L'acide fluorhydrique ainsi distillé est ensuite traité par du carbonate de plomb pour obtenir le fluorure de ce métal; on le dessèche ensuite et on le fond dans une capsule de platine.

Le carbonate de plomb étant obtenu au moyen de l'acétate tribasique de plomb et de l'acide carbonique pur, obtenu par la décomposition par la chaleur du bicarbonate de potasse; l'acétate tribasique de plomb est obtenu à l'aide de l'acide acétique cristallisé, distillé sur de l'acétate d'argent, et de la litharge d'or cristallisée (provenant de la consultation de l'argent).

M. Prat attache une grande importance à la bonne préparation de ce sel de plomb, qui est anhydre, parce qu'il constitue la base de la plupart des compositions fluorifères qu'il emploie le plus fréquemment. Ces compositions fournissent toujours du fluor libre par la chaleur, mais le déplacement de cet élément est singulièrement activé et augmenté par la présence, dans ces milieux, soit de l'éponge d'or, soit de l'éponge de platine.

— MM. Millardet et Gayon annoncent que l'on peut redissoudre, à l'aide de divers réactifs, une partie du cuivre précipité par la chaux dans la bouillie bordelaise, et rendre celle-ci plus immédiatement efficace contre la maladie du peronospora. Le sucre, la glycérine, le sulfate d'ammoniaque, etc., sont dans ce cas.

De la bouillie normale, faite avec 1 kilogramme de sulfate de cuivre et 330 grammes de chaux pure par hectolitre, puis additionnée de 400 grammes de sucre blanc, donne une liqueur bleue renfermant en dissolution environ un dixième du cuivre primitif.

L'emploi de la bouillie bordelaise ainsi modifiée rendra de grands services aux viticulteurs, surtout dans les années humides et chaudes, où les invasions du mildiou sont fréquentes et rapides.

— M. Brunel fait ensuite la communication suivante sur les trajectoires réciproques. Soient C une courbe quelconque et Oy une droite située dans son plan; si l'on prend la courbe C′ symétrique de C par rapport à Oy et que l'on déplace C′ parallèlement à Oy, on dit que C appartient à la classe des trajectoires réciproques, lorsque toutes les courbes C′ coupent la courbe C sous le même angle.

La détermination des trajectoires réciproques conduit à une équation aux différences mêlées dont la résolution ne présente point de difficultés.

Le problème des trajectoires réciproques posé par D. Bernouilli avait été en partie résolu par A. Bernouilli, par Leibniz, par un anonyme anglais, etc., mais c'est surtout à Euler que l'on doit les travaux les plus remarquables sur cette question.

M. Brunel montre comment on est conduit à une construction générale des courbes trajectoires réciproques lorsque l'angle constant est droit.

Il établit ensuite les lois du passage de ce premier cas à celui d'un angle quelconque.

Il montre, enfin, comment d'une ou de plusieurs trajectoires réciproques préalablement construites on peut en déduire une infinité de nouvelles.

Il termine par quelques considérations générales sur la détermination des courbes par des relations fonctionnelles; il cite quelques exemples dont l'origine remonte, comme celle des trajectoires réciproques, aux fondateurs du calcul différentiel, et montre comment aujourd'hui nous pouvons d'un trait de plume en donner la solution.

— La Société procède ensuite à la nomination d'une Commission chargée, conformément aux statuts, de l'examen de l'état des finances.

MM. Bergonié, Le Houchu et Soulé sont désignés pour former cette Commission.

MM. Croizier, de Lagrandval et Rayet sont nommés membres de la Commission chargée d'examiner l'état de la bibliothèque et des archives.

Séance du 6 février 1890. — M. Le Houchu fait connaître que les comptes tenus par M. le Trésorier, avec la perfection dont la Société se plaît à le louer chaque année, établissent l'existence dans la caisse d'une somme disponible de 3,572 fr. 95. Le rapport présenté par M. Le Houchu conclut à l'approbation des comptes établis par M. le Trésorier. Cette conclusion, mise aux voix, est adoptée.

— M. de Lagrandval, au nom de la Commission chargée de l'examen de l'état des archives, demande :

1° Que de nouveaux rayons soient établis dans la bibliothèque pour recevoir de nombreuses publications qui n'ont pu trouver place sur les anciens rayons déjà trop chargés;

2° Que les sociétaires soient tenus au courant des acquisitions faites par la bibliothèque, et qu'à cet effet, la liste des ouvrages reçus soit publiée dans les procès-verbaux.

La première proposition est adoptée et une somme de 300 fr. est mise à la disposition de M. l'Archiviste pour couvrir les frais qu'entraînera son exécution.

Au sujet de la seconde proposition, divers avis sont exprimés touchant le mode de publication de la liste des ouvrages reçus. La Société décide que, suivant un usage observé autrefois, cette liste sera imprimée à la fin du recueil des procès-verbaux.

A ce propos, M. Rayet présente une proposition plus générale, ayant pour objet la publication du catalogue complet de la bibliothèque de la Société.

M. Brunel demande s'il ne conviendrait pas de joindre à ce catalogue celui de la partie scientifique de la bibliothèque universitaire.

La Société vote d'abord la proposition de M. Rayet, et se réserve d'examiner plus tard l'utile complément que propose M. Brunel.

Il est donc décidé que le catalogue de la bibliothèque de la Société sera d'abord publié seul. M. Brunel accepte la mission de préparer cette publication.

La Société vote, pour subvenir aux premiers frais que nécessitera ce travail, une somme de 300 fr.

Tenant compte des rapports qui viennent d'être présentés et des

votes auxquels ils ont donné lieu, M. le Président propose de régler comme suit le budget de la Société pour l'année 1890 :

Aménagement de la bibliothèque................F.	300
Entretien..	200
Frais de recouvrement des cotisations.............	70
Frais de convocation.............................	150
Frais de correspondance..........................	150
Reliure des volumes..............................	300
Achats de livres.................................	200
Impression des *Mémoires*........................	1,800
Provision pour la publication du catalogue........	300
TOTAL....................	3,470

Ce projet de budget, mis aux voix, est adopté.

— M. PRAT montre à la Société son expérience de la regélation de l'or.

— M. BARTHE fait ensuite la communication suivante :

Synthèses au moyen de l'éther cyanacétique; Éthers cyano-succinique et cyanotricarballylique.

M. Haller a démontré que l'éther cyanacétique : $CH^2\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2C^2H^5\end{matrix}\right.$ traité par de l'alcoolate de soude, échange de l'hydrogène contre le métal alcalin, et que le dérivé obtenu se prête facilement aux synthèses. C'est ainsi qu'en traitant l'éther cyanacétique sodé par le chlorure de benzoyle il a obtenu le benzoylcyanacétate d'éthyle :

$$CH\,Na\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2C^2H^5\end{matrix}\right. + C^6H^5COCl = NaCl + C^6H^5CO.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2C^2H^5\end{matrix}\right..$$

J'ai préparé l'homologue inférieur par le même procédé, c'est-à-dire le benzoylcyanacétate de méthyle :

$$CH\,Na\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2C^2H^5\end{matrix}\right. + C^6H^5COCl = C^6H^5CO.CH\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2CN^3\end{matrix}\right. + NaCl.$$

Ce corps forme des cristaux prismatiques fondant à 74°. Ses solutions alcooliques sont acides : il colore en rouge les persels de fer. Il donne des sels avec les bases alcalines et alcalino-terreuses. Nous avons obtenu, en effet :

Le composé sodé $= C^6H^5CO.CNa\left\langle\begin{matrix}CAz\\CO^2CH^3\end{matrix}\right.$ en neutralisant une solution aqueuse de l'éther par une solution aqueuse de Na^2CO^3,

et abandonnant sous une cloche à dessiccation. C'est un composé cristallisé, se décomposant à 120-125°.

Le composé barytique $\left(C^6H^5.CO.C\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2CH^3\end{smallmatrix}\right)^2Ba + H^2O.$

On fait bouillir la solution alcoolique de l'éther avec du carbonate de baryte ajouté jusqu'à réaction alcaline. On filtre et on abandonne sous une cloche à dessiccation. Les cristaux sont mamelonnés, aciculés.

En faisant agir l'eau bouillante au réfrigérant ascendant sur le benzoylcyanacétate de méthyle, j'ai obtenu la cyanacétaphénone, déjà trouvée par M. Haller :

$$C^6H^5.CO.CH\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2CH^3\end{smallmatrix} + H^2O = CH^4O + CO^2 + C^6H^5.CO.CH^2.CAz.$$

La cyanacétaphénone se présente en aiguilles blanches, allongées, soyeuses, très légères, solubles dans l'alcool et l'éther, fondant à 81°,5.

Éther cyanosuccinique. En partant encore de l'éther cyanacétique sodé que nous avons traité par le monochloracétate d'éthyle, nous avons obtenu l'éther cyanosuccinique.

$$CHNa\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{smallmatrix} + CH^2Cl.CO^2C^2H^5 = NaCl + \begin{matrix} CH\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{smallmatrix} \\ | \\ CH^2.CO^2C^2H^5. \end{matrix}$$

C'est un liquide épais, huileux, insoluble dans l'eau, soluble dans les alcalis, l'éther et l'alcool. Bouillant à 260°-262° à la pression ordinaire, et à 157°-160° sous une pression de 14 millimètres.

Cet éther, abandonné avec une solution de gaz chlorhydrique dans l'alcool absolu, donne, après quelques semaines, un dépôt de AzH^4Cl, et, après traitement du mélange par la méthode ordinaire, de l'*éther lithinyltricarbonique :*

$$\begin{matrix} CH\begin{smallmatrix}\diagup CAz \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{smallmatrix} \\ | \\ CH^2.CO^2C^2H^5 \end{matrix} + 2C^2H^5OH + 2HCl$$

$$= \begin{matrix} CH\begin{smallmatrix}\diagup CO^2C^2H^5 \\ \diagdown CO^2C^2H^5\end{smallmatrix} \\ | \\ CH^2.CO^2C^2H^5 \end{matrix} + AzH^4Cl + C^2H^5Cl.$$

éther qui a été obtenu déjà par M. Bishoffen, traitant l'éther malonique sodé pur par de l'éther monochloracétique :

$$CH\,Na\langle{}^{CO^2C^2H^5}_{CO^2C^2H^5} + CH^2Cl.CO^2C^2H^5 = CH\langle{}^{CO^2C^2H^5}_{CO^2C^2H^5} + NaCl.$$
$$|\;CH^2.CO^2C^2H^5$$

La réaction qui donne naissance à l'éther cyanosuccinique n'est pas aussi simple que semble l'indiquer l'équation : il se produit une réaction secondaire qui donne naissance à un corps bien cristallisé, qui est un *éther cyanotricarballylique*. En effet, l'éther cyanosuccinique en présence du cyanacétate d'éthyle sodé donne de l'éther cyanosuccinique sodé :

$$CH\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5} + CH\,Na\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$$
$$|\;CH^2.CO^2C^2H^5$$
$$= CH^2\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5} + CNa\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5}$$
$$|\;CH^2.CO^2C^2H^5$$

Cet éther cyanosuccinique sodé subit à son tour l'action de l'éther monochloracétique pour fournir l'éther cyanotricarballylique :

$$CNa\langle{}^{CAz}_{CO^2C^2H^5} + CH^2Cl.CO^2C^2H^5 = NaCl + C\langle{}^{CAz}_{\;-CO^2C^2H^5}_{CO^2C^2H^5}$$
$$|\;CH^2.CO^2C^2H^5 \qquad\qquad |\;CH^2CO^2C^2H^5.$$

Cet éther distille précisément dans l'opération précédente à 200°-215° sous une pression de 15 millimètres, et se concrète souvent dans le récipient. Il forme de beaux cristaux blancs, durs, fondant à 40°-41°, solubles dans l'alcool et l'éther, insolubles dans l'eau et les alcalis.

Pour montrer que les choses se passent bien ainsi, nous avons fait la synthèse directe de cet éther en traitant l'éther cyanosuccinique sodé obtenu dans l'une de nos préparations par du monochloracétate d'éthyle. Nous avons obtenu le même corps, à la distillation, sous pression réduite. Il a même point de fusion, et l'analyse nous a montré qu'il avait même constitution.

J'ai poursuivi l'étude des dérivés de l'éther cyanosuccinique dont l'H du groupe CH est facilement remplaçable par les métaux

alcalins ou par les radicaux des iodures alcooliques. J'ai pu obtenir :

L'éther éthylcyanosuccinique :
$$= \begin{array}{l} C^2H^5.C\left\langle\begin{array}{l}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \quad\ \vert \\ \quad CH^2.CO^2C^2H^5. \end{array}$$

Il se forme en vertu de la réaction suivante :

$$\begin{array}{l} CNa\left\langle\begin{array}{l}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \vert \\ CH^2.CO^2C^2H^5 \end{array} + C^2H^5I = \begin{array}{l} C^2H^5.C\left\langle\begin{array}{l}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \quad\ \vert \\ \quad CH^2.CO^2C^2H^5 \end{array} + NaI.$$

Il distille de 170°-180°.

J'ai saponifié la fonction utile de cet éther, et obtenu *l'éther éthyléthinyltricarbonique :*

$$\begin{array}{l} C^2H^5.C\left\langle\begin{array}{l}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \quad\ \vert \\ \quad CH^2.CO^2C^2H^5 \end{array} + C^2H^5OH + HCl + H^2O$$

$$= \begin{array}{l} C^2H^5.C\left\langle\begin{array}{l}CO^2C^2H^5\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \quad\ \vert \\ \quad CH^2.CO^2C^2H^5 \end{array} + AzH^4Cl.$$

J'ai employé pour l'obtenir la méthode ordinaire. Il distille à 187° sous une pression de 5 millimètres.

Ether propylcyanosuccinique. Il se forme en vertu de l'équation :

$$\begin{array}{l} CNa\left\langle\begin{array}{l}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \vert \\ CH^2.CO^2C^2H^5 \end{array} + C^3H^7I = \begin{array}{l} C^3H^7.C\left\langle\begin{array}{l}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \quad\ \vert \\ \quad CH^2.CO^2C^2H^5 \end{array} = NaI.$$

Sous une pression de 45 millimètres il distille à 204°-206°.

C'est le monotritrile de l'éther propylithemyltricarbasique de M. Waltz, que nous nous efforçons actuellement d'obtenir en suivant notre procédé.

J'ai pu également remplacer ce même atome d'H. du groupe CH par le radical aromatique benzyle et obtenir :

L'éther benzylcyanosuccinique
$$\begin{array}{l} C^6H^5\cdot CH^2.C\left\langle\begin{array}{l}CAz\\ CO^2C^2H^5\end{array}\right. \\ \qquad\qquad\ \vert \\ \qquad\qquad CH^2CO^2C^2H^5. \end{array}$$

J'ai fait agir le chlorure de benzyle au réfrigérant ascendant sur l'éther cyanosuccinique sodé : sous une pression de 2 millimètres

environ, à 220°-228°, il distille un liquide huileux que nous avons analysé et qui constitue l'éther indiqué. Il se forme en vertu de la réaction :

$$\mathrm{CNa}\begin{cases}\mathrm{CAz}\\ \mathrm{CO^2C^2H^5}\end{cases} + \mathrm{C^6H^5.CH^2Cl} = \mathrm{C^6H^5.CH^2.C}\begin{cases}\mathrm{CAz}\\ \mathrm{CO^2C^2H^5}\end{cases}$$
$$\mathrm{|\;CH^2.CO^2C^2H^5} \qquad\qquad \mathrm{|\;CH^2.CO^2C^2H^5.}$$

Tout récemment nous avons essayé de préparer l'éther benzylithinyltricarbonique $\mathrm{C^6H^5.CH^2.C}\begin{cases}\mathrm{CO^2C^2H^5}\\ \mathrm{CO^2C^2H^5}\end{cases}$
$\mathrm{|\;CH^2.CO^2C^2H^5.}$

Nous avons bien obtenu un corps huileux, très épais, qui n'a pas cristallisé après avoir été soumis dans le vide à un froid de —13°, pendant plusieurs jours, mais qui s'est pris en cristaux à la suite de trépidations dans le trajet de Nancy à Bordeaux. Ce corps ne contient pas d'Az. — Nous en avons encore trop peu pour pouvoir l'analyser.

— M. Roux fait l'exposé de ses études sur l'analyse du lait et sur les laits de l'arrondissement de Rochefort-sur-Mer.

Séance du 20 février 1890. — M. Le Houchu présente à la Société une brochure de M. Hautreux sur les courants de l'Atlantique.

— M. Perez fait ensuite la communication suivante :

« Hermann Müller a émis l'idée que l'appareil collecteur des mellifères tend à imiter la couleur du pollen qu'il amasse. La production de cette coloration particulière s'explique, suivant le célèbre naturaliste allemand, par ce fait que la masse de pollen vivement coloré dont les femelles se chargent, les fait reconnaître des mâles. D'où l'avantage pour les femelles non chargées d'appeler sur elles l'attention des mâles par l'éclat des brosses jouissant d'une pareille coloration.

» M. Perez montre, par une statistique rigoureuse des diverses couleurs que présentent les brosses des apiaires, que l'opinion de H. Müller est contredite par les faits.

» Pour ne parler que des abeilles récoltant à l'aide de brosses tibiales (Podilégides), 250 seulement sur 512 ont un appareil collecteur fauve ou jaunâtre, c'est-à-dire rappelant plus ou moins bien la couleur ordinaire du pollen.

» Mais, chez 200 de ces abeilles, la couleur de la brosse est en même temps celle de la vestiture générale, et l'on ne peut évidemment compter ces abeilles comme vérifiant l'hypothèse de H. Müller. 50 espèces seulement, soit le dixième du nombre total des Podilégides, peuvent passer pour lui être favorables.

» Pour les espèces restantes, 175 ont la brosse blanche ou blanchâtre; près de 90 l'ont noire, et il en est, dans ces deux catégories, qui, avec une brosse blanche ou noire ont le reste de la villosité plus ou moins fauve.

» Les Gastrilégides (abeilles douées d'une brosse ventrale) fournissent des données analogues.

» Les faits contredisent donc formellement l'opinion de H. Müller.

» Elle est, d'ailleurs, *a priori,* réfutée par ce fait que les abeilles ne récoltent jamais qu'après avoir subi les approches du mâle. Toute abeille récoltante est une abeille fécondée. Il ne saurait donc y avoir, pour les femelles vierges, aucun avantage à singer, par la coloration de leurs brosses, leurs sœurs amassant du pollen. »

— MM. Gayon et Dubourg font ensuite connaître quelques applications de leurs recherches sur la fermentation du sucre interverti.

Les sucres bruts et les mélasses renferment d'ordinaire du sucre réducteur *neutre* sans action sur la lumière polarisée dont la présence ne modifie pas la rotation saccharimétrique; leur richesse en saccharose peut, dès lors, être déterminée directement sans inversion préalable et sans réduction de la liqueur de Fehling par la seule observation polarimétrique.

Toutefois, s'ils donnent accidentellement lieu au développement de levures alcooliques, il peut arriver que le glucose et le lévulose, dont le mélange constitue le sucre neutre, fermentent inégalement, que l'ensemble de ces sucres réducteurs ne soit plus inactif sur la lumière polarisée, et que l'observation saccharimétrique ne donne plus la proportion exacte de sucre cristallisable.

Cette circonstance s'est déjà présentée dans les expériences sur le mucor circinelloïde que M. Gayon a fait connaître autrefois à la Société. La levure de mucor détruisant le glucose plus rapidement que le lévulose, le mélange des sucres réducteurs devenait lévogyre et la rotation due au saccharose se trouvait affaiblie. Le rendement au raffinage, calculé d'après ces données inexactes, était inférieur à sa véritable valeur.

MM. Gayon et Dubourg ont isolé divers saccharomyces qui, au

contraire, font fermenter le lévulose plus rapidement que le glucose, et qui faussent en sens contraire les résultats de l'analyse commerciale des sucres bruts et des mélasses. Quelques-unes de ces levures ont été trouvées dans les sucres de canne de deuxième et de troisième cristallisation, riches, par conséquent, en humidité, en glucose et en matières nutritives.

Voici, à titre d'exemple, une expérience faite avec une levure non inversée et une solution de mélasse de canne :

Rotation saccharimétrique.	Saccharose. p. 100	Sucre réducteur. p. 100	Différence entre la rotation et le saccharose.
16,80	18,59	7,53	— 1,79
17,10	id.	»	— 1,49
20,95	id.	4,98	+ 2,36
20,65	id.	3,59	+ 2,06
20,00	id.	2,24	+ 1,41
18,40	id.	1,44	— 0,15

— M. Brunel expose ensuite à la Société la marche historique du développement de la théorie des quantités complexes.

Il rappelle, tout d'abord, quelles sont les lois fondamentales de l'addition et de la multiplication des quantités positives. Puis il montre comment on a été conduit à l'introduction des quantités négatives et des quantités de la forme $a+bi$, i étant un symbole satisfaisant à la condition $i^2+1=0$. Les lois relatives aux quantités positives subsistent pour les quantités ainsi introduites.

Développement de la notion de quantité imaginaire dans les travaux de Wallis, de Leibniz, d'Euler, de Dalembert, de Foncenex, etc... Essai d'Argand sur une manière de représenter les quantités imaginaires. Emploi de ce mode de représentation par Gauss, Cauchy, Riemann, et depuis dans toute la théorie des fonctions.

Si l'on veut introduire plus de deux unités linéairement indépendantes, on ne peut plus conserver les lois de l'addition et de la multiplication. On est nécessairement obligé d'abandonner l'une d'entre elles, par exemple la loi de la commutativité.

Quaternions, de Hamilton. Considérations géométriques qui ont guidé Hamilton dans la construction de ses quaternions. Ces considérations géométriques ont pu être utiles, elles ne sont pas indispensables. Une algèbre n'a pas besoin d'être applicable à la géométrie ou à la physique pour exister.

Ausdehnungslehre, de Grassmann. Quantités dirigées de Saint-Venant et Clefs algébriques de Cauchy.

Dans les travaux de Hamilton et de Grassmann se trouve la trace de la théorie fondée par Cayley, de la théorie des matrices.

Les matrices sont importantes en ce sens qu'elles comprennent toute la théorie des quantités formées avec des unités en nombre quelconque pour lesquelles on admet la distributivité et l'associativité.

Les quaternions sont simplement des matrices du second ordre.

Toutes les algèbres linéaires associatives dont l'existence a été signalée par B. Peirce ont été réduites par son fils à la forme matriciale. Les cas particuliers étudiés il y a peu de temps par Weierstrass avaient, en somme, été bien auparavant examinés à un point de vue plus général dans la théorie dont il s'agit maintenant.

Les principaux résultats sont dus surtout à Cayley, Sylvester et Buchheim. Il sera bon de les réunir bientôt en un corps d'ensemble : leur importance ne permet pas de les laisser éparpillés çà et là dans divers journaux mathématiques.

Pour terminer, M. Brunel signale l'existence d'autres algèbres qui ne rentrent point dans le cadre précédent; par exemple, la *Théorie des quantités,* introduites en géométrie par Schæffer; les *Pluquaternions,* de Kirkmann; l'*Algèbre de la logique,* l'*Algèbre des relations de parenté,* etc., etc.

Séance du 6 mars 1890. — MM. Astor, professeur à la Faculté des sciences de Grenoble, et Jonet, ancien élève de l'Institut agronomique, sont nommés membres de la Société.

— M. Merget entretient la Société de l'emploi des propriétés réductrices des protosels de fer pour le tirage d'épreuves photographiques aux sels des métaux précieux.

Comme les persels de fer, exposés à la lumière, passent à l'état de protosels et que ceux-ci ont la propriété de réduire les sels des métaux précieux, on trouve dans ce double fait l'indication théorique des deux procédés suivants pour le tirage d'épreuves photographiques à l'argent, au palladium, à l'or et au platine.

Premier procédé. — Quand une feuille de papier a été recouverte d'une solution d'un persel de fer et qu'on l'impressionne au châssis derrière un cliché photographique, elle donne un négatif blanc sur fond jaune dont l'apparition est due à la formation d'un protosel de fer incolore ou très légèrement teinté. Si celui-ci possède les propriétés réductrices qu'on lui attribue, en immergeant le négatif dans une solution d'un sel réductible, sa transfor-

mation en positif devra être immédiate, et c'est là ce qu'on observe, en effet, avec les sels d'argent, d'or et de palladium; mais le résultat est absolument nul avec le bichlorure de platine, le seul essayé parmi les sels de ce métal.

Deuxième procédé. — La feuille de papier qu'on veut impressionner étant sensibilisée, non plus avec une solution simple d'un persel de fer, mais avec un mélange de cette solution et de celle d'un sel réductible, si on la porte au châssis, comme le protosel de fer, à mesure qu'il prendra naissance, devra exercer son action réductrice sur le sel mélangé, on aura, dans ces conditions, rendu possible la formation du positif pendant l'exposition à la lumière. Les sels d'argent, de palladium et d'or, mélangés avec des persels de fer qui ne les précipitent pas, se prêtent très bien à ce mode de tirage; mais il n'en est pas de même pour le bichlorure de platine qui ne donne, après une exposition prolongée à la lumière, que des épreuves fort pâles et mal venues.

— M. Perez fait ensuite la communication suivante;

« L'étude de la faune apidologique du sud-ouest de la France, sa comparaison avec les données fournies par la faune paléarctique, ont conduit M. Perez aux propositions suivantes:

» 1° Les Apiaires échappent par leur grande mobilité aux principales causes qui déterminent la spécialisation des faunes locales;

» 2° L'indifférence relative de ces animaux quant aux espèces végétales qui les nourrissent, ajoute encore à la facilité d'extension de leurs habitants;

» 3° Cette extension est en général fort vaste en longitude, moins en latitude;

» 4° Il n'y a pas lieu d'admettre, pour les Apiaires, ainsi qu'il en a été reconnu pour les plantes, l'existence de zones parallèles de latitude et d'altitude;

» 5° Les abeilles alpines du Sud-Ouest ne comptent qu'une faible minorité d'espèces septentrionales. Le plus grand nombre sont inconnues dans le Nord, en sorte que l'altitude n'augmente pas les analogies de la faune apidologique alpine avec la faune septentrionale;

» 6° Des espèces alpines du Sud-Ouest, les unes, en d'autres régions, habitent la plaine; certaines sont même tout à fait méridionales; un petit nombre seulement n'ont jamais été observées qu'à une altitude élevée. Même pour celles-ci, une expérience semble prouver que leur cantonnement sur les hauteurs n'implique pas l'incapacité de s'adapter au climat ou à la flore des basses

régions, mais plutôt l'impossibilité de se soustraire à des conditions biologiques tout extérieures, difficiles à déterminer, mais dans lesquelles les parasites, les ennemis de toute sorte entrent probablement pour une part considérable. »

— M. CHENEVIER entretient ensuite la Société de ses recherches sur les huiles de résine des Landes.

« Les huiles de résine sont généralement acides par le fait de l'entraînement d'une partie de la colophane sans décomposition. On peut titrer cette acidité par la méthode acidimétrique ordinaire en s'aidant de l'alcool comme dissolvant.

» La connaissance de cette acidité permettra de choisir des huiles lubrifiantes attaquant le moins possible les surfaces de frottement. Elle servira aussi à distinguer les huiles de première distillation des huiles rectifiées, les premières étant plus acides que les secondes.

» En exposant ces huiles à l'air, on les modifie de façon à augmenter leur densité et leur viscosité, mais on ne constate en même temps aucune augmentation de leur acidité. »

Séance du 20 mars 1890. — M. PERRET est élu membre titulaire de la Société.

— M. PIONCHON fait remarquer que le théorème relatif au déplacement des conducteurs à potentiels constants, auquel on a habituellement recours pour établir la théorie des électromètres symétriques, conduit très simplement aussi à celle des électromètres absolus.

Soient deux conducteurs A_1 et A_2 maintenus à des potentiels V_1 et V_2. Si l'un d'eux est libre de se mouvoir, en totalité ou en partie, la capacité du système éprouve un accroissement dC et l'énergie augmente de $\frac{1}{2}(V_1 - V_2)^2 dC$. Soit dT le travail des forces électriques appliquées au conducteur mobile. On a, en vertu du théorème indiqué tout à l'heure :

$$(1) \qquad dT = \frac{1}{2}(V_1 - V_2) dC.$$

L'application de cette formule à l'électromètre à plateaux de Thomson et à l'électromètre à cylindres de MM. Bichat et Blondlot se fait sans difficulté.

Pour un déplacement $d\varepsilon$ de la pièce mobile, on a dans le premier de ces appareils :

$$dT = -f d\varepsilon$$

et

$$dC = d\left(\frac{S}{4\pi e} + \text{const.}\right) = -\frac{S}{4\pi}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2};$$

d'où, en vertu de (1),

$$f = \frac{S}{8\pi}\left(\frac{V_1 - V_2}{\varepsilon}\right)^2$$

et dans le deuxième appareil

$$dT = f d\varepsilon,$$
$$dC = \frac{d\varepsilon}{2\,L\dfrac{R_2}{R_1}};$$

d'où

$$f = \frac{1}{4\,L\dfrac{R_2}{R_1}}(V_1 - V_2)^2.$$

L'électromètre sphérique de M. Lippmann consiste en deux sphères concentriques A_1 et A_2 (rayons R_1 et R_2); une moitié de la sphère intérieure A_1 peut se déplacer perpendiculairement au plan du grand cercle qui le sépare de l'autre moitié.

Considérons d'abord le cas où la sphère A_2 a un rayon infiniment grand.

Soit f la résultante des forces électriques agissant sur l'hémisphère mobile. Pour un déplacement $d\varepsilon$ de cet hémisphère on a :

$$dT = f d\varepsilon.$$

Le potentiel au centre de la figure formée par les deux hémisphères est donné par l'expression générale

$$V = \int \frac{dm}{r},$$

les valeurs extrêmes de r étant R_1 et $R_1 + \frac{d\varepsilon}{2}$. Or, on sait que l'on a

$$\int_a^b f(x)F(x)dx = f(\varepsilon)\int_a^b F(x)\,dx,$$

ε étant une valeur de la variable intermédiaire entre a et b. Appliquons ce théorème à l'expression de V_1, nous aurons :

$$V_1 = \frac{1}{\rho}\int dm = \frac{M}{\rho},$$

ρ désignant une valeur de r intermédiaire entre R_1 et $R_1 + \frac{d\varepsilon}{2}$. Mais ces deux valeurs extrêmes de r étant infiniment voisines, on peut prendre pour ρ leur moyenne arithmétique, c'est-à-dire $R_1 + \frac{d\varepsilon}{4}$. La relation obtenue ainsi,

$$V_1 = \frac{M}{R + \frac{d\varepsilon}{4}},$$

montre que la capacité du conducteur formé par les deux hémisphères est

$$R_1 + \frac{d\varepsilon}{4}.$$

On a donc, quand la sphère se change en deux hémisphères séparés par une distance $d\varepsilon$,

$$dc = \frac{d\varepsilon}{4}.$$

D'où, d'après la relation (1),

$$f = \frac{1}{8} V_1^2.$$

Supposons maintenant que la sphère A_2 ait un rayon fini R_2 et soit au potentiel O. Le potentiel au centre est

$$V = \frac{M}{\rho} - \frac{M}{R_2}.$$

La capacité du système est donc

$$\frac{R_2 \rho}{R_2 - \rho}.$$

Avant le déplacement de l'hémisphère la capacité était

$$\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}.$$

L'accroissement de la capacité est donc l'accroissement qu'éprouve cette dernière expression lorsqu'on change R_1 en $\rho = R_1 + \frac{d\varepsilon}{4}$; ainsi dans ce cas :

$$dC = \frac{R_2^2 \frac{d\varepsilon}{4}}{(R_2 - R_1)^2};$$

donc

$$f = \frac{1}{8}\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2 V_2^2.$$

En résumé, tout système de deux conducteurs pour une déformation duquel on pourra effectuer le calcul de $\frac{dT}{dC}$ constituera, en vertu de la relation

$$\frac{dT}{dC} = \frac{1}{2}(V_1 - V_2)^2,$$

un électromètre propre à la détermination d'une différence de potentiel en valeur absolue.

Les systèmes que nous venons de passer en revue sont les plus simples qui puissent être réalisés, puisqu'ils correspondent respectivement à un condensateur plan, à un condensateur cylindrique et à un condensateur sphérique.

— M. Brunel fait un exposé historique du calcul fonctionnel.

Séance du 17 avril 1890. — M. Mestre est nommé membre de la Société.

— M. Hautreux signale une coïncidence remarquable entre l'état glaciaire du banc de Terre-Neuve et les quantités de pluies recueillies à Bordeaux en février et mars.

Lorsque les glaces descendent de bonne heure et en grand nombre des régions arctiques, la quantité de pluie recueillie à Bordeaux est très inférieure à la moyenne mensuelle. Lorsqu'au contraire les glaces ne descendent qu'en petit nombre, la pluie est supérieure à la moyenne.

Si l'on prend la limite sud atteinte par les glaces en mars comme

critérium du mouvement de la débâcle, on peut dresser le tableau suivant tiré du *Monthly Weather Review*, de mars 1889 :

LIMITES SUD DES GLACES EN MARS.

ANNÉES.	Lat. N.	Long. W.	Pluies à Bordeaux, en mars. Moyenne 61mm.
—	—	—	—
1882	42°30′	50°00′	
1883	41°46′	49°48′	65mm
1884	41°20′	54°06′	12
1885	40°55′	49°04′	31
1886	40°20′	49°02′	64
1887	41°00′	49°07′	23
1888	42°30′	50°37′	108
1889	44°20′	53°00′	68
1890	41°30′	51°30′	29

Les années de pluie minima sont : 1884, 1885, 1887 et 1890. Ce sont des années de grande extension glaciaire. Les années de pluies maxima sont : 1883, 1886, 1888 et 1889. Ce sont des années de faible extension glaciaire, les deux dernières surtout.

Lorsque l'on trace sur une carte les limites sud et est des glaces pour ces différentes années, on voit que l'année actuelle 1890 se rapproche beaucoup de l'année 1887, dont les mois de février et mars ont été aussi très secs.

On a eu en 1887 9mm + 23mm, total : 32mm,
— 1890 25mm + 29mm, total : 54mm,
tandis qu'en 1888 on récoltait : 158mm,
— 1889 — 117mm.

Nous citons ces faits à titre de curiosité.

L'influence de l'Atlantique sur notre climat est un fait qui n'a plus besoin de démonstration ; c'est de l'océan que nous viennent les vents humides, les pluies et les orages ; le parcours des dépressions vers les côtes d'Amérique suit la rive gauche du Gulf-Stream qui est en contact avec les eaux froides et les glaces. L'invasion glaciaire est très variable d'une année à l'autre. La débâcle apparaît, en dernier lieu, comme l'un des facteurs les plus importants du climat de l'Europe occidentale dans les mois d'hiver.

— M. Blarez fait une communication sur le titre apparent et réel des liquides spiritueux sucrés.

— M. Rayet présente à la Société des épreuves photographiques de la lune et de divers amas d'étoiles obtenues à l'Observatoire de Floirac.

Séance du 1er mai 1890. — M. Brunel entretient la Société de

L'accroissement de la capacité est donc l'accroissement qu'éprouve cette dernière expression lorsqu'on change R_1 en $\rho = R_1 + \frac{d\varepsilon}{4}$; ainsi dans ce cas :

$$dC = \frac{R_2^2 \frac{d\varepsilon}{4}}{(R_2 - R_1)^2};$$

donc

$$f = \frac{1}{8}\left(\frac{R_2}{R_2 - R_1}\right)^2 V_2^2.$$

En résumé, tout système de deux conducteurs pour une déformation duquel on pourra effectuer le calcul de $\frac{dT}{dC}$ constituera, en vertu de la relation

$$\frac{dT}{dC} = \frac{1}{2}(V_1 - V_2)^2,$$

un électromètre propre à la détermination d'une différence de potentiel en valeur absolue.

Les systèmes que nous venons de passer en revue sont les plus simples qui puissent être réalisés, puisqu'ils correspondent respectivement à un condensateur plan, à un condensateur cylindrique et à un condensateur sphérique.

— M. Brunel fait un exposé historique du calcul fonctionnel.

Séance du 17 avril 1890. — M. Mestre est nommé membre de la Société.

— M. Hautreux signale une coïncidence remarquable entre l'état glaciaire du banc de Terre-Neuve et les quantités de pluies recueillies à Bordeaux en février et mars.

Lorsque les glaces descendent de bonne heure et en grand nombre des régions arctiques, la quantité de pluie recueillie à Bordeaux est très inférieure à la moyenne mensuelle. Lorsqu'au contraire les glaces ne descendent qu'en petit nombre, la pluie est supérieure à la moyenne.

Si l'on prend la limite sud atteinte par les glaces en mars comme

critérium du mouvement de la débâcle, on peut dresser le tableau suivant tiré du *Monthly Weather Review*, de mars 1889 :

LIMITES SUD DES GLACES EN MARS.

ANNÉES.	Lat. N.	Long. W.	Pluies à Bordeaux, en mars. Moyenne 61mm.
—	—	—	—
1882	42°30'	50°00'	
1883	41°46'	49°48'	65mm
1884	41°20'	54°06'	12
1885	40°55'	49°04'	31
1886	40°20'	49°02'	64
1887	41°00'	49°07'	23
1888	42°30'	50°37'	108
1889	44°20'	53°00'	68
1890	41°30'	51°30'	29

Les années de pluie minima sont : 1884, 1885, 1887 et 1890. Ce sont des années de grande extension glaciaire. Les années de pluies maxima sont : 1883, 1886, 1888 et 1889. Ce sont des années de faible extension glaciaire, les deux dernières surtout.

Lorsque l'on trace sur une carte les limites sud et est des glaces pour ces différentes années, on voit que l'année actuelle 1890 se rapproche beaucoup de l'année 1887, dont les mois de février et mars ont été aussi très secs.

On a eu en 1887 9mm + 23mm, total : 32mm,
— 1890 25mm + 29mm, total : 54mm,
tandis qu'en 1888 on récoltait : 158mm,
— 1889 — 117mm.

Nous citons ces faits à titre de curiosité.

L'influence de l'Atlantique sur notre climat est un fait qui n'a plus besoin de démonstration ; c'est de l'océan que nous viennent les vents humides, les pluies et les orages ; le parcours des dépressions vers les côtes d'Amérique suit la rive gauche du Gulf-Stream qui est en contact avec les eaux froides et les glaces. L'invasion glaciaire est très variable d'une année à l'autre. La débâcle apparaît, en dernier lieu, comme l'un des facteurs les plus importants du climat de l'Europe occidentale dans les mois d'hiver.

— M. Blarez fait une communication sur le titre apparent et réel des liquides spiritueux sucrés.

— M. Rayet présente à la Société des épreuves photographiques de la lune et de divers amas d'étoiles obtenues à l'Observatoire de Floirac.

Séance du 1er mai 1890. — M. Brunel entretient la Société de

de l'eau. Après avoir rappelé les noms et les expériences de Fahrenheit, Gay-Lussac, Dormy, Despretz, Dufour, Galy-Cazalat, sur la surfusion ou sur le retard à l'ébullition, il montre certaines analogies entre ces deux phénomènes. Des marteaux d'eau ont été plongés dans un milieu frigorifique à température uniforme, formé par la solution de chlorure de calcium d'un appareil Carré (modèle industriel).

Dans ces conditions, et malgré un manque d'immobilité absolue, la température peut être abaissée jusqu'à — 15° sans que l'eau passe à l'état solide. Même après des journées entières, de l'eau contenue dans des tubes ordinaires placés à côté se congelait très rapidement.

Lorsqu'on continue à abaisser la température du bain où est plongé un marteau d'eau, il arrive nécessairement un moment où la solidification se produit. La ressemblance avec l'expérience de Dormy se continue encore dans ce changement d'état et devient très intéressante. Quand le passage de l'état liquide à l'état solide s'effectue, on entend comme un bruit de grêle dans les boules du marteau. Le bruit qu'on entend ainsi se prolonge pendant cinq ou six minutes; il est perçu malgré les autres bruits de l'usine, où j'ai fait ces expériences, à 10 ou 12 mètres du bain. Lorsqu'on découvre la cuve où est placé le marteau, pendant que la grêle ascendante se produit, on voit des fragments de glace lancés violemment vers la partie supérieure de l'appareil. Ce sont les chocs produits par cette projection qui sont la cause du bruit de grêle qu'on perçoit au moment où la congélation se fait.

Les glaçons projetés ont toutes les formes possibles : les uns sont cylindriques, les autres coniques, d'autres sont prismatiques, etc. ; ils retombent, après avoir frappé le verre des boules, sur l'eau congelée, où on les voit enchevêtrés, brisés.

La surface de l'eau sur laquelle ils reposent est elle-même toute rocailleuse et accidentée, au lieu d'être plane.

Ces phénomènes, non encore observés, rappellent l'expérience classique du marteau d'eau de Dormy. M. Bordier termine par quelques considérations sur l'inertie des molécules et sur les phénomènes d'attraction et d'adhérence présentés par ces molécules et déjà étudiés par Dormy.

Séance du 3 juillet 1890. — M. Gayon fait connaître les résultats d'expériences qu'il a instituées en 1888 sur la pasteurisation des vins de la Gironde.

Le tableau suivant résume le classement de 69 échantillons de vins rouges opéré par une Commission de courtiers, de négociants et de propriétaires.

Proportion d'échantillons classés.

1° *Années antérieures à 1881 inclus* (34 échantillons).

	AU 1er RANG.	AU 2e RANG.	AU 3e RANG.
Vin chauffé à 60°....	44	29	27
— à 55°....	24	32	44
Vin non chauffé.....	32	39	29
TOTAUX...	100	100	100

2° *Années postérieures à 1881 exclu* (35 échantillons).

	AU 1er RANG.	AU 2e RANG.	AU 3e RANG.
Vin chauffé à 60°....	46	34	20
— à 55°....	40	40	20
Vin non chauffé.....	14	26	60
TOTAUX...	100	100	100

Il résulte de ces essais : 1° que le chauffage à 60° vaut mieux que le chauffage à 55° ; 2° que l'opération prévient la décomposition des vins ; 3° que les vins postérieurs à 1881 offrent moins de résistance à la maladie que les vins des récoltes antérieures ; 4° que le chauffage n'empêche pas le développement naturel des qualités du vin de Bordeaux.

— M. Carles, se basant sur son expérience personnelle, confirme l'opinion de M. Gayon, et dit que dorénavant le chauffage des vins s'impose.

— M. Raoul Ellie présente à la Société un enregistreur pour télégraphe optique à lumière polarisée, système de télégraphe qui a fait l'objet d'un mémoire inséré dans le tome IV de la 3e série des *Mémoires* de la Société. Le principe de cet enregistreur était déjà indiqué dans ce travail, page 369.

A chaque mouvement d'une touche, un cliquet entraîne une roue à rochet sur l'axe de laquelle est un cylindre garni de caoutchouc. Un autre cylindre y appuie la bande de papier provenant d'un rouleau, de telle sorte que cette bande est entraînée par le mouvement du premier cylindre, et avance toujours de la même quantité quand la roue à rochet tourne d'une dent. La touche envoyant de la lumière naturelle, séparant par convention les lettres ou les mots, est au-dessus des deux autres touches envoyant de la lumière polarisée : cette touche se manipule en appuyant de bas en haut. A chaque mouvement de cette touche, aucun signe ne s'imprime, mais la bande avance d'une certaine quantité. Il se produit un

l'histoire des machines à calcul de Babbage. — Le fils de Babbage, Henry Babbage, vient de publier dans un volume l'ensemble des travaux faits par son père, ou publiés à l'occasion des différentes machines que ce dernier avait commencé à exécuter. M. Brunel expose rapidement le principe sur lequel repose la construction de la machine à différences, l'importance d'une telle machine, les phases par lesquelles a passé sa mise en œuvre.

Il montre ensuite comment Babbage a été amené à s'occuper d'une machine permettant, d'autre part, de calculer et d'imprimer, au besoin, toute expression analytique, quel que soit son degré de complication.

— M. Bordier présente le résumé de ses recherches sur la production des nitrates à l'aide du phénomène de la thermodiffusion. Le mémoire contenant l'exposé de ces recherches est déposé sur le bureau pour être inséré dans le recueil des *Mémoires* de la Société.

— M. Brunel donne lecture d'une note de M. Kunstler sur le neurocartilage des Brachiopodes.

Séance du 22 mai 1890. — M. Joannis fait une communication sur les combinaisons du gaz ammoniac avec les chlorures.

Ces combinaisons sont connues pour la plupart des métaux; le manganèse, le baryum, le potassium et le sodium sont les seuls, parmi les métaux communs, pour lesquels de pareilles combinaisons n'ont pas été décrites; certains auteurs disent même, comme Rose, n'avoir pu combiner le gaz ammoniac avec le chlorure de baryum et le chlorure de sodium. La combinaison se fait cependant avec une grande facilité quand on met en présence du gaz ammoniac légèrement comprimé, soit le chlorure de baryum rendu anhydre par fusion, soit l'hydrate BaCl,2HO. Avec le chlorure anhydre on obtient la combinaison $BaCl,4AzH^3$, dont la tension de dissociation à 0° est inférieure à la pression atmosphérique; elle est de 235 centimètres environ à 29°. Avec le chlorure hydrate BaCl,2HO on obtient un composé qui renferme à la fois de l'ammoniac et toute l'eau du chlorure, et dont la formule est $2BaCl,4HO,3AzH^3$.

Avec le chlorure de sodium il faut opérer à basse température pour obtenir la combinaison du chlorure et de l'ammoniac. Le sel marin se dissout dans le gaz ammoniac liquéfié, et si on évapore vers —30° l'excès d'ammoniac, on voit se former au milieu de ce gaz liquéfié de fines aiguilles d'un composé ayant pour formule

$NaCl,5AzH^3$. Ce corps a une tension de dissociation égale à la pression atmosphérique à —24°. Si donc on maintient à —24°,5 le mélange du composé $NaCl,5ArH^3$ et de l'ammoniac liquide en excès, ce dernier corps ayant une tension de vapeur très supérieure à la pression atmosphérique à cette température de —24°,5 s'en ira et le composé cristallisé restera seul. Cette température ayant été alors maintenue pendant une heure environ sans qu'aucune bulle d'ammoniaque se dégage, on a élevé ensuite la température et recueilli le gaz qui sortait, ce qui a permis d'établir la formule du composé. Dans trois expériences on a trouvé pour 1 équivalent de chlorure de sodium 4,968; 5,007; 5,018, soit, en moyenne, 4,998 équivalents d'ammoniac.

Dans une autre expérience, on a enlevé les cinq équivalents d'ammoniac combinés à 1 équivalent de chlorure de sodium en cinq fois, de façon à voir s'il existait un composé moins riche en ammoniac. La tension étant restée la même, on doit penser qu'il n'en existe pas, au moins à la température de — 23° à laquelle l'expérience a été faite.

Tension de	$NaCl,5AzH^3$	à — 22°8	84°,5.
—	$NaCl,(3+\alpha)\,AzH^3$	à — 23°	85 ,1.
—	$NaCl,(2+\alpha)\,AzH^3$	à — 22,9	85 ,4.
—	$NaCl,(1+\alpha)\,AzH^3$	à — 22,8	85 ,1.
—	$NaCl,\alpha\,AzH^3$	à — 22,8	85 ,1.

$$0 < \alpha < 1$$

Avec le chlorure de potassium, M. Joannis n'a pas obtenu de combinaison semblable, même en opérant à — 44°; il compte essayer de l'obtenir à une température encore plus basse.

— M. Rodier fait ensuite une communication sur la constitution chimique des sphérocristaux.

En dehors des sphérocristaux de l'inuline on a observé dans un grand nombre de plantes des précipités de même forme produits sous la même influence, à savoir la macération dans l'alcool. La composition chimique de la plupart de ces corps est mal connue ou tout à fait ignorée.

Néanmoins, pour quelques-uns d'entre eux, on pouvait croire que l'on se trouvait en possession d'une détermination certaine. En 1882, M. Hansen a publié dans les travaux de l'Institut botanique de Würzbourg un mémoire dans lequel il décrit des sphérocristaux qu'il a découverts dans les pousses terminales de l'*Euphorbia Caput Medusæ*, et de plusieurs autres Euphorbes grasses. M. Hansen regarde ces formations comme des combinai-

sons inorganiques, et, d'après l'action de divers réactifs, il n'hésite pas à affirmer que c'est tout simplement du phosphate de chaux.

Voici sur quelles preuves il base son opinion :

1° Les sphérocristaux calcinés persistent comme des masses incombustibles, tout en changeant de forme, il est vrai;

2° Les sphérocristaux contiennent de la chaux puisque, traités par l'acide sulfurique, ils disparaissent lentement, en laissant à leur place des aiguilles de gypse maclées;

3° Ils ne contiennent aucun acide organique, puisqu'ils sont incombustibles; ils ne contiennent pas d'acide carbonique, puisqu'ils ne font pas effervescence avec les acides; ni d'acide sulfurique, puisque celui-ci les dissout. Ils ne sont pas non plus constitués par de l'acide chlorhydrique ou de l'acide nitrique, puisque le chlorure et le nitrate de calcium sont solubles dans l'alcool. Il ne reste guère, dit M. Hansen, que l'acide phosphorique : et, en effet, si on ajoute au liquide qui baigne la coupe du molybdate d'ammoniaque dissous dans l'acide nitrique, on observe la production d'un abondant précipité jaune de phospho-molybdate d'ammoniaque autour de la coupe.

J'ai réussi à isoler les sphérocristaux en question du tissu qui les environne; j'ai pu en réunir de très gros en nombre suffisant pour entreprendre sur eux des réactions micro-chimiques probantes. Seulement, je ferai remarquer que ces gros sphérocristaux ne s'étant pas formés dans des lacunes, mais englobant dans leur intérieur jusqu'à une dizaine de cellules, on a toujours à compter dans les réactions avec l'influence que peuvent avoir les membranes cellulaires emprisonnées.

Il résulte de mes expériences et de mes observations :

1° Que les sphérocristaux, blancs à l'état naturel, si on les calcine, brunissent tout d'abord, puis noircissent; si la calcination est poussée plus loin, ils blanchissent de nouveau, tout en perdant plus ou moins leur forme régulière. Après cette calcination, si on les traite par un acide étendu, ils font effervescence et se dissolvent en laissant un résidu charbonneux assez abondant. Ceci est vrai, même pour les petits sphérocristaux contenus dans les coupes et qui n'emprisonnent aucune membrane à leur intérieur;

2° Les sphérocristaux isolés ne donnent avec le molybdate d'ammoniaque qu'un précipité insignifiant, tandis qu'une portion du parenchyme médullaire, dépourvue de sphérocristaux et étudiée comparativement, donne un abondant précipité jaune de phospho-molybdate d'ammoniaque;

3° Le molybdate d'ammoniaque donne le même précipité jaune quand on le fait agir sur des coupes de végétaux conservés dans l'alcool et ne contenant aucun sphérocristal, ou ne contenant que des sphérocristaux d'inuline.

Si on raisonnait comme M. Hansen, on conclurait, dans ce dernier cas, à la présence de l'acide phosphorique dans les sphérocristaux d'inuline. Il faut remarquer, en outre, que le phosphomolybdate d'ammoniaque contient 3,12 p. 100 d'acide phosphorique. Or, avec 10 sphérocristaux isolés j'obtiens un précipité qui représente à peine la moitié du volume de l'un d'eux, c'est-à-dire 1/20 de la masse. Il y a donc dans les sphérocristaux environ 1/600 d'acide phosphorique. Cela ne suffit pas pour qu'on puisse les regarder comme du phosphate de chaux. La manière dont ils se comportent quand on les calcine indique, au contraire, clairement la présence d'un acide organique qu'il me reste à déterminer.

Comme M. Hansen, et, après lui, divers observateurs, ont indiqué en suivant la même méthode analytique des sphérocristaux de phosphate de chaux ou de magnésie dans un assez grand nombre de plantes, il est nécessaire de reprendre toutes ces déterminations. C'est ce dont je m'occupe maintenant.

Séance du 5 juin 1890. — M. Pionchon fait une communication sur l'homogénéité et la similitude en géométrie et en mécanique.

— M. Brunel donne la définition au point de vue analytique des espaces à *n* dimensions.

Séance du 19 juin 1890. — M. Gayon lit la note suivante de M. Mestre *sur l'analyse de l'huile de pin* (1) et sur la particularité que présente l'examen polarimétrique de cette substance.

« Le produit se présente à nous sous l'aspect d'un liquide sensiblement limpide de couleur acajou foncé par réflexion, noire avec reflets verdâtres par réfraction. Son odeur est aromatique et rappelle celle du goudron de bois de bonne qualité des pharmacies. Sa réaction est franchement acide au tournesol; sa densité est égale à 0,842 (méthode du flacon).

» *Examiné au polarimètre,* dans un véhicule approprié optiquement inactif (mélange éthéro-alcoolique), *il fournit une déviation nulle.*

» Lorsqu'on le soumet à l'action de la chaleur, dans un ballon communiquant avec un réfrigérant de Liebig, il bout, au-dessus

(1) Travail fait en mars 1890.

de 170°, et distille alors, la température s'élevant très rapidement, en fournissant des produits que nous avons recueillis à part et examinés à différents points de vue, ainsi que le résume le tableau suivant.

» 250 grammes de produit brut, acide, à densité égale à 0,842, sans action sur le plan de polarisation de la lumière, ont fourni :

Désignation des portions fractionnées.	Poids environ.	Couleur.	Odeur.	Réaction.	Densité.	Déviation polarimétrique exprimée en degrés saccharimétriques.
A.	grammes. 5	ambrée citrine.	empyreumatique, acétique.	franchement acide.	»	⟵ 5.00
B.	60	ambrée tirant un peu sur le verdâtre.	aromatique, de goudron, de bois fin.	franchement acide.	0,798	⟵ 41.00
C.	60	id.	id.	acide.	0,810?	⟵ 27.80
D.	30	id.	empyreumatique, quelque peu repoussante.	acide.	?	⟵ 2.30
Résidu du ballon.	100	brune, réfraction verte.	de goudron.	très légèrement acide.	?	⟶ 40.00

» Aucun de ces liquides ne s'enflamme lorsqu'on plonge dans son sein une allumette qui brûle. Le contraire a lieu lorsqu'on les présente à un brûleur, soit à l'aide d'un agitateur, soit et mieux encore à l'aide d'un corps poreux tel qu'une mèche de lampe. Leur pouvoir éclairant est assez considérable. Leur flamme est fuligineuse avec production d'une odeur de goudron très accentuée et que l'on peut, croyons-nous, considérer comme caractéristique.

» De tous les caractères que nous venons d'indiquer, il en est deux qui, à notre connaissance, n'avaient point été signalés encore : ce sont les actions de sens opposés exercés sur la lumière polarisée par les produits de dédoublement que fournit la distillation de l'huile de pin.

» La substance brute, en effet, est inactive. Les produits légers dévient tous à gauche; quant au résidu, il dévie à droite, et cela, d'une quantité qui semble compenser mathématiquement la rotation gauche précédente.

» Il y a là un fait très important à retenir, au point de vue de

l'analyse commerciale des huiles de pin. Nous nous sommes cru autorisé à le porter à la connaissance de nos collègues de la Société des Sciences physiques, en attendant les résultats des études que nous avons entreprises sur l'identité de chacun des corps dont la réunion constitue la portion éclairante proprement dite de l'huile de pin. »

— M. GAYON montre à la Société les effets du pourridié sur des ceps de vigne; il l'entretient ensuite de l'action favorable du chlore sur la végétation de la vigne.

De la terre soumise à l'action de doses croissantes de chlore, sous forme d'eau de chlore et de chlorure de chaux, puis plantée de *cabernets-sauvignons,* a provoqué une végétation beaucoup plus forte que la même terre non traitée. Le développement des sarments a été presque proportionnel à la quantité de chlore employé.

— M. BRUNEL fait une communication sur le minimum du nombre de couleurs à employer pour la coloration d'une carte géographique.

On suppose que la carte est formée de régions tracées sur une surface de connexion zéro, sur une sphère ou sur un plan par exemple.

Deux régions voisines le long d'une ligne limite, d'une frontière finie doivent avoir des couleurs différentes. Deux régions non voisines ou qui ne se touchent qu'en un ou plusieurs points peuvent avoir la même couleur.

Il est facile de tracer une carte où il y ait quatre régions telles que chacune d'elles soit voisine de trois autres. Il en résulte qu'il faudra au moins quatre couleurs pour satisfaire à la question. Ces quatre couleurs suffisent.

On le montre en établissant que l'ensemble de plusieurs courbes fermées détermine sur le plan des régions telles que deux symboles + et — par exemple distinguent deux régions voisines. Si l'on considère ensuite deux séries de plusieurs courbes chacune, on peut distinguer quatre sortes de régions suivant que les régions considérées admettent le symbole + ou le symbole — relativement aux deux séries de courbes. M. Brunel établit qu'avec le contour total formé par les lignes frontière d'une carte géographique on peut former deux courbes ou deux séries de courbes telles que chaque série contienne tous les sommets du réseau et qu'une ligne frontière unissant deux sommets apparaisse soit dans un système, soit dans l'autre, soit dans les deux systèmes. La proposition énoncée résulte immédiatement alors de la considération des symboles + +, + —, — + et — — dont il a été parlé précédemment.

— M. BORDIER fait ensuite une communication sur la surfusion

blanc, séparant deux lettres. Pour séparer deux mots, on envoie deux signaux successifs de lumière naturelle, ce qui produit un blanc plus large.

Les deux touches envoyant de la lumière polarisée se manipulent en appuyant de haut en bas. Elles commandent indifféremment un même cliquet, le cliquet de la touche supérieure faisant l'office de cliquet de retenue quand on manipule les touches inférieures, et réciproquement. Au moment où un signal polarisé est envoyé par une touche inférieure, cette touche appuie un petit tampon sur la bande de papier qui recouvre le cylindre garni de caoutchouc. Ce tampon consiste en un fragment de drap imprégné d'encre, pincé entre deux mâchoires et les dépassant un peu. Chacun de ces deux tampons oscille autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de la roue et du cylindre, et les axes des deux tampons sont placés de part et d'autre du cylindre. L'un des tampons, par exemple celui qui dépend de la touche gauche, imprime un trait court dans le sens des génératrices du cylindre; l'autre tampon, dépendant de la touche droite, imprime un trait long dans le même sens. On obtient ainsi des signaux imprimés analogues à ceux qui sont produits par l'appareil de télégraphie électrique Estienne. Ils sont, d'ailleurs, parfaitement réguliers et très lisibles. Avec l'enregistreur présenté, l'impression se produit au-dessus des touches. L'aide qui dicte la dépêche peut s'apercevoir immédiatement d'une erreur.

Les dispositions de détails peuvent varier beaucoup. On a construit, il y a un an, un enregistreur où les deux touches envoyant de la lumière polarisée se manipulent dans le sens horizontal, de droite à gauche ou de gauche à droite. Le système imprimeur est placé latéralement. On a reconnu que ces mouvements horizontaux peuvent déplacer l'appareil s'il n'est pas parfaitement callé.

M. Ducretet a réalisé un enregistreur pour télégraphe optique ordinaire. La manipulation dépendant du temps, il faut un mouvement d'horlogerie pour dérouler le papier, et les signaux s'impriment avec l'aspect qu'ils présentent dans le système Morse. La dépêche une fois reçue est renvoyée à l'expéditeur, et c'est alors seulement qu'elle est enregistrée à l'arrivée. On peut agir de même avec l'enregistreur présenté. Mais la manipulation n'étant pas nécessairement cadencée, on peut rendre l'enregistrement simultané au départ et à l'arrivée. L'expéditeur manipule en regardant à la lunette munie du rochon, ce qui est facile grâce à la disposition du clavier. La dépêche s'enregistre ainsi au départ. Dès que le récepteur aperçoit le signal dans sa lunette, il appuie

sur la touche correspondante, renvoie le signal optique et l'enregistre en même temps. L'expéditeur peut donc s'assurer si le signal qu'il voit est bien le même que celui qu'il a envoyé, et peut envoyer le signal suivant.

On a fait l'année dernière quelques expériences avec cette manipulation. On a employé l'enregistreur auquel il a été fait allusion plus haut, et un appareil simple à la lumière polarisée. Ces expériences, quoique incomplètes et plus difficiles que celles que l'on pourrait faire avec deux enregistreurs, ont été néanmoins satisfaisantes. On les reprendra bientôt avec les deux enregistreurs.

On pourrait appliquer ce système d'enregistrement à un système de télégraphie à trois signaux colorés, système peut-être plus simple que celui à polarisation, mais comportant des portées inégales pour les différentes couleurs.

M. Ellie revient ensuite sur sa communication du 5 juillet 1888, relative à un système de télégraphie optique permettant d'envoyer chaque lettre en une seule émission de lumière. On a réalisé à cette époque un appareil de démonstration consistant en un transmetteur et une lunette réceptrice. Quelques expériences ont été faites : elles ont permis de s'assurer qu'il n'était pas nécessaire de maintenir un synchronisme rigoureux, à condition d'avoir un repère bien net.

On n'a pas cherché à perfectionner ce système parce que M. Paul la Cour a fait connaître un moyen beaucoup plus simple d'arriver au même résultat par son appareil dit *spectrotélégraphe*, dont la *Lumière électrique* a donné une description dans son numéro du 14 juillet.

— M. Bergonié présente à la Société une pile Leclanché dans laquelle, par une dilution convenable de la solution du sel ammoniac, le grimpement est évité.

Séance du 24 juillet 1890. — M. Brunel entretient la Société du problème des alignements. Il y a déjà plusieurs années Sylvester avait été amené par ses recherches sur les courbes du 3e ordre à se poser des questions d'*alignement*. Il montra, par exemple, que la théorie de ces courbes conduit à une solution simple et générale de ce problème : Planter 10 arbres en sorte qu'il y ait dix lignes sur chacune desquelles se trouvent 3 arbres.

M. Brunel montre que cette question peut être résolue par de simples considérations de géométrie de situation. De plus, on arrive facilement à former expérimentalement des solutions particulières ne rentrant pas dans le cas traité par Sylvester. Il y a, en effet,

blanc, séparant deux lettres. Pour séparer deux mots, on envoie deux signaux successifs de lumière naturelle, ce qui produit un blanc plus large.

Les deux touches envoyant de la lumière polarisée se manipulent en appuyant de haut en bas. Elles commandent indifféremment un même cliquet, le cliquet de la touche supérieure faisant l'office de cliquet de retenue quand on manipule les touches inférieures, et réciproquement. Au moment où un signal polarisé est envoyé par une touche inférieure, cette touche appuie un petit tampon sur la bande de papier qui recouvre le cylindre garni de caoutchouc. Ce tampon consiste en un fragment de drap imprégné d'encre, pincé entre deux mâchoires et les dépassant un peu. Chacun de ces deux tampons oscille autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de la roue et du cylindre, et les axes des deux tampons sont placés de part et d'autre du cylindre. L'un des tampons, par exemple celui qui dépend de la touche gauche, imprime un trait court dans le sens des génératrices du cylindre; l'autre tampon, dépendant de la touche droite, imprime un trait long dans le même sens. On obtient ainsi des signaux imprimés analogues à ceux qui sont produits par l'appareil de télégraphie électrique Estienne. Ils sont, d'ailleurs, parfaitement réguliers et très lisibles. Avec l'enregistreur présenté, l'impression se produit au-dessus des touches. L'aide qui dicte la dépêche peut s'apercevoir immédiatement d'une erreur.

Les dispositions de détails peuvent varier beaucoup. On a construit, il y a un an, un enregistreur où les deux touches envoyant de la lumière polarisée se manipulent dans le sens horizontal, de droite à gauche ou de gauche à droite. Le système imprimeur est placé latéralement. On a reconnu que ces mouvements horizontaux peuvent déplacer l'appareil s'il n'est pas parfaitement callé.

M. Ducretet a réalisé un enregistreur pour télégraphe optique ordinaire. La manipulation dépendant du temps, il faut un mouvement d'horlogerie pour dérouler le papier, et les signaux s'impriment avec l'aspect qu'ils présentent dans le système Morse. La dépêche une fois reçue est renvoyée à l'expéditeur, et c'est alors seulement qu'elle est enregistrée à l'arrivée. On peut agir de même avec l'enregistreur présenté. Mais la manipulation n'étant pas nécessairement cadencée, on peut rendre l'enregistrement simultané au départ et à l'arrivée. L'expéditeur manipule en regardant à la lunette munie du rochon, ce qui est facile grâce à la disposition du clavier. La dépêche s'enregistre ainsi au départ. Dès que le récepteur aperçoit le signal dans sa lunette, il appuie

sur la touche correspondante, renvoie le signal optique et l'enregistre en même temps. L'expéditeur peut donc s'assurer si le signal qu'il voit est bien le même que celui qu'il a envoyé, et peut envoyer le signal suivant.

On a fait l'année dernière quelques expériences avec cette manipulation. On a employé l'enregistreur auquel il a été fait allusion plus haut, et un appareil simple à la lumière polarisée. Ces expériences, quoique incomplètes et plus difficiles que celles que l'on pourrait faire avec deux enregistreurs, ont été néanmoins satisfaisantes. On les reprendra bientôt avec les deux enregistreurs.

On pourrait appliquer ce système d'enregistrement à un système de télégraphie à trois signaux colorés, système peut-être plus simple que celui à polarisation, mais comportant des portées inégales pour les différentes couleurs.

M. Ellie revient ensuite sur sa communication du 5 juillet 1888, relative à un système de télégraphie optique permettant d'envoyer chaque lettre en une seule émission de lumière. On a réalisé à cette époque un appareil de démonstration consistant en un transmetteur et une lunette réceptrice. Quelques expériences ont été faites : elles ont permis de s'assurer qu'il n'était pas nécessaire de maintenir un synchronisme rigoureux, à condition d'avoir un repère bien net.

On n'a pas cherché à perfectionner ce système parce que M. Paul la Cour a fait connaître un moyen beaucoup plus simple d'arriver au même résultat par son appareil dit *spectrotélégraphe*, dont la *Lumière électrique* a donné une description dans son numéro du 14 juillet.

— M. Bergonié présente à la Société une pile Leclanché dans laquelle, par une dilution convenable de la solution du sel ammoniac, le grimpement est évité.

Séance du 24 juillet 1890. — M. Brunel entretient la Société du problème des alignements. Il y a déjà plusieurs années Sylvester avait été amené par ses recherches sur les courbes du 3e ordre à se poser des questions d'*alignement*. Il montra, par exemple, que la théorie de ces courbes conduit à une solution simple et générale de ce problème : Planter 10 arbres en sorte qu'il y ait dix lignes sur chacune desquelles se trouvent 3 arbres.

M. Brunel montre que cette question peut être résolue par de simples considérations de géométrie de situation. De plus, on arrive facilement à former expérimentalement des solutions particulières ne rentrant pas dans le cas traité par Sylvester. Il y a, en effet,

d'autres solutions et même d'autres solutions générales se classant en différentes séries et dans chaque série et espèces et variétés. M. Brunel insiste en particulier sur la solution offerte par la figure connue en géométrie et relative aux triangles projectifs. Il montre comment on peut généraliser la question et placer, par exemple, sur 15 droites 20 arbres en sorte qu'il y ait 4 arbres sur chaque droite ou plus généralement placer sur $\frac{n(n-1)}{2}$ droites $\frac{(n-1)(n-2)}{3}$ arbres en sorte qu'il y ait $n-2$ arbres sur chaque droite. Il suffit de projeter sur un plan la configuration constituée par n plans dans l'espace. Dès lors, une nouvelle généralisation se présente, c'est celle à laquelle on arrive en ayant recours à la considération des espaces à p dimensions. On peut ainsi placer sur $\frac{n(n-1)\ldots n(n-p+2)}{p-1}$ droites $\frac{n(n-1)\ldots(n-p+1)}{p}$ points en sorte qu'il y ait $n-p+1$ points sur chaque droite.

— M. PIONCHON communique les résultats d'un travail de M. Chabot, ancien élève de la Faculté des sciences, préparateur au lycée de Mont-de-Marsan, sur le pouvoir rotatoire du camphre en dissolution dans diverses huiles.

Si l'on désigne par p la proportion pondérale (en centième) du camphre renfermé dans l'huile camphrée, on a pour la rotation α imprimée par cette dernière au plan de polarisation de la lumière jaune sur une épaisseur de 20 centimètres :

Dans le cas de l'huile d'olives..........	$\alpha = 10' + p.1^{\circ}1'$.
— l'huile d'amandes douces.	$\alpha = p$.
— l'huile de graines........	$\alpha = 36' + p$.

Ces formules permettent de calculer les proportions de camphre contenues dans les disolutions saturées de trois huiles examinées. On trouve ainsi :

Huile d'olives camphrée à saturation....	26,983 p. 100.
— d'amandes	28,53.
— de graines......................	28,80.

Si l'on déduit de la rotation observée sur l'huile camphrée le pouvoir rotatoire moléculaire du camphre, on voit que ce dernier varie très peu avec la dilution et que, contrairement à ce qu'on avait observé dans les autres dissolutions de cette substance, ce pouvoir rotatoire, conformément à la règle générale, augmente à mesure que la dilution devient plus grande.

LA RIVIÈRE DE BORDEAUX

DEPUIS DEUX CENTS ANS

ÉTUDE SUR LES PASSES

PAR M. HAUTREUX

LIEUTENANT DE VAISSEAU, DIRECTEUR DES MOUVEMENTS DU PORT DE BORDEAUX EN RETRAITE.

La Bibliothèque de la ville de Bordeaux vient de faire l'acquisition d'une collection de cartes manuscrites de l'ingénieur Masse, levées de 1708 à 1723, qui donne le cours de la rivière de Bordeaux, depuis le port jusqu'à la Pointe de Grave, avec un grand nombre de sondages et l'emplacement des bancs et des îles. Ces cartes, d'une perfection de dessin excessivement remarquable, sont un monument historique d'une importance capitale pour la connaissance des modifications éprouvées par le lit du fleuve depuis deux cents ans.

Nous désirons signaler les différences saillantes qui ressortent de leur comparaison avec les cartes actuelles du service de la marine et du service des ponts et chaussées, afin de servir à l'étude du régime de notre rivière.

Le régime d'un fleuve à marée ne peut se déduire de celui d'une rivière à courant de direction constante.

Un fleuve à marée doit être divisé en deux parties distinctes Le bassin supérieur où la marée ne pénètre pas, et le bassin inférieur où la marée se fait sentir.

Dans le bassin supérieur, les éléments mobiles du lit du fleuve sont soumis à une force de direction constante, mais variable en intensité, dont l'action uniforme est de pousser les éléments d'amont en aval.

Dans le bassin inférieur, ces mêmes éléments sont soumis à des forces alternatives, variables en intensité, en durée et en

direction, dont l'action est de pousser ces éléments mobiles tantôt vers l'aval, tantôt vers l'amont.

L'introduction de la marée dans le fleuve a pour résultat d'élever le niveau des eaux deux fois par jour, de permettre aux bâtiments de mer de pénétrer à l'intérieur du pays et d'y apporter économiquement les produits de l'extérieur.

L'emplacement de Bordeaux comme port maritime est excellent; il permet aux navires une pénétration intérieure de 100 kilomètres, il leur donne une fosse ou mouillage qui a toujours eu une profondeur de 6 mètres à marée basse. La pleine mer y atteint la même hauteur qu'à l'embouchure; elle y élève le niveau du fleuve de $3^{m}50$ dans les petites marées de morte eau, et de $5^{m}50$ dans les grandes marées de vive eau. La longueur du port est de 3 kilomètres, sa largeur de 450 mètres; le fond du mouillage est de vase molle, d'excellente tenue pour les ancres. La largeur du chenal de marée basse est de 150 mètres, ce qui permet l'évitage des navires de toute catégorie.

En raison de l'abaissement du niveau de marée basse, les inondations désastreuses du bassin supérieur y recouvrent à peine ses quais.

Enfin le jeu alternatif des marées facilite singulièrement, deux fois par jour, les mouvements des gabares de chargement et de celles qui apportent dans le port les produits des bassins supérieurs de la Garonne et de la Dordogne.

De Bordeaux à la mer, le fleuve ne présente pas partout les mêmes profondeurs que dans le port; le chenal de navigation ou des plus grandes profondeurs suit tantôt la rive gauche et tantôt la rive droite; ces déplacements du lit de la rivière produisent des modifications dans les profondeurs qui rendent la navigation difficile. Bien que le fond du fleuve aille en s'abaissant et atteigne 25 mètres entre la Pointe de Grave et Royan, on rencontre des hauts fonds successifs sur lesquels, à marée basse, il ne reste que 2 à 3 mètres entre Bordeaux et le Bec-d'Ambès, 3 à 4 mètres entre le Bec-d'Ambès et Pauillac, 4 à 5 mètres entre Pauillac et Richard.

Entre chacun de ces hauts fonds existent des fosses ou

mouillages ayant des profondeurs de 6 mètres entre Bordeaux et Pauillac, de 10 à 14 mètres entre Pauillac et le Verdon.

Lorsqu'on regarde une carte nautique de la Garonne maritime et de la Gironde, on est frappé du grand nombre de bancs et d'îles qui parsèment leur cours.

Presque tous ces bancs s'élèvent jusqu'à hauteur des basses mers, un certain nombre découvrent pendant les dernières heures du jusant; ces bancs forment alors de nouvelles rives pour le fleuve. Il s'ensuit que le lit du fleuve, à marée basse, n'est pas du tout le même que celui de marée haute. Le fleuve à l'étiage est le chenal de navigation; il est bien plus sinueux que le fleuve de pleine mer, ses courbes sont plus accusées, elles sont à plus court rayon, et les forces tangentielles d'inertie sont plus actives pour opérer le creusement ou l'enlèvement des vases.

On remarque aussi que les profondeurs sont toujours voisines des bancs et que dans les parties du fleuve où il n'y a pas de bancs, comme dans les parages de la Maréchale, il y a de faibles profondeurs. L'existence des fosses ou mouillages paraît liée à celle des bancs.

Le cours du fleuve, le tracé de ses rives sont le résultat du travail des eaux et de l'équilibre de toutes les forces en présence depuis des siècles. Combien d'éléments inconnus ont contribué à déterminer ses sinuosités, ses profondeurs, ainsi que l'emplacement des îles et des bancs? Ce que nous constatons actuellement est le résultat du travail des temps et de périodes géologiques différentes.

Outre les obstacles permanents, tels que les rochers qui bordent les rives ou forment les assises de quelques bancs, les fonds de la rivière sont composés d'éléments plus ou moins pesants, plus ou moins mobiles; les graviers, les sables sont moins meubles que les vases qui restent en suspension dans les eaux en mouvement.

Des rochers comme ceux de Lormont, de la Roque-de-Tau, de Talmont, de Terre-Nègre, de Cordouan et de Saint-Nicolas au Verdon ont formé les directrices invariables du fleuve depuis les temps les plus reculés; des bancs de gros graviers comme ceux de Queyries, de Bacalan, d'Alenet, des Marguerites, du Saut-de-

Grave et de la Coubre, ont formé des obstacles pouvant résister aux oscillations des courants et déterminé quelques-unes des sinuosités de la rivière.

Le débit du bassin du fleuve est très variable puisque d'une année à l'autre il peut différer du simple au double. L'entraînement des matériaux qu'il charrie apporte des perturbations dans l'équilibre des formes du lit. Ces troubles sont plus ou moins étendus, plus ou moins durables, ils persistent pendant quelques mois ou pendant des années; un nouvel équilibre s'établit entre les forces opposées qui sont en lutte, des bancs se sont déplacés, un autre lit s'est formé jusqu'à ce qu'un débordement produise de nouveaux désordres.

Toutes ces modifications sont moins radicales qu'on ne pourrait le craindre; elles produisent des oscillations dans les passes et profondeurs sans altérer notablement l'ensemble, et l'on peut dire que le fleuve serait aussi navigable de nos jours qu'il l'était autrefois, si dans beaucoup de points, par des empiétements sur ses rives et sur ses bancs, on n'avait altéré le régime de ses eaux.

Recherches historiques.

Pour se faire une idée un peu précise du régime du fleuve et des lois qui ont présidé à la formation de son lit, il est nécessaire de suivre les modifications naturelles qu'il a éprouvées dans la suite des temps.

Malheureusement les documents anciens manquent d'exactitude; les plus éloignés d'entre nous, auxquels on puisse ajouter foi, datent à peine de deux cents ans, et c'est une période bien courte pour l'étude que nous voudrions faire.

Parmi ces cartes, suffisamment précises, nous citerons :

Une carte de 1677, sans nom d'auteur, réduite dans l'atlas de M. Manen, donnant avec les courbes de niveau les profondeurs du fleuve depuis Pauillac jusqu'à la mer;

Le *Flambeau de la mer*, par Jean Van Keulen (Amsterdam, 1698), qui donne un dessin approximatif du cours du fleuve depuis Bordeaux jusqu'à la mer, avec les profondeurs de l'entrée,

la disposition des bancs, les alignements pour passer entre les dangers et entrer en Gironde, et des instructions nautiques très précises à cet égard;

La carte manuscrite de l'ingénieur Masse, à grand point, levée de 1708 à 1723, et donnant avec les détails les plus précis tout le cours de la rivière, depuis Bordeaux jusqu'à la Pointe de Grave; l'embouchure malheureusement n'accompagne pas cette collection;

Les cartes de Bélin, en 1751;
— de Kearney, en 1767;
— de Magin, en 1772;
— de Teulère, en 1798;
— de Raoul, en 1810;
— de Beautemps-Beaupré, en 1825;
— de Bouquet de La Grye, en 1854;
— de Manen, en 1874;

Les cartes de sondage du service des ponts et chaussées pour la partie comprise entre Bordeaux et Pauillac jusqu'à l'époque actuelle;

La collection des sondages des pilotes, depuis 1764, déposée à la bibliothèque de la Chambre de commerce.

Il n'est pas nécessaire d'exposer dans tous leurs détails tous ces documents, mais une comparaison entre la carte de l'ingénieur Masse de 1723 et la carte dite de la Chambre de commerce de 1874 fournit à elle seule des indications excessivement précieuses sur les modifications éprouvées par le lit du fleuve dans ces cent cinquante ans.

Comparaison entre ces deux cartes.

A première vue, entre les deux dessins, on trouve des parties qui paraissent absolument semblables. Tels sont les rivages, les courbures du lit, qui ne semblent pas avoir été altérées.

Il n'en est pas de même pour les îles et les bancs.

Les îles Cazeau, du Nord, du Pâté et de Patiras existent sur les deux plans.

Mais l'île Verte, le Grand-Fagnar, le Petit-Fagnar et l'île Saint-Louis se sont formées depuis la carte de 1723 sur l'emplacement de bancs qui sont signalés à cette époque comme très mobiles et gênants pour la navigation.

Quant aux bancs, dans la Garonne maritime depuis Bordeaux jusqu'au Bec-d'Ambès, les dispositions sont encore les mêmes; dans la Gironde, les bancs de Plassac et de Saint-Lambert ont pris la place des bancs fixés par la formation des îles; ceux qui existaient en face de Saint-Seurin-de-Cadourne, de Castillon et de By ont disparu. Les bancs de Mortagne et de Saint-Seurin se sont réunis pour former le grand banc de Goulée; ceux de Talmont et des Marguerites existent à peu près au même endroit. Un banc s'est formé près de Saint-Georges et deux autres près de Talais et de Saint-Vivien.

La carte de Masse ne contient pas malheureusement l'embouchure, mais si l'on recourt aux cartes de 1677, 1698 et 1751, toutes trois font mention de bancs qui donnaient à l'embouchure et à l'entrée du fleuve des dispositions fort différentes de l'état actuel.

Passes et mouillages en 1723 et 1874.

Sauf dans la région comprise entre le Bec-d'Ambès et Pauillac, les passes de navigation ont conservé le même parcours, les mêmes sinuosités.

Autrefois, les navires descendaient jusqu'à Blaye et ne traversaient sur la rive du Médoc qu'entre l'île de Patiras et l'île du Pâté.

Maintenant les navires gagnent la rive gauche à partir du Bec-d'Ambès en longeant les îles Cazeau, du Nord et Verte.

Les mouillages sont à peu près aux mêmes points qu'autrefois, sauf celui de Bassens qui servait aux petits navires et a disparu, et ceux de l'île du Nord qui se sont formés en face de la Roque-de-Tau.

Mais ce qui s'est modifié considérablement, ce sont les profon-

deurs du chenal de navigation aussi bien dans la Gironde que dans la Garonne maritime.

De Bordeaux à la Pointe-de-Grave. — Profondeurs en pieds.

		Distances kilométriq^s.	LOCALITÉS.	1723	1874	Différence.
				Pieds	Pieds	
GARONNE MARITIME.	Rive gauche.	0	En face Saint-Michel	20	13	— 7
		1	Colonnes rostrales	20	19	— 1
		2	Fenwick	23	19	— 4
		2.5	Chartrons	23	21	— 2
		3	Messageries	18	14	— 6
		4	Bacalan (traverse)	13	10	— 3
	Rive droite.	5	Premier tunnel	30	18	— 12
		6	Lormont	20	14	— 6
		8	Bassens (la Baranquine)	17	10	— 7
		9	Bassens	13	10	— 3
		10	Grattequina (traverse)	9	7	— 2
	R. g.	14	Lagrange	20	19	— 1
		16	Montferrand (traverse)	17	11	— 4
	Rive droite.	17	Montferrand	20	20	»
		18	Pachan	23	17	— 4
		20	Le Marquis	23	18	— 5
		22	Le Bec-d'Ambès (Macau)	16	11	— 5
		26	Le Bec-d'Ambès (Cazeau)	14	7	— 3
GIRONDE.	Rive gauche.	27	Garguil (Bayon)	20	22	+ 2
		31	Ile Verte (La Roque-de-Tau)	24	22	— 2
		33	Ile Verte (au Rouillon)	16	15	— 1
		35	Ile Verte (Plassac)	19	15	— 4
		37	Fort-Médoc (Blaye amont)	25	12	— 13
		40	Blaye (Petit-Fagnar)	22	14	— 8
		42	Beychevelle (traverse)	10	10	»
		43	Saint-Julien	20	15	— 5
		47	Pauillac	23	19	— 4
		49	Padernac	28	19	— 9
		51	Trompeloup	30	33	+ 3
		56	Banc de Cadourne	25	21	— 4
		63	Banc de Castillon	27	14	— 7
		69	Banc de By	25	15	— 10
		75	Banc de Goulée	26	21	— 5
		80	Richard	25	24	— 1
		83	Jau	22	33	+ 11
		88	Saint-Vivien	23	36	+ 13
		90	Banc de Talais	23	36	+ 13
		93	Le Verdon	26	30	+ 4
		96	Pointe-de-Grave	46	60	+ 14
	Rive droite.	»	Saint-Louis	16	17	+ 1
		»	Saint-Bonnet	18	10	— 8
		»	Grangeneuve	22	7	— 15
		»	Maubert	17	6	— 11
		»	Mortagne	25	15	— 10
		»	Saint-Seurin	30	18	— 12
		»	Talmont	70	66	— 4
		»	Méchers	99	78	— 17
		»	Suzac	64	60	— 4
		»	Saint-Georges	55	60	+ 5
		»	Royan	57	60	+ 3
		»	Pontaillac	47	80	+ 33

Pour faire ressortir ces différences, nous dressons le tableau comparatif de ces profondeurs sur la route que suivaient les navires, d'après la carte de Masse de 1723 et celle de la Chambre de commerce de 1874.

Nous indiquons les distances kilométriques à partir du pont de Bordeaux pour que ses chiffres puissent être comparables entre eux lorsque c'est possible, et nous donnons les profondeurs en pieds de France comme elles le sont sur la carte de Masse.

Les différences sont saisissantes et montrent combien les difficultés se sont accumulées dans les passes plutôt que dans les mouillages; il suffit de citer :

Cariette, Bassens, le Bec-d'Ambès, Saint-Julien, toute la distance entre Trompeloup et Richard où la perte de profondeur est considérable. Enfin, sur la rive de Saintonge et du Blayais, il s'est formé entre Saint-Bonnet et Talmont des atterrissements qui ont condamné le chenal de Blaye.

Les profondeurs ont augmenté sur les deux rives dans les parages de Jau, du Verdon et depuis Talmont jusqu'à Royan, des deux côtés du banc de Goulée.

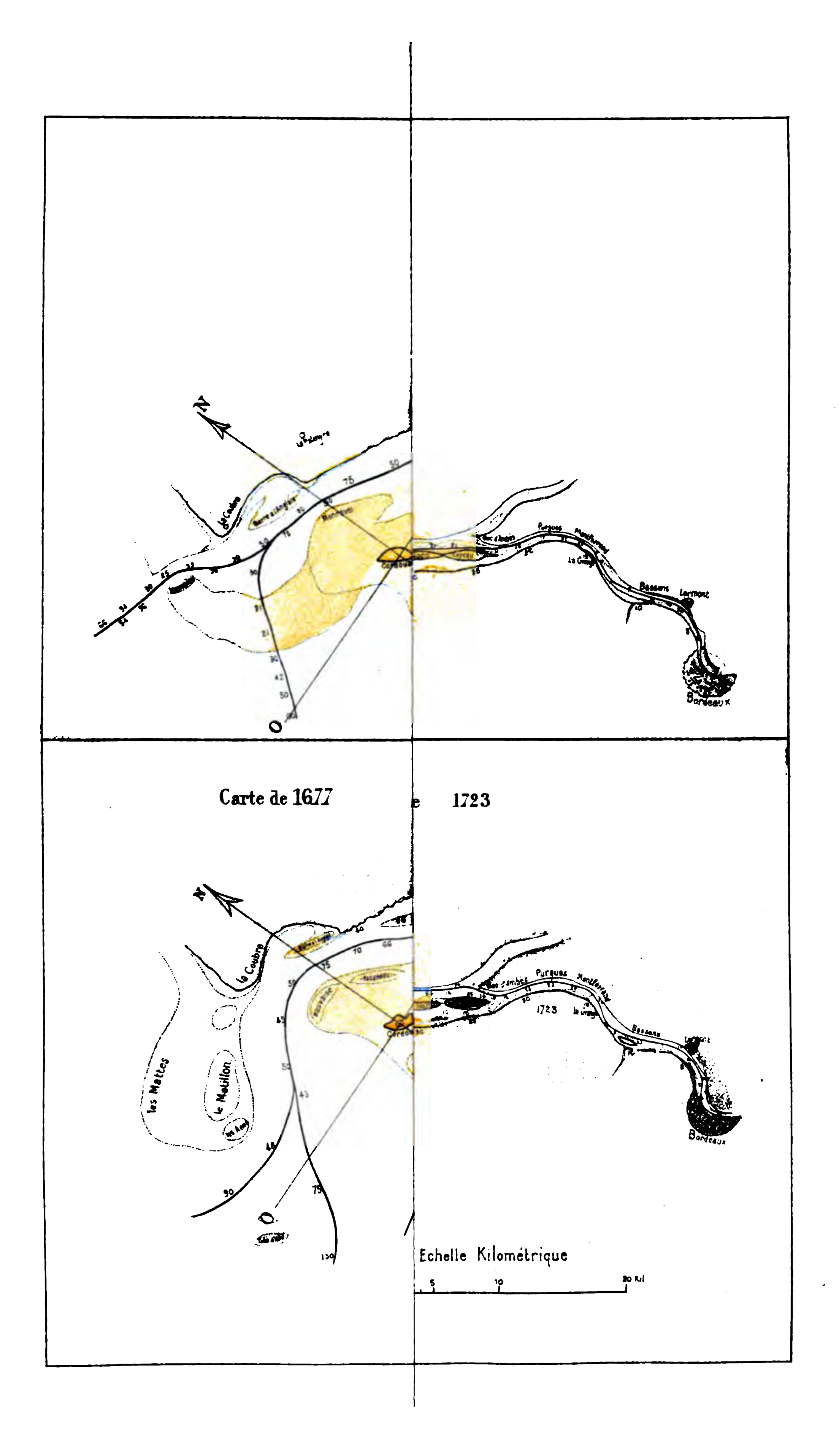
Influence des bancs sur la profondeur des passes.

Si l'on cherche à rattacher les modifications survenues dans le fleuve à des faits appréciables, il semble que la comparaison entre des états très éloignés peut mieux faire saisir les relations des choses entre elles par la grandeur et la permanence des résultats.

Depuis deux cents ans il y a un certain nombre de faits qui doivent attirer l'attention et qui méritent d'être analysés avec détail; ce sont :

1° La transformation des bancs de l'estuaire marin, l'obstruction de la passe du Mattelier et l'ouverture de la passe du Nord;

2° Le groupement en une seule masse des bancs de Talmont, de Saint-Seurin et de Mortagne, la formation des bancs de Talais et de Saint-Vivien, et l'augmentation de profondeur sur les deux rives;


N
La Coubre
Bordeaux
Carte de 1677
1723
N
La Coubre
les Mattes
le Matillon
1723
Bassens
Bordeaux
Echelle Kilométrique
5
10
20 Kil

3° La disparition des bancs de By, de Castillon, de Cadourne et la diminution des profondeurs sur les deux rives;

4° La formation des îles Saint-Louis, Grand-Fagnar, Petit-Fagnar et île Verte, qui a déplacé la barre et l'a reportée en Garonne au Bec-d'Ambès;

5° La création des mouillages de l'île du Nord et de l'île Verte.

Dans la Garonne maritime il a été exécuté un grand nombre de travaux sur les deux rives; les résultats acquis sont assez discutés pour qu'il n'y ait pas lieu d'y attacher le caractère de lois naturelles.

Nous allons passer en revue les points signalés plus haut et nous efforcer d'en tirer un enseignement sur le régime du fleuve.

1° Transformation des bancs de l'Estuaire marin, obstruction de la passe du Mattelier et ouverture de la passe du Nord.

A la fin du XVIIe siècle il existait deux passes d'entrée dans la Gironde :

1° La passe du Sud telle qu'elle existe encore actuellement, sur les mêmes alignements et les mêmes profondeurs; elle passait entre les rochers de Cordouan et la côte de Soulac;

2° La grande passe qui se trouvait dans l'ouest de Cordouan, sur l'emplacement actuel de la passe de Mattelier. Cette passe était dirigée du S.-O. vers le N.-E. sur des alignements qui peuvent encore servir de nos jours.

La passe actuelle du Nord n'existait pas, elle était occupée par une suite de bancs, dits bancs des Anes du Nord et du Sud, qui s'étendaient à 20 kilomètres au sud de la pointe de la Coubre et ne permettaient pas de passer près de cette pointe.

L'existence de cette série étendue des bancs des Anes, au sud de la pointe de la Coubre, et d'une passe profonde entre ces bancs et les rochers de Cordouan est attestée par les documents antérieurs à l'année 1750. Sur les cartes de 1677, la tête du banc des

Anes est indiquée d'une manière très précise à 20 kilomètres à l'ouest de Cordouan; il n'y restait que 3^m^50 à marée basse, on y trouve actuellement 20 mètres de fond.

Différentes parties du banc portaient les noms de Mattes foraines, Maltillon, Mattille.

Dans la passe que suivaient les navires, qui est celle du Mattelier, il y avait alors 18 à 20 mètres de profondeur, d'après la carte de 1677 ; il n'y en a plus que 6 à 7 aujourd'hui.

Il semble que les lames de l'Ouest aient balayé la partie sud du banc des Anes et l'aient projetée dans la passe qu'elle a obstruée.

Dès 1677, ce travail de bouleversement devait être commencé depuis longtemps; c'est ce qu'indique l'isolement du banc appelé *Tête des Anes,* qui était le dernier témoin des Anes du Sud; et ce travail a dû marcher assez rapidement, car dans le *Flambeau de la mer* de Van Keulen (Amsterdam, 1698), on lit dans les instructions sur l'entrée de la Gironde :

« De la pointe du nord de la rivière s'étend un banc, du côté » sud, nommé l'*Asne du Nord,* et au sud il y en a un qu'on » appelle l'*Asne du Sud,* mais à présent ils sont fort petits et sont » devenus presque à rien, de sorte que l'on ne doit avoir si grande » crainte; on cingle sur la rivière entre iceux et on les côtoie » aussi au sud. »

En outre, dès cette époque la passe actuelle du Sud est considérée comme la meilleure et on lit :

« Pour entrer dans la rivière au long méridional des *Asnes,* » venant du Nord, c'est le meilleur trou, faites ainsi : Amenez la » tour de Soulac à l'est de vous, ou bien un peu au Nord et » cinglez là dessus jusqu'à ce que la tour de Cordan soit N. 1/4 N.-E. » ou N.-N.-E. de vous; Royan sera donc au N.-E. de vous... »

(C'est absolument le relèvement actuel de la bouée de changement de route de la passe du Sud.)

« Faites voiles droit sur icelui (Royan) et l'approchant cinglez vers la pointe de *Méchers.* »

Ces indications sont très précises et les alignements que donnent les instructions pourraient encore servir aujourd'hui.

Quant à la direction des courants, le *Flambeau de la mer* ajoute :

« Mais prenez bien garde à votre courant, le flux passe en » travers par dessus les *Asnes* vers la tour de Cordan, et le jusant » au contraire, dans le susdit trou (passage) entre les *Asnes.* »

Cette dernière phrase indique les transformations éprouvées par les courants depuis les modifications survenues aux bancs.

En effet, les deux passes d'alors étaient parallèles et dirigées du S.-S.-O. vers le N.-N.-E. Les premiers courants de flot entraient en même temps par la passe du Mattelier (la grande passe d'alors) et par la passe du Sud (ou de Soulac) ; ces deux courants parallèles s'infléchissaient en même temps vers l'Est pour entrer dans la rivière, ils heurtaient de front la côte rocheuse de Saintonge, s'épanouissaient dans le fleuve et toute la masse des eaux de l'estuaire pénétrait en même temps dans la rivière.

Cette observation du *Flambeau de la mer* sur la direction des courants par dessus les bancs des Anes explique très simplement les faits qui se sont passés et se passent encore de nos jours, c'est-à-dire le mouvement tourbillonnaire des sables dans l'ouest de Cordouan ; ils expliquent l'oblitération de la passe du Mattelier par les courants de flot, aidés par l'action des lames de fond détruisant les Anes du Sud et les rejetant vers le plateau de Cordouan. D'un autre côté les courants de jusant ont poussé ces sables en excès des rochers de Monrevel vers les Anes du Nord, c'est ce qu'indique nettement le déplacement du banc de la Mauvaise. Ce banc a été arraché au plateau de Cordouan entre les années 1700 et 1750 et porté vers les mattes des Anes ; ses mouvements ont été suivis jusqu'à ces dernières années, il a décrit un véritable cercle autour de la pointe de la Coubre ; une dernière évolution, arrivée en 1886, l'a définitivement rejeté sur les bancs de la côte d'Arvert.

Ces déplacements des sables ont amené des perturbations considérables dans la grande passe du Mattelier. Ainsi que nous venons de le dire, c'est vers la fin du XVII[e] siècle que les bancs des *Anes* furent bouleversés par les coups de mer et les courants de

flot et rejetés sur la passe du Mattelier qu'ils obstruèrent, en sorte que la passe la plus pratiquée fut celle du Sud ou de Soulac, comme l'indique le *Flambeau de la mer;* ce n'est que vers l'année 1780 que les pilotes commencent à signaler une coupure au nord du banc des Anes; coupure qui devint peu à peu praticable et forma la passe actuelle dite du Nord. Mais la passe du Nord est à angle droit avec la passe du Sud, elle est dans la direction même des courants de jusant du fleuve, en sorte que les premiers flots qui remontent par la passe du Sud, rencontrant les derniers jusants de la rivière, sont déviés vers l'Ouest et, au lieu d'entrer dans le fleuve comme ils le faisaient autrefois, ils sont déviés vers le N.-O. et se transforment momentanément en courants de jusant dans la passe du Nord.

Une diminution notable de la masse du flot pénétrant en rivière dut être la conséquence forcée de cette perturbation des courants. Et il n'est pas besoin de démontrer que la diminution de la marée est un amoindrissement certain pour le fleuve.

Cette modification produite à l'embouchure a dû avoir un retentissement dans tout le parcours jusqu'au point limite où se fait sentir la marée.

C'est vers 1750 que le mouvement des sables que nous venons de décrire vint porter un trouble profond dans la navigation, et ce trouble est indiqué par la multiplicité des reconnaissances de l'embouchure, qui se succèdent à des intervalles rapprochés. Ce sont les cartes de :

1751 par de Perigny.
1764 par Bélin.
1767 par de La Motte.
1767 par de Kearney.
1772 par Magin.
1798 par Teulère.
1810-12 par Raoul.

Cette dernière carte est un véritable travail hydrographique, parfaitement comparable avec les levés actuels.

1825 par Beautemps-Beaupré.
1854 par Bouquet de La Grye.
1874 par Manen.
1888 id.

Nous présentons le tableau des profondeurs observées dans les passes de navigation :

Passes de l'embouchure. — Profondeurs en pieds.

	1677	1698	1764 Belin	1776 Teulère	1784 Pilotes	1791 Pilotes	1802 Pilotes	1810 Raoul	1822 Pilotes	1825 B. Beaupré	1835 Pilotes	1854 B. de La Grye	1874 Manen	1888 Manen
Passe du Nord	Impraticable.			14	15	15	15	18	18	25	35	35	33	27
Passe du Mattelier....	54	36	26	26	15	15	14	16	13	Impraticable.			18	18
Passe du Sud (Soulac).	13	»	»	15	»	»	»	13	»	»	12	11	15	15

Ce tableau donne une idée assez précise des faits qui se sont passés à l'embouchure et qu'on peut résumer ainsi :

La démolition du banc des *Anes*, commencée antérieurement à 1677, comble la passe du Mattelier entre 1772 et 1784; en même temps on signale l'ouverture de la passe des Charentais ou du Nord. Vers 1822, la passe du Mattelier devient impraticable, celle du Nord augmente en profondeur et vers 1829 atteint 30 pieds; c'est cette passe qui devient alors la préférée et la principale au détriment de la passe du Sud.

Celle-ci, pendant tout ce bouleversement des passes à l'ouest de Cordouan, est restée constamment praticable bien qu'avec peu de profondeur. Elle a accusé une certaine diminution vers 1835 au moment où la passe du Nord atteignait son maximum de profondeur.

Les dernières reconnaissances de la passe du Nord, en 1888, montrent une diminution de profondeur; il se trouve en pleine passe des points où il n'y a plus que 8 mètres de fond. Les grands paquebots calant 7 mètres ont de grandes précautions à prendre et doivent attendre deux heures de marée de flot, sous peine de risquer, à la levée de la lame, de donner des coups de talon

dangereux pour les gouvernails. C'est le déplacement des sables de la Mauvaise qui était prévu, et qui depuis trois ans est venu encombrer la passe, mais on peut croire que cette altération n'est que passagère et qu'avec l'aide des gros vents, le fleuve améliorera son embouchure.

2° Basse Gironde. — Groupement en une seule masse des bancs de Talmont, de Saint-Seurin et de Mortagne. — Augmentation de profondeur sur les deux rives.

Pour l'intérieur de la Gironde les cartes sont moins nombreuses que pour l'embouchure. Les seuls documents que nous ayons pu consulter sont :

Les cartes de 1677 — Atlas Manen,
— de 1698 — *Flambeau de la mer*,
— de 1708 — Ingénieur Masse,
— de 1764 — Bélin,
— de 1776 — Teulère,
— de 1812 — Raoul,
— de 1825 — Beautemps-Beaupré,
— de 1853 — Bouquet de La Grye,
— de 1874 — Manen,

et les sondages des pilotes de la Gironde, depuis 1775 jusqu'à nos jours.

Parmi les cartes anciennes, celle de Masse, en 1708, étant à grand point et donnant un très grand nombre de sondages, est un document d'une importance capitale et auquel on peut donner une confiance absolue; elle confirme dans ses traits généraux la carte de 1677, donne la même profondeur aux mêmes points; ces deux cartes se vérifient l'une par l'autre; on peut donc dire que vers 1700, à l'époque où existait encore le banc des *Anes* et où la passe du Nord était fermée, la basse Gironde, depuis le port de Goulée jusqu'à la Pointe de Grave, était constituée de la manière suivante : une suite de bancs et de hauts fonds distincts s'étendait depuis la barre à l'Anglais et Terre-Nègre jusqu'à Royan, puis se continuait par les Marguerites, Talmont, Saint-Seurin et Mortagne jusque

par le travers de Goulée, occupan le milieu du fleuve et le divisant en deux chenaux qui pouvaient communiquer par des intervalles assez rapprochés.

Cet état de choses paraît s'être maintenu avec peu de changements jusque vers 1764, puisque la carte de Bélin mentionne les mêmes bancs.

En 1785, les pilotes indiquent que des désordres se produisent à la Pointe de Grave qui, en quelques mois, est corrodée par les courants et perd 200 mètres.

Enfin, en 1812, la carte de Raoul nous montre ces bancs de la basse Gironde groupés en un seul tout qui découvre à marée basse et occupe tout le milieu du fleuve sur une grande longueur. Les dispositions sont à peu près les mêmes qu'aujourd'hui, de plus des bancs nouveaux se sont formés vers Talais et Saint-Vivien.

C'est donc vers 1770 ou 1780 que des modifications profondes se sont produites dans les dispositions des bancs de la basse Gironde, et que la Pointe de Grave a été corrodée; c'est à la même époque, nous l'avons vu, que la passe du Nord s'est ouverte et que la passe du Mattelier s'est obstruée; en un mot, que les courants de l'embouchure ont pris des directions nouvelles.

Il nous semble indéniable que les deux effets contemporains sont liés entre eux et sont la conséquence l'un de l'autre. Quant aux profondeurs, voir le tableau (p. 16) des modifications éprouvées sur l'une et l'autre rive.

Ce tableau montre que sur la rive gauche, dans la rade de Jau et du Verdon, il y a eu augmentation marquée dans les profondeurs par le travers des bancs qui, en se réunissant, ont formé le banc de Goulée et des nouveaux bancs de Talais et de Saint-Vivien.

Sur la rive droite il y a lieu de signaler la formation du banc de Saint-Georges vers 1825 et les envasements vers Saint-Seurin qui datent de 1853.

L'augmentation signalée sur les rades de Jau et du Verdon est déjà indiquée sur la carte de Kearney, 1767. Elle semble coïncider avec les modifications si importantes produites dans l'embouchure

par la destruction du banc des Anes et l'obstruction de la passe du Mattelier.

Basse Gironde. — Profondeurs du chenal en pieds.

		1677	1708 Masse	1767 Kearney	1775 Pilotes	1802 Pilotes	1812 Raoul	1825 B. Beaupré	1853 De La Grye	1874 Manen	
Rive gauche.	Pointe-de-Grave..	36	45	48	»	»	»	36	39	30	
	Le Verdon.......	24	29	48	36	39	30	25	25	33	
	Les Marguerites...	24	23	48	36	»	»	30	33	30	
	Banc de Talmont..	22	23	39	30	30	30	42	39	36	
	Banc de St-Seurin.	19	21	29	»	»	»	33	33	33	
	Richard..........	21	24	24	16	18	22	23	23	24	
	Goulée...........	24	25	19	15	14	20	21	22	24	
Rive droite.	Royan...........	51	54	63	»	»	»	48	51	51	
	Vallière..........	54	54	69	»	»	»	*39*	*24*	*18*	Banc de Saint-Georges.
	Suzac............	57	63	54	»	»	»	57	36	45	
	Méchers.........	63	60	60	»	»	»	72	90	117	
	Talmont..........	72	69	57	»	»	»	63	57	51	
	Les Monards.....	66	63	48	»	»	»	41	48	36	
	Saint-Seurin......	27	30	»	»	»	»	30	24	18	

On ne peut douter que ces faits ne soient corrélatifs et ne trouvent leur raison d'être dans les modifications qui se sont produites dans la durée et la rotation des courants de flot et de jusant, puisque nous avons vu que l'ouverture de la passe du Nord avait eu pour conséquence de détourner une partie des courants de flot et d'augmenter la puissance des courants de jusant.

Or, la durée des courants de jusant est plus considérable sur la rive gauche que sur la rive droite de la Gironde, la passe du Médoc a dû être plus affectée que la passe de Saintonge. C'est ce que les sondages viennent de démontrer.

Mais la limite de cette influence creusante, sur la rive gauche, est la rade de Richard, car c'est la limite qu'atteignent les eaux qui proviennent de l'estuaire marin proprement dit dans une marée de flot. Et à ce point de Richard les fonds se sont maintenus sans varier depuis deux cents ans.

Il y a lieu d'observer aussi la diminution de profondeur observée sur la rive droite vers Saint-Seurin; c'est une nouvelle preuve de la diminution de pénétration du prime flot sur cette rive.

3° Disparition des bancs de By, de Castillon, de Cadourne et diminution de profondeur sur les deux rives.

Depuis le port de Goulée jusqu'à Pauillac nous ne possédons que les mêmes éléments que nous avons consultés pour la basse Gironde.

Pour la disposition des bancs, trois cartes de 1677, de 1723 par Masse et de 1767 par Bélin donnent des renseignements identiques. Il existait alors une série de bancs qui découvraient à marée basse et qui, des bancs de Mortagne jusqu'à l'île de Patiras, occupaient le milieu du fleuve en ligne continue; ces bancs avaient chacun de 3,000 à 4,000 mètres de longueur; ils étaient séparés par des intervalles à peu près de même étendue, c'étaient les bancs de By, de Castillon, de Cadourne et de Saint-Vincent.

De ces quatre bancs il n'en existe plus qu'un seul, celui qui est en face de Saint-Estèphe, leur disparition a été si complète qu'il n'y a même pas une inégalité du fond sur leur ancien emplacement, et que sur une longueur de 17 kilomètres le fleuve présente un fond uniformément raboté à 4 mètres au-dessous du niveau des anciens bancs. La largeur moyenne de la rivière, dans cette région, est d'environ 5,000 mètres. C'est donc actuellement un vaste espace de 17,000 $\times$ 5,000 où les courants de marée peuvent divaguer suivant toutes les influences extérieures qui agissent sur eux.

Cette ligne de bancs et de bas-fonds divisait autrefois le fleuve en deux chenaux distincts, nettement séparés à marée basse, et réunis seulement pendant les heures où les bancs étaient recouverts par le flot.

Quant aux profondeurs, la carte de 1677 et surtout celle de Masse de 1723, bien plus détaillée, sont très précises; toutes deux montrent que dans le chenal du Médoc, et même dans le chenal de Saintonge, il y avait des profondeurs variant entre $7^{m}50$

et 8^m50. Il n'y a plus actuellement que 4^m50 dans le chenal du Médoc. Ainsi la navigation ne rencontrait alors aucun obstacle depuis l'embouchure jusqu'à Pauillac.

Les choses se sont bien modifiées depuis; les bancs se sont affaissés et du même coup les profondeurs ont diminué et dans le chenal du Médoc et dans le chenal de Saintonge. C'est dans ce dernier que se sont produits les plus forts ensablements; mais sur les côtes du Médoc il ne reste plus que 4 mètres à marée basse et les grands paquebots ne peuvent franchir le plateau de la Maréchale qu'à certaines heures de la marée. Cette obligation de compter avec la marée avant d'arriver à Pauillac est une gêne énorme qui souvent fait perdre vingt-quatre heures au navire.

La diminution de profondeur sur le plateau de la Maréchale de 1677 à 1775 n'est pas moindre de 10 pieds.

Il semble que les bancs qui ont disparu se sont simplement répandus à droite et à gauche de leur position centrale dans la rivière et ont comblé les deux passes comme de simples fossés d'écoulement.

La date précise de l'effondrement des bancs de By, Castillon et Cadourne n'est pas indiquée dans les documents consultés, parce que cet événement s'est produit sur un long espace de temps, près d'un siècle. Ce qui est certain, c'est que la carte de 1825 de Beautemps-Beaupré porte encore trace de ces bancs en face de Cadourne par deux hauts-fonds de sable de 5 à 7 pieds à marée basse.

Il faut remarquer que ces sables, en se rapprochant de la côte de Saintonge, ont formé un long bourrelet qui s'étend depuis Saint-Seurin jusqu'à la Grangeneuve, et qu'entre ce bourrelet et la rive il existe encore un chenal qui permet l'accostage des ports de Mortagne et de Maubert.

Le même fait s'est produit aussi sur la côte de Saint-Louis; les sables de Cadourne et de Saint-Vincent, réunis pour former le banc de Saint-Louis, ont laissé entre eux et la côte un fossé de 18 à 21 pieds de profondeur, isolé du reste du fleuve en ligne droite, et que les vases ne comblent pas.

Même chose avait lieu en 1825 en face de Cadourne; le banc de sable qui est signalé entretenait le long de la côte des profondeurs de 16 à 19 pieds. Ces bancs ont disparu des cartes en 1875; les profondeurs ont suivi.

Un fait analogue s'est produit vers Padernac; autrefois, pendant les bouleversements des bancs de la fin du siècle dernier, les pilotes n'indiquent que 17 à 19 pieds; les bancs de Saint-Estèphe se reconstituent vers 1825; aussitôt les profondeurs augmentent et forment le mouillage actuel de Trompeloup avec plus de 30 pieds d'eau.

Vers Patiras, rive droite, la carte de 1723 montre qu'au bout nord de l'île il n'y avait pas de banc, les fonds n'étaient que de 8 à 9 pieds. Les bancs de Saint-Louis se forment et les profondeurs augmentent à 16 et 18 pieds.

Il nous semble que l'étude des modifications survenues depuis deux cents ans dans cette partie du fleuve comprise entre Patiras et Goulée montre clairement la fonction nécessaire que remplissent les bancs dans un fleuve à marée.

De Pauillac à Goulée. — Profondeurs en pieds.

	1677	1723	1767	1775	1802	1812	1825	1853	1874
				Pilotes					
Goulée	24	25	18	15	14	20	21	22	23
By	27	25	20	16	15	20	16	17	16
Castillon	27	27	18	17	17	18	17	17	17
Cadourne	22	21	16	17	13	15	16	14	19
Saint-Estèphe	20	26	15	16	14	15	18	17	23
Padernac	17	28	16	19	17	20	32	27	35
Pauillac	18	23	15	15	17	15	18	18	21
Les Monards	60	63	»	»	»	»	51	48	36
Saint-Seurin	24	28	»	»	»	»	23	20	17
Mortagne	16	24	»	»	»	»	17	16	14
Maubert	16	16	»	»	»	»	14	»	7
Grangeneuve	18	21	»	»	»	»	13	»	9
Saint-Bonnet	15	17	»	»	»	»	14	13	13
Saint-Louis	18	16	»	»	»	»	15	17	18
Patiras	8	9	»	»	»	»	15	16	18

Lorsque les bancs existent, les profondeurs s'accusent; lorsque les bancs disparaissent, les profondeurs diminuent à leur tour.

Et dans ces résultats si constants, le tracé des rives, leur courbure, leur direction, rien n'a varié, rien n'a été modifié dans le lit de marée haute; seul le lit de marée basse a subi des changements importants qui ont modifié les relations et les directions des courants de marée.

Il semble que le tracé des rives n'a pas eu d'influence déterminante sur les déplacements de ces bancs, car les atterrissements se sont faits sur la rive de Saintonge qui est concave, et les profondeurs de Trompeloup et de Jau se sont produites sur les parties convexes de la côte du Médoc.

4° Formation des îles Saint-Louis, Grand-Fagnar, Petit-Fagnar et île Verte; déplacement de la barre du Bec-d'Ambès.

A mesure que nous nous rapprochons de Bordeaux, les documents anciens deviennent plus rares. Cela s'explique par la nécessité absolue pour les bâtiments de mer de se servir de pilotes ou de pratiques, afin de les guider au milieu des sables plus ou moins mouvants qui constituent les passes.

La carte de l'ingénieur Masse, levée en 1723, devient ici, par la netteté des détails, un document d'importance extrême et si on la compare avec une carte actuelle, on remarque immédiatement les différences d'aspect suivantes :

Les rives du fleuve depuis Pauillac-Blaye jusqu'à Bordeaux ont bien conservé leurs lignes générales, mais les îles et les bancs se sont grandement modifiés.

En 1723 il n'existe que les îles de Patiras, du Pâté, l'île du Nord et celle de Cazeau.

En 1874, nous avons en plus : les îles Saint-Louis, Grand-Fagnar, Petit-Fagnar et l'île Verte.

Depuis le Bec-d'Ambès jusqu'à Pauillac, la passe de navigation a subi un déplacement considérable; en 1723, les navires franchissant le Bec-d'Ambès gagnaient la rive droite vers Plassac, suivaient jusqu'à Blaye et traversaient sur la rive gauche, en face de Beychevelle, pour atteindre le mouillage de Pauillac.

Actuellement, après avoir passé le Bec-d'Ambès, on longe l'île Cazeau, l'île du Nord et l'île Verte et on gagne la rive gauche vers le fort du Médoc. La traverse de la Gironde se fait à 4 kilomètres en amont d'autrefois.

Pour suivre ces changements considérables nous possédons :

La carte de Masse, de 1723.

— de Bélin, de 1764.

Les cartes déjà indiquées de 1812, 1825, 1853, 1874, 1886 et les sondages des pilotes de 1764 jusqu'à nos jours.

Dans la carte de Bélin, les deux Fagnar n'existent pas encore non plus que l'île Verte, la traverse de la rivière se fait déjà en amont de l'île du Paté.

Les sondages des pilotes mentionnent l'île Verte vers 1792. Cette île était un vaste banc que les riverains avaient exhaussé au-dessus des hautes marées par des perrés.

La carte de Masse mentionne qu'en 1707 l'île d'Argenton, près de Blaye, a été détruite par la mer.

C'est donc toujours pendant le XVIIIe siècle que se sont produits depuis l'embouchure jusqu'au Bec-d'Ambès les grands bouleversements.

Pendant cette période de perturbation du Bec-d'Ambès, les navires avaient passé dans le bras de Macau, et reprenaient la côte Est de l'île du Nord en passant par le détroit du Garguil. Cependant le banc amont de Macau s'étant à son tour exhaussé, la passe devint impraticable et l'on dut revenir à la passe du Bec où il n'y avait que 3 pieds d'eau en 1802.

Depuis le commencement de ce siècle cette passe du Bec a continué à être la seule pratiquée par la navigation ; elle a présenté des oscillations considérables en profondeur et en direction.

En profondeur, depuis un siècle, on a trouvé :

Passe du Bec-d'Ambès. — Profondeurs en pieds.

	1787	1792	1802	1811	1820	1830	1840	1850	1860	1869	1880	1889
Bec-d'Ambès..	5	6	3	6	4	7	8	4	5	3	8	5

Ce sont des variations qui se maintiennent entre 3 et 9 pieds.

Quant aux oscillations de direction, qui très probablement causent celles en profondeur, elles sont produites par le déplacement latéral du banc du Bec, qui tantôt se porte vers l'île Cazeau, tantôt vers la rive du Bec.

Lorsque ce banc se porte vers l'île Cazeau, les navires longent la rive du Bec; dans ce cas, lorsqu'ils sont à l'ouvert de la Dordogne, ils sont exposés aux courants de cette rivière qui sont en travers de la route des navires, et les poussent sur les bancs.

Lorsque la passe est près de l'île Cazeau, les navires trouvent toujours les courants dans le sens de leur route; s'il y a échouage, le danger d'être pris en travers n'est plus le même et les bâtiments peuvent se renflouer aisément.

C'est donc, pour des raisons nautiques, vers l'île Cazeau que tous les efforts doivent être faits pour fixer la passe de navigation.

Depuis le Bec-d'Ambès jusqu'à Pauillac, les passes se sont tellement modifiées depuis la carte de Masse, qu'une comparaison point par point ne peut être faite, et nous nous bornons à présenter les deux parcours qui doivent être considérés isolément dans leurs profondeurs.

Du Bec-d'Ambès à Pauillac. — Profondeurs en pieds.

Carte de Masse.	1723	Ponts et Chaussées.	1886
Bec-d'Ambès	14	Bec-d'Ambès	7
Le Garguil (Bayon)	18	Le Garguil (Cazeau)	15
Id.	19	Le Carmeil	30
La Roque-de-Tau	24	Moitié île du Nord	16
Saillant-de-la-Roque	16	Pointe nord île du Nord	30
Chenal de Brouillon	15	Moitié île Verte	17
Plassac	19	Pointe nord de l'île Verte	30
Aval de Plassac	23	Bout nord de l'île Verte	30
En face du Pâté	23	Fort du Médoc	16
Vers Blaye	21	Aval du fort	15
La Citadelle	18	Au kilomètre 38	15
Aval de la Citadelle	26	Au kilomètre 39	10
Traverse vers Beychevelle	10	Beychevelle	17
Saint-Julien	21	Saint-Julien	14
Saint-Lambert	20	Saint-Lambert	15
Pauillac	19	Pauillac	19

Nous avons suivi les deux routes dans leur développement parallèle. On voit que dans l'un et l'autre cas, il y a eu près de Beychevelle un passage difficile n'ayant que 10 pieds de profondeur. Seulement dans la carte actuelle il y a un second passage, celui du Bec, qui présentait alors 14 pieds et n'en a plus que 7 aujourd'hui.

A remarquer aussi la diminution des profondeurs depuis Beychevelle jusqu'à Pauillac, avec une perte de 5 pieds.

Cette modification du parcours entre le Bec-d'Ambès et Pauillac est due aux déplacements des bancs et à la formation des îles Grand-Fagnar, Petit-Fagnar et île Verte.

Cette transformation des bancs en îles a forcément modifié le régime du fleuve en changeant le volume des eaux de marée. Ce volume n'est pas altéré par la formation des bancs puisque toute l'eau de marée passe par dessus; mais lorsque le banc se transforme en île, toute la surface de la nouvelle île retranche à la circulation de la rivière le volume des eaux qui couvraient le banc. L'île forme une rive nouvelle et, de même que les endiguements sur les rives, elle modifie profondément les rapports qui doivent exister entre le volume du lit de marée basse et celui du lit de marée haute. Aussi à peine l'île est-elle consolidée qu'un nouveau banc se reforme dans son voisinage pour remplir la fonction nécessaire.

L'ensemble des bancs qui constituaient le lit du fleuve en 1723 peut se résumer ainsi :

Un banc près de Garguil, qui ne découvrait pas.

Le banc de Plassac, qui changeait souvent de place, avait une longueur de trois à quatre milles marins et découvrait en partie; ce banc s'appuyait sur l'île du Pâté, la prolongeant au Nord et au Sud.

Le banc de Blaye, qui a formé plus tard l'île du Grand-Fagnar.

Le banc d'Argenton, qui joignait cette île jusqu'à Patiras.

De Pauillac à Saint-Vincent, deux bancs de sable, qui découvren près de la rive gauche et forment le mouillage de Trompeloup.

En 1886, au sud des îles qui ont pris la place des anciens bancs on trouve de nouveaux bas-fonds :

Le banc de Garguil, qui remonte dans le Bec et forme la barre d'amont, barre très variable, comme nous l'avons dit. Le banc de Plassac, dont une partie découvre, qui s'appuie maintenant sur la rive de Laroque et de Plassac, et a formé le mouillage de l'île du Nord.

Les bancs de Saint-Julien, qui se sont formés depuis l'exhaussement de l'île Verte et des deux Fagnar, mais n'arrivent pas jusqu'à découvrir et ne sont que des bas-fonds.

Ni ces bancs ni les Fagnar n'existent sur la carte de Bélin de 1767, tandis que les uns et les autres sont marqués sur la carte de Raoul de 1812. Ils sont certainement la conséquence des travaux d'empierrement faits par les particuliers pour empiéter sur la rivière.

5° De Bordeaux au Bec-d'Ambès.

C'est la partie du fleuve qui a été le plus remaniée par les travaux hydrauliques et où les faits naturels et le régime du fleuve ont été altérés.

Ces travaux ont eu généralement pour but de canaliser la rivière en rétrécissant le lit et redressant le cours du fleuve dans l'espoir d'obtenir des approfondissements dans les passes de navigation.

Depuis le pont de Bordeaux, construit de 1810 à 1822, ces travaux ont été : les digues de Queyries, de Bacalan, de Bassens, de Grattequina, de Valier, de Macau, l'Éperon-du-Bec et la fermeture du Garguil.

Cette canalisation s'est appliquée tantôt sur les parties convexes, tantôt sur les parties concaves des rives.

Comme ces travaux sont postérieurs au levé de Beautemps-Beaupré de 1825, nous allons présenter les profondeurs du chenal de navigation en 1723 d'après Masse, en 1825 et en 1885 d'après les Ponts et Chaussées.

De Bordeaux au Bec-d'Ambès. — Profondeurs en pieds.

	1723	1825	1885		1723	1825	1885
En face Saint-Michel....	17	12	12	Cariette................	18	13	12
La porte du Caillou.....	18	14	15	Bassens..................	17	14	7
Le Chapeau-Rouge......	19	19	18	Ile du Pas (sud).........	12	11	8
Le Château-Trompette...	20	17	17	Id. (nord)........	10	10	15
Les Chartrons..........	22	21	21	Amont de Lagrange.....	22	22	18
Id.	23	25	17	Traverse du Caillou.....	16	18	10
Id.	18	20	14	Rive de Montferrand....	16	22	13
Le saillant de Bacalan...	15	12	11	Peyronnet.............	18	23	14
Traverse de Bacalan.....	13	10	10	En face Pachan.........	23	23	15
Premier tunnel.........	30	33	24	La Ménaude............	23	23	19
Rochers de Lormont....	18	26	24	Purgues.................	23	23	15
Lormont...............	23	20	16	Le Bec-d'Ambès (amont).	14	8	9

La comparaison de ces sondages, pris à cent et cent cinquante ans de distance, montre la diminution des profondeurs :

Vers le bas des Chartrons et Bacalan;

Vers Bassens;

Vers Montferrand et le château de Peyronnet;

Au mouillage de Lagrange et de Purgues.

Or, nous voyons que les sondes de 1723 et de 1825 sont presque identiques, et que les diminutions se sont produites de 1825 à 1885, c'est-à-dire depuis les travaux. On ne peut pas dire que ces travaux aient amélioré la rivière.

Il faut ajouter que sur toutes les traverses du fleuve, à Bacalan, à Cariette, à Bassens, à Grattequina, au Caillou et au Bec-d'Ambès, il s'est produit et il se produit encore de nos jours des oscillations dans les profondeurs dont les causes multiples ne sont pas déterminées.

Nous en présentons un exemple pour la traverse de Bacalan.

Traverse de Bacalan. — Profondeurs en pieds.

1723	1764	1771	1780	1787	1792	1802	1811	1820	1830	1840	1850	1860	1870	1880	1889
13	10	12	9	8	10	12	9	9	8	8	7	7	6	10	10

Si les profondeurs n'ont pas été améliorées, les mouillages ont, en outre, perdu de leur étendue. Les rades des Chartrons, de Lormont, de Lagrange et de Purgues sont devenues plus étroites; le mouillage de Bassens a été supprimé par la digue. Le rétrécissement des rives a produit le rétrécissement des mouillages et n'a pas produit l'approfondissement du chenal.

Le port de Bordeaux avait autrefois, d'après la carte de Masse, 700 mètres de largeur vis-à-vis les colonnes rostrales; le banc de Queyries s'appelait alors banc de Mailorgues, il occupait environ la moitié du lit de la rivière, et la fosse des Chartrons avait plus de 300 mètres de largeur; les navires y étaient amarrés sur trois lignes de front.

Après la construction du pont de Bordeaux, cet immense barrage produisit des envasements considérables dans le mouillage de la Bourse; l'ingénieur Deschamps fit construire sur la rive de la Bastide un certain nombre d'épis avançant sur le banc de plus de 200 mètres, qui colmatèrent rapidement, formèrent une nouvelle rive à 550 mètres des quais, rapprochèrent le banc de Queyries de la rive gauche et réduisirent à deux le nombre des lignes des navires.

De nouveaux empiètements par la construction des cales inclinées sur la rive gauche, et d'autres travaux sur la rive droite, ont encore rétréci le mouillage des Chartrons et fait supprimer la seconde ligne des navires.

On peut supposer que les derniers ouvrages construits : la digue de Queyries et les avant-ports du bassin à flot produiront des résultats identiques à ceux des travaux antérieurs; c'est-à-dire un rétrécissement nouveau du mouillage des Chartrons; car le banc de Queyries, qui a été dévasé de plus d'un mètre pour fournir les remblais de la nouvelle digue, se reformera d'ici à deux ou trois ans avec la hauteur qu'il avait autrefois et qui est donnée par le fleuve lui-même. Seulement, il ne faudrait pas que ce rétrécissement atteignît 150 mètres parce qu'alors les grands paquebots ne pourraient plus faire leur évitage sans courir des dangers sérieux d'échouage.

Pendant que ces rétrécissements successifs se sont produits, les profondeurs du mouillage n'ont pas augmenté, elles ont même diminué de près d'un mètre depuis que le banc de Queyries a été dérasé d'autant.

Il n'y a pas lieu d'être très effrayé de cette perte de profondeur, car le banc de Queyries regagnant sa hauteur et sa largeur anciennes, les profondeurs d'autrefois se rétabliront.

Mais nous considérons que tout nouveau rétrécissement des rives serait fatal et condamnerait définitivement Bordeaux. Pour justifier cette opinion, nous nous basons sur la fonction que remplissent les bancs dans le régime d'un fleuve à marée, et sur le rapport constant qui existe pour un même point entre le volume des eaux à l'étiage et le volume des eaux à la pleine mer.

Fonction des bancs et bas-fonds.

Dans cette revue rétrospective de l'état du lit du fleuve et des modifications subies depuis deux cents ans, nous avons vu que partout la rivière a parsemé son lit de bancs ou de bas-fonds, dans les parties étroites comme dans les parties larges. Nous avons aussi appelé l'attention sur ce fait que les profondeurs semblent absolument liées à la présence des bancs, que la formation des îles et le rétrécissement des rives n'ont pas produit le résultat qu'on en attendait; que lorsque les bancs disparaissaient, les profondeurs diminuaient aussitôt, comme il est arrivé au plateau de la Maréchale; et que, lorsque des bancs se reformaient, les profondeurs augmentaient, ainsi que cela s'est produit pour les bancs de Saint-Seurin, de Saint-Louis, de Saint-Estèphe, de Plassac, etc.

Les bancs nous paraissent nécessaires, dans un fleuve à marée, pour maintenir les profondeurs, ils constituent le lit du fleuve de marée basse, et les rives constituent le lit du fleuve de pleine mer.

Il faut remarquer que les bancs ne dépassant pas le niveau des basses mers, sont complètement recouverts dès les premiers

moments du flot. Car ce courant, dont l'invasion est brusque et détermine du mascaret dans certaines conditions, élève immédiatement le niveau du fleuve d'un mètre, en sorte que tout le courant de marée se développe par-dessus tous les bancs, dans toute la largeur des rives. Par conséquent, les bancs ne forment jamais obstacle à la propagation de la marée; quelles que soient leurs dispositions, le flot ne s'en produira pas moins; il apportera toujours la même quantité d'eau au bassin supérieur et atteindra toujours le même niveau.

Le flot n'est diminué ou arrêté que par le rétrécissement des rives et des barrages atteignant son niveau supérieur.

Il n'en est pas de même pour le jusant.

Ce dernier provenant d'un niveau supérieur à celui de la mer, passera toujours par-dessus tous les obstacles qu'on lui opposera, rétrécissements de rives ou barrages; ses eaux s'accumuleront pour franchir l'obstacle et se rendre à la mer. Si la section de passage est diminuée, le fleuve gagnera en hauteur ou en profondeur ce qu'il aura perdu en largeur; de sorte que si les bancs s'accumulaient dans le lit d'étiage, le fleuve devrait ou les chasser devant lui et les transporter à la mer, ou approfondir son lit pour se frayer un passage.

Si les matériaux du lit sont composés d'éléments de densités différentes, comme le sont les sables et les vases, il est évident que le fleuve entraînera d'abord les matériaux les plus légers, les vases, et ne s'attaquera aux sables que lorsque les vases n'existeront plus dans son lit de marée basse.

Dans un fleuve à marée, il y a donc deux choses à considérer: le lit d'étiage et le lit de marée; l'un et l'autre ont un régime absolument différent, et le traitement qui convient à l'un ne peut convenir à l'autre.

C'est le lit d'étiage que nous allons étudier plus spécialement, pour examiner ses formes et les matériaux qui le constituent.

Profils en travers du fleuve.

La hauteur de la marée en chaque point est dans un rapport déterminé avec la profondeur moyenne du fleuve à l'étiage. Ce rapport constitue le régime du fleuve et ne peut être altéré sans produire des perturbations considérables. Il est facile d'obtenir ce rapport nécessaire dans tous les points de la rivière.

Si l'on fait en différents points du fleuve des coupes transversales du lit et que l'on détermine la surface de ces sections à marée basse et à marée haute, on aura les notions des volumes d'eau qui sont mis en mouvement par les marées à l'étiage et aux pleines mer.

La comparaison des deux chiffres donne le rapport qui existe entre les masses d'eau.

Nous avons fait ce travail sur des cartes à grand point pour différentes sections du fleuve, et nous croyons que ce document revêt par sa constance, pour la même région, le caractère d'une loi.

A Bordeaux, douze coupes transversales ont donné :

Profondeur moyenne à marée basse.	3^{m}30
Largeur moyenne du lit.	550^{m}
Surface de section de basse mer . . .	1,543^{m2}
— — de pleine mer. . .	4,650^{m2}
Rapport des surfaces.	$\frac{1}{3}$

Nous avons pris sur les cartes, depuis Bordeaux jusqu'au Bec-d'Ambès, 83 coupes transversales qui donnent le rapport $\frac{1}{3}$ entre le profil de marée basse et celui de marée haute.

Nous croyons que la démonstration de la constance du rapport entre ces profils est suffisamment complète, et qu'on peut lui attribuer tous les caractères d'une loi, absolument indépendante du tracé des rives et de la courbure du lit du fleuve, puisque nous voyons ce même rapport exister : dans la courbe du port de Bordeaux, en face des bancs et des mouillages, sur les traverses de Bacalan, Cariette, Bassens, Valier, dans les parties rectilignes ou saillantes du Bec-d'Ambès.

Profils en travers de la rivière.

Distances kilométriq.	LOCALITÉS	Années	Profondeurs		Largeurs du lit		Surface des sections		Rapport	Moyenne
			Passe de navigation	Moyenne d'étiage	Étiage	Pl. mer	Étiage	Pl. mer		
			m	m	m	m	m. carrés	m. carrés		
1 k	Quinconces....	1825	5,60	3,44	460	500	1,650	4,360	2,7	
—	—	1855	5,30	3,34	350	440	1,170	3,590	3,0	
—	—	1875	6,40	4,75	375	413	1,790	4,060	2,2	
—	—	1879	5,84	4,00	375	400	1,500	3,700	2,5	2,5
—	—	1881	6,30	4,76	350	400	1,660	3,860	2,3	
—	—	1885	6,30	4,60	320	380	1,472	3,562	2,4	
2	Rue Borie......	1825	8,60	5,03	217	580	1,085	4,000	4,0	
—	—	1855	7,00	4,23	320	570	1,353	4,000	3,0	
—	—	1875	8,30	4,73	275	525	1,290	4,067	3,1	
—	—	1879	9,00	5,18	275	525	1,430	4,317	3,0	3,2
—	—	1881	7,00	4,24	275	525	1,166	4,000	3,3	
—	—	1885	6,00	4,00	360	525	1,476	4,336	3,0	
3	Rue Bense.....	1825	5,00	3,05	470	617	1,410	4,800	3,5	
—	—	1855	5,10	2,44	520	520	1,270	4,120	3,3	
—	—	1875	5,30	2,69	525	525	1,450	4,350	3,0	
—	—	1879	6,40	3,45	525	550	1,810	4,836	2,8	3,4
—	—	1881	5,60	2,92	525	525	1,533	4,420	2,9	
—	—	1885	4,60	3,00	440	525	1,320	4,400	3,3	
4	Bacalan........	1825	3,30	2,50	544	653	1,360	4,951	3,6	
—	—	1855	2,50	2,28	550	650	1,254	4,850	3,9	
—	—	1875	3,00	2,58	550	675	1,420	4,900	3,4	
—	—	1879	3,60	3,00	500	675	1,500	4,900	3,2	3,5
—	—	1881	3,30	2,69	500	675	1,350	4,900	3,6	
—	—	1885	4,00	3,10	500	675	1,500	4,900	3,2	
4,400	—	1880	3,30	2,67	500	530	1,415	4,495	3,1	
4,800	—	1880	6,15	3,20	500	510	1,632	4,932	3,0	
5,200	—	1880	8,00	3,54	440	440	1,558	4,198	2,7	2,9
5,600	Lormont.......	1880	5,30	3,58	430	430	1,539	4,289	2,8	
6,000	Cariette........	1880	3,56	2,58	490	500	1,200	4,450	3,5	
6,400	—	1880	4,10	2,50	570	570	1,425	4,550	3,1	
7,000	—	1880	4,30	2,61	590	590	1,540	4,894	3,1	
7,400	La Sole........	1880	3,45	2,30	620	620	1,426	4,836	3,3	3,3
7,800	—	1880	2,80	2,12	610	610	1,293	4,648	3,5	
8,200	—	1880	2,30	2,20	610	610	1,342	4,752	3,5	
8,000	Bassens........	1825	4,30	1,60	600	750	»	»	»	
—	—	1855	2,00	2,50	780	780	1,950	6,240	3,2	
—	—	1863	2,00	»	»	»	»	»	»	
—	—	1875	3,60	2,40	575	575	1,368	4,530	3,3	
—	—	1879	3,30	2,45	550	550	1,347	4,372	3,2	3,3
—	—	1880	2,50	2,20	610	610	1,342	4,752	3,5	
—	—	1881	3,00	2,22	550	550	1,210	4,235	3,5	
—	—	1885	2,50	2,30	660	660	1,518	5,140	3,4	
8,600	—	1880	2,30	2,30	610	610	1,403	4,755	3,4	
9,000	—	1880	2,44	2,47	620	620	1,531	4,941	3,2	
9,400	—	1880	2,44	1,54	600	600	1,524	4,826	3,1	
9,800	—	1880	2,65	2,55	500	500	1,475	4,225	3,0	3,1
10,200	—	1880	3,50	2,53	490	490	1,240	4,200	3,2	
10,600	—	1880	4,00	2,80	540	540	1,517	4,597	3,0	
11,000	Grattequina....	1880	4,20	2,90	600	600	1,740	5,040	2,9	

Profils en travers de la rivière *(suite)*.

Distances kilométriq.	LOCALITÉS	Années	Profondeurs: Passe de navigation	Profondeurs: Moyenne d'étiage	Largeurs du lit: Étiage	Largeurs du lit: Pl. mer	Surface des sections: Étiage	Surface des sections: Pl. mer	Rapport	Moyenne
			m	m	m	m	m. carrés	m. carrés		
12,000	Grattequina....	1825	3,30	2,00	700	950	»	»	»	
—	—	1855	4,20	2,40	650	700	1,540	5,400	3,4	
—	—	1875	5,37	2,96	650	700	1,950	5,800	3,0	
—	—	1879	5,50	2,90	650	700	1,950	5,800	3,0	3,1
—	—	1881	5,50	3,00	650	700	1,950	5,800	3,0	
—	—	1885	5,20	3,00	650	700	1,950	5,800	3,0	
16,000	Peyronnet.....	1825	7,60	»	»	»	»	»	»	
—	—	1875	3,60	3,70	650	825	2,405	6,942	2,7	
—	—	1879	5,50	3,70	650	825	2,405	6,942	2,7	2,9
—	—	1881	4,90	3,42	650	825	2,210	6,747	3,0	
—	—	1885	4,00	3,10	650	825	2,015	6,552	3,2	
20,000	Le Marquis....	1825	5,00	»	»	»	»	»	»	
—	—	1855	5,50	3,60	800	850	2,856	7,531	2,6	
—	—	1863	5,40	3,30	800	850	2,664	7,339	2,7	
—	—	1875	7,00	3,50	800	850	2,735	7,410	2,7	2,7
—	—	1879	7,00	3,70	»	»	2,767	7,442	2,7	
—	—	1881	6,00	3,70	»	»	2,767	7,442	2,7	
—	—	1885	6,00	3,20	»	»	2,560	7,290	2,8	
24,000	Beo-d'Ambès...	1825	2,60	»	»	»	»	»	»	
—	—	1855	3,60	1,60	»	»	1,320	5,720	4,3	
—	—	1863	3,60	2,20	»	»	1,600	6,000	3,7	
—	—	1875	3,15	2,40	700	775	1,600	5,900	3,4	3,5
—	—	1879	3,00	3,00	»	»	2,200	6,500	2,9	
—	—	1881	3,00	2,70	»	»	1,880	6,150	3,2	
—	—	1885	3,20	3,20	»	»	1,920	6,320	3,3	
23,600	Bec-d'Ambès...	1890	4,10	2,78	650	700	1,907	5,480	3,0	
23,800	Cazeau........	»	3,00	2,70	700	700	1,890	5,740	3,0	
24,000	—	»	2,43	2,52	750	750	1,890	6,015	3,2	
24,200	—	»	2,90	2,75	800	800	2,200	6,600	3,0	
24,400	—	»	3,50	2,51	»	»	2,008	6,400	3,2	
24,600	—	»	3,60	2,58	»	»	2,115	6,625	3,1	3,1
24,800	—	»	3,50	2,71	»	»	2,303	6 978	3,0	
25,000	—	»	2,50	2,57	»	»	2,184	6,859	3,1	
25,200	—	»	1,90	2,30	»	»	1,955	6,630	3,3	
25,400	—	»	3,50	2,32	»	»	1,902	6,412	3,4	
25,600	—	»	4,60	2,91	»	»	2,328	6,728	2,9	
28,000	Ile de Nord....	1825	7,00	»	»	»	»	»	»	
—	Carmeil.......	1855	7,60	6,00	1,210	1,210	7,176	13,831	2,0	
—	—	1875	5,50	5,10	1,100	1,100	5,610	11,935	2,1	
—	—	1879	7,00	6,00	»	»	6,500	12,000	2,0	2,1
—	—	1881	6,30	4,45	»	»	4,900	11,200	2,3	
—	—	1885	6,00	»	»	»	»	»	2,0	
32,000	Ile Verte (La Roque)	1825	6,00	»	»	»	»	»	»	
—	—	1855	6,50	5,08	1,900	1,900	9,650	20,100	2,0	
—	—	1875	6,00	4,00	1,500	1,900	6,000	16,000	2,6	
—	—	1879	7,30	4,41	1,500	1,900	6,600	16,600	2,5	2,5
—	—	1881	6,50	4,00	»	»	6,600	16,000	2,6	
—	—	1885	6,00	4,00	»	»	»	»	2,6	

Profils en travers de la rivière *(suite)*.

Distances kilométriq.	LOCALITÉS	Années	Profondeurs: Passe de navigation	Profondeurs: Moyenne d'étiage	Largeurs du lit: Étiage	Largeurs du lit: Pl. mer	Surface des sections: Étiage	Surface des sections: Pl. mer	Rapport	Moyenne
			m	m	m	m	m. carrés	m. carrés		
36,000	Ft-Médoc (Pâlé).	1855	3,10	2,71	»	»	5,420	16,400	3,0	
—	—	1875	4,70	»	1,800	1,800	»	»	2,6	
—	—	1879	5,00	3,41	1,800	1,800	6,810	17,820	2,6	2,7
—	—	1881	4,50	3,44	1,800	1,800	6,200	16,100	2,6	
—	—	1885	4,60	3,15	1,800	1,800	5,670	15,570	2,6	
40,000	Beychevelle....	1825	4,60	»	»	»	»	»	»	
—	—	1875	4,70	3,10	2,100	2,200	6,300	19,500	3,0	
—	—	1879	5,00	3,00	2,100	2,200	6,300	19.500	3,0	2,9
—	—	1881	4,50	3,00	2,070	2,070	6,270	17,650	2,8	
—	—	1885	4,60	3,00	2,100	2,100	6,270	17,650	2,8	
44,000	Saint-Julien....	1825	4,00	»	»	»	»	»	»	
—	—	1875	5,00	3,53	2,600	2,600	9,180	24,600	2,6	
—	—	1879	4,30	»	2,200	2,200	7,260	19,360	2,6	2,6
—	—	1881	5,00	3,53	2,600	2,600	9,700	25,000	2,6	
—	—	1885	5,00	3,26	2,600	2,600	8,960	24,365	2,7	
47,000	Pauillac.......	1825	5,60	3,20	2,100	2,100	6,720	18,270	2,7	
—	—	1875	5,00	4,00	»	»	8,400	19,900	2,3	
—	—	1879	6,10	4,10	»	»	8,600	20,100	2,3	2,4
—	—	1881	5,60	4,25	»	»	8,900	20,500	2,3	
—	—	1885	6,40	3,75	»	»	7,850	19,300	2,5	
50,000	Trompeloup ...	1825	10,00	3,50	3,800	4,300	13,600	36,950	2,7	
—	—	1875	9,00	4,00	3,400	4,300	13,600	37,250	2,7	
—	—	1879	9,00	3,80	»	»	14,400	38,000	2,6	2,6
—	—	1881	9,00	3,80	»	»	14.400	38,000	2,6	
—	—	1885	10,00	3,80	»	»	14,400	38,000	2,6	
60,000	La Maréchale ..	1825	5,60	4,10	4,936	5,000	20,000	47,000	2,3	2,3
—	—	1875	4,00	4,00	4,936	5,000	20,000	47,000	2,3	
65,000	Castillon.......	1825	5,60	4,60	6,500	6,500	30,000	66,000	2,2	2,2
—	—	1875	5,50	4,00	6,500	6,500	26,000	62,000	2,3	
75,000	Goulée	1875	8,00	4,80	8,300	9,300	50,000	90,000	1,8	1,8
85,000	Saint-Vivien ...	1875	13,00	8,50	7,700	10,000	62,000	118,000	1,8	1,8
95,000	Pointe de Grave	1875	27,00	17,00	4,900	4,900	52,500	80,000	1,5	1,5

Cette constance de rapport pour le même lieu est uniquement due aux courants engendrés par la marée, et persiste malgré les différences de durée qui existent à Bordeaux et au Bec-d'Ambès, par exemple.

Nous pensons qu'on ne peut trop appuyer sur cette constatation, qui n'avait pas encore été faite et dont la connaissance nous paraît devoir dominer toute proposition d'amélioration des passes.

Nous avons continué cette comparaison des profils pour la Gironde jusqu'à la Pointe de Grave, mais à intervalles plus espacés, en raison des documents moins précis que nous possédions. Ainsi qu'il fallait s'y attendre, le rapport se rapproche de l'unité en avançant vers l'embouchure.

La connaissance de ces rapports a une importance considérable, car il est évident que tout endiguement des rives, tout rétrécissement du lit du fleuve de marée haute, se traduit nécessairement par un rétrécissement proportionnel de la section du fleuve à l'étiage, par la diminution de largeur des mouillages et des passes.

Cette considération seule suffirait pour faire rejeter toute digue à construire par le travers d'un mouillage lorsqu'elle tendra à diminuer la largeur du fleuve à pleine mer.

Les travaux à exécuter pour l'amélioration du fleuve doivent éviter le colmatage des rives et toute déformation du lit de pleine mer; s'ils modifient seulement la configuration du lit de basse mer, le fleuve travaillera toujours à rétablir le rapport nécessaire entre les deux sections.

Les travaux d'amélioration ne doivent donc jamais dépasser le niveau des basses mers; ils doivent imiter la forme que le fleuve donne à ses bancs, s'appuyer sur eux sans faire obstacle aux mouvements des courants de marée sur les deux rives, mouvement dont il faut bien se garder d'altérer le synchronisme.

Mais ces travaux à entreprendre au-dessous des basses mers peuvent avoir une grande importance, et produire des résultats considérables que la notion du rapport des sections permet de déterminer à l'avance. Cette action creusante produite par les bancs peut se démontrer géométriquement d'une façon très simple.

Prenons pour exemple le port de Bordeaux, où nous disons que le rapport entre les surfaces de section de B M et de P M est $\frac{1}{3}$.

La profondeur moyenne à basse mer, déduite de la moyenne arithmétique de plusieurs profils sur la carte de Beautemps-Beaupré, est de $3^{m}30$. La largeur d'environ 500 mètres.

Supposons que sur 250 mètres de largeur un banc relève le

fond jusqu'à hauteur des basses mers, soit de 3m30. Rien n'ayant été changé au lit de pleine mer, le volume d'eau supplémentaire apporté par la marée en amont du port n'a pas été diminué. Mais pour s'écouler avec le jusant, il trouvera un lit de marée basse plus étroit de moitié qu'auparavant; si ce lit est composé de matériaux meubles, le fleuve les entraînera jusqu'à ce qu'il ait approfondi le lit d'étiage à la profondeur nécessaire pour que le rapport $\frac{1}{3}$ soit rétabli; il approfondira donc le lit restant de 3m30 et le mouillage en face du banc aura 6m60 de profondeur.

C'est l'histoire du banc de Queyries que nous venons d'exposer en quelques mots.

Résumons les faits qui ressortent de cette étude; nous voyons que depuis deux cents ans les modifications les plus importantes qui se sont produites dans le cours du fleuve sont :

Embouchure : l'obstruction de la passe du Mattelier et l'ouverture de la passe du Nord.

Gironde : la destruction des bancs de By, Castillon et Cadourne, et la perte de profondeur correspondante sur les deux rives.

Au Bec-d'Ambès : la formation des îles Saint-Louis, Grand-Fagnar, Petit-Fagnar et île Verte; le déplacement correspondant de la passe de navigation.

Quant aux profondeurs du chenal, nous les voyons liées intimement à la situation des bancs et non à celle des rives.

Partout où existent des bancs, on trouve des profondeurs, et partout où les bancs ont disparu, les profondeurs ont diminué. Enfin, le rapport constant qui existe entre le volume des eaux du fleuve à l'étiage et celui du fleuve à marée haute, montre combien la canalisation par endiguement des rives est dangereuse dans un fleuve à marée.

Ces faits indiquent quelle est la fonction nécessaire que remplissent les bancs pour maintenir les profondeurs; et par cela seul dans quel ordre d'idées doivent se faire les travaux pour améliorer les passes.

Il faut fixer les bancs qui produisent ces profondeurs, en les élevant à la hauteur des basses mers afin d'éviter leurs déplacements latéraux et leur donner leur maximum de puissance creusante.

Nous croyons donc qu'on peut améliorer les profondeurs du chenal de navigation entre Bordeaux et la Pointe de Grave par la fixation des bancs et leur exhaussement jusqu'au niveau des basses mers.

Nous pensons que cet approfondissement peut être aussi considérable qu'il sera nécessaire pour la navigation, puisqu'il dépendra absolument de la section du banc qui aura été fixé par rapport au profil moyen du fleuve dans le lieu considéré.

Les bancs peuvent être fixés par des enrochements; leur fond est de sable, il est plus résistant aux courants de marée que celui des passes et mouillages, constitué par de la vase molle, très meuble. Il n'y a aucun doute sur la possibilité d'établir des travaux sur les bancs pour les fixer et les exhausser s'il est nécessaire.

Nous pensons même qu'il ne serait pas difficile de reformer les bancs de By, Castillon et Cadourne, en leur donnant une bonne assise rocheuse, et que ces bancs reconstitués jusqu'au niveau des basses mers opéreraient leur fonction de creusement sur tout le plateau de la Maréchale; ils y ramèneraient les profondeurs d'autrefois.

Pour compléter cette étude, nous avons cru utile de connaître la nature des fonds du fleuve et de déterminer comment le fleuve se débarrasse des masses de limon qu'il tient en suspension dans ses eaux.

Nature des fonds du fleuve.

Nous avons recueilli des échantillons du fond sur la plupart des bancs et dans les passes de navigation : depuis Bordeaux jusqu'au Bec-d'Ambès pour la Garonne; de Libourne jusqu'à Blaye

pour la Dordogne; du Bec-d'Ambès jusqu'au Verdon sur l'une et l'autre rive de la Gironde; du Verdon jusqu'en dehors des dangers pour la passe du Nord et pour la passe du Sud.

Ces 45 échantillons du fond ont été pris en octobre 1885, à la fin de la période estivale, avant les perturbations qu'amènent les grandes pluies de l'automne; par conséquent à une époque d'équilibre relatif et de plus grande régularité dans le régime des courants de marée.

L'inspection de ces divers échantillons montre des différences d'aspect et de composition auxquelles on était loin de s'attendre.

Les bancs ne contiennent presque que des sables;

Les passes et mouillages des rivières ne présentent que des vases très ténues et très meubles, à peine mélangées de sables très fins.

Les bancs, tout en ne contenant que des sables, sont bien loin d'être composés des mêmes matériaux.

En Dordogne, les sables sont gris jaunâtre et contiennent du mica.

En Garonne, les sables sont gris et ne contiennent que très peu de mica.

En Gironde, les sables sont gris foncé et très micacés.

Dans l'estuaire marin, ils sont jaunes, contiennent des coquilles brisées, quelque peu de mica sur la rive de Saintonge et presque pas sur la rive des Landes.

Comme d'un autre côté, on ne trouve pas, en temps ordinaire, de sables dans les passes et mouillages; que ce sont des vases seulement qui les constituent, il faut bien reconnaître à chaque banc une sorte d'indépendance relative et d'état particulier qui ne se modifie que dans les circonstances exceptionnelles des grandes crues et des inondations.

Dans ces perturbations, le fleuve entraîne une quantité considérable de matériaux enlevés aux rives du bassin supérieur; les durées relatives des courants de flot et de jusant sont modifiées, la vitesse du jusant est accrue et par suite aussi sa force entraînante.

Bancs et Passes.	ASPECT. — COMPOSITION POUR 100.	VASE	SABLES fins.	Graviers
		p. 100	p. 100	p. 100
Fronsac	Sable gris jaunâtre, graviers	»	20	80
Arveyres	Sable gris jaunâtre, graviers	»	66	34
Vayres	Sable gris jaunâtre	»	98	2
Saint-Pardon	Sable gris foncé	28	66	6
Izon	Sable vasard, mica	50	40	10
Carney	Sable vasard, mica	50	40	10
Asques	Sable gris jaunâtre	»	92	8
Valenton	Sable gris, mica	»	99	1
Cubzac	Sable gris jaunâtre, graviers	»	48	52
Despaux	Sable gris jaunâtre	»	98	2
Bourg	Sable gris, mica	»	98	2
La Roque	Sable gris jaunâtre, mica	6	89	5
Plassac	Sable gris jaunâtre, mica	1	99	»
Chartrons	Vase brune	98	2	»
Queyries	Sable gris, graviers	»	55	45
Bacalan (passe)	Vase brune	98	2	»
Bacalan (banc)	Sable gris, graviers	6	66	28
Lormont	Vase brune	98	2	»
Bassens (passe)	Vase brune	98	2	»
La Sole	Sable gris	4	96	»
Alenet	Sable grisâtre, graviers	2	78	20
Pachan	Sable gris	»	100	»
Macau	Sable gris	»	100	»
Bec-d'Ambès	Sable gris, graviers	10	83	7
Ile Verte	Sable gris jaunâtre, mica	6	89	5
Saint-Julien	Sable gris vasard	5	95	»
Pauillac	Sable gris, graviers	2	90	8
Lazaret	Sable gris, mica	4	96	»
Saint-Estèphe	Sable gris foncé, très micacé	4	96	»
Saint-Louis	Sable gris foncé, très micacé	2	98	»
Richard	Sable gris foncé, très micacé	8	92	»
Saint-Seurin	Sable gris foncé, mica	2	98	»
Talmont	Sable gris jaunâtre, mica, coquilles.	2	98	»
Verdon	Sable gris foncé, très micacé	8	92	»
Saint-Georges	Sable jaune, mica, coquilles	»	100	»
Marguerites	Sable jaune, mica, graviers	»	87	13
Monrevel	Sable jaune, coquilles	»	100	»
Palmyre	Sable jaune, mica, coquilles	»	100	»
Mauvaise	Sable jaune, mica, coquilles	»	100	»
La Coubre	Sable jaune, coquilles, graviers	»	80	20
Platin de Grave	Sable jaune, coquilles, graviers	»	76	24
Gros-Terrier	Sable jaunâtre	»	100	»
Les Olives	Sable gris	»	99	1
Chevrier	Sable jaunâtre, mica	»	98	2
Bouée du Sud	Sable jaune, coquilles	»	94	6

D'un autre côté, le niveau de la rivière s'est élevé, son lit n'est plus celui de marée basse, mais bien celui de marée haute parce que tous les bancs sont couverts; les éléments entraînés suivent des directions autres que celles du chenal de navigation, et les dépôts se forment en dehors des lois ordinaires. Mais il suffit en

général de quelques mois d'été pour faire le triage de ces apports, reporter les sables sur les bancs et ramener les vases dans le chenal de navigation.

La puissance de déplacement du fleuve, même en temps d'inondation, paraît limitée dans le lit du fleuve aux éléments très petits, terres, vases et sables menus; les graviers et cailloux roulés sont fixés depuis longtemps aux points qu'ils occupent actuellement.

Nous donnons le tableau de composition des quarante-cinq échantillons du fond que nous avons recueillis dans le lit des rivières et du fleuve.

Expulsion des vases.

Dans le mémoire sur l'amélioration des passes par M. l'ingénieur en chef Pairier, on lit que les deux rivières Garonne et Dordogne ont un apport total annuel de cinq millions de mètres cubes de matières terreuses. C'est en moyenne 13,700 mètres cubes par vingt-quatre heures.

Chaque jour aussi, par le jeu des marées, une partie de l'eau du fleuve dépasse la Pointe de Grave et est entraînée au large avec les vases qu'elle tient en suspension; elle en débarrasse à jamais la rivière.

Cette eau paraît contenir une faible quantité de vase, et cependant, par la grandeur des masses mises en mouvement, le volume enlevé peut être considérable.

Nous avons fait recueillir de l'eau à la surface du fleuve, presque chaque jour, en juin, juillet et août 1886, de manière à embrasser les périodes de quadratures et de syzygies sur la ligne qui joint By à Maubert, tantôt à marée haute et tantôt à marée basse.

Cette ligne By-Maubert est la limite extrême que peuvent atteindre, en une seule marée de flot, les eaux qui viennent d'au delà de la Pointe de Grave; c'est aussi à partir de cette ligne qu'une partie des eaux entraînées par le courant de jusant dépasse la Pointe de Grave et ne rentre plus en rivière.

Au point du fleuve que nous considérons et où ont été recueillis les échantillons d'eau, la section en travers du fleuve à marée basse est de 24,000 mètres carrés; celle de marée haute est de 57,000 mètres carrés.

Chaque jour le courant de jusant parcourt 5 à 6 kilomètres de plus que le courant de flot. C'est ce qui constitue l'écoulement du fleuve vers la mer. Par conséquent, chaque jour le fleuve charrie au delà de la Pointe de Grave une colonne d'eau minimum de (24,000 × 5,000), soit 120 millions de mètres cubes.

D'autre part, les ingénieurs des ponts et chaussées estiment que l'apport moyen journalier des deux fleuves Garonne et Dordogne est de 1,000 mètres cubes à la seconde, ce qui, dans vingt-quatre heures, fait 90 millions de mètres cubes.

Ce dernier chiffre, bien plus variable que le précédent, puisqu'il est influencé par la moindre crue des rivières, en est cependant assez rapproché pour en être la confirmation.

L'analyse des trente-huit échantillons d'eau recueillis dont nous présentons le tableau (p. 40), a fourni par le décantage, en vingt-quatre heures, une certaine quantité de vase qui, desséchée, a atteint quelquefois 2 grammes par litre.

Aux environs de la pleine mer, elle a varié entre 50 et 150 gr. par mètre cube. Prenons en moyenne 100 grammes.

Avec les chiffres que nous avons trouvés plus haut comme expression de la quantité d'eau expulsée au large chaque jour (120 millions de mètres cubes), nous avons :

$$(120{,}000{,}000 \times 0^{k}100) = 12{,}000{,}000^{k}.$$

Soit 12,000 tonnes de vase expulsées chaque jour par le fleuve.

C'est un chiffre égal à l'apport moyen des deux rivières donné par les ponts et chaussées.

Ainsi ces quantités de terres charriées par le fleuve et dont le chiffre paraît énorme, sont enlevées très facilement et transportées au large par le simple jeu des marées.

Vases en suspension dans les eaux de la Gironde, par mètre cube d'eau.

DATES	Hauteur de marée	Phase lunaire.		COURANT DE MARÉE.	Par mètre cube.
	m				grammes
23 février.	4,90	P. L. le 18.	Vers By......	4 h. de jusant..........	50
Id.	4,90	Id.	Vers Maubert.	4 h. 1/2 de jusant.......	650
22 avril ..	4,75	Id.	Vers By......	3 h. de jusant..........	100
Id.	4,75	Id.	Vers Maubert.	4 h. de jusant..........	700
24 juin...	3,85	D. Q. le 24.	Vers By......	4 h. de jusant..........	300
25 juin...	3,80	Id.	Id.	1 h. de jusant..........	50
27 juin...	4,00	Id.	Id.	4 h. de jusant..........	200
29 juin...	4,25	Id.	Vers Maubert.	3 h. de flot............	50
1er juillet.	4,75	N. L. le 1er.	Id.	5 h. de jusant..........	2,150
2 juillet..	4,95	Id.	Vers By......	4 h. 1/2 de flot	150
3 juillet..	5,20	Id.	Id.	5 h. de jusant..........	2,300
5 juillet..	5,00	Id.	Vers Maubert.	3 h. de flot............	100
8 juillet..	4,30	P. Q. le 8.	Vers By......	4 h. 1/2 de jusant.......	500
9 juillet..	4,15	Id.	Id.	Pleine mer............	150
11 juillet..	4,10	Id.	Id.	5 h. de jusant..........	900
13 juillet..	4,25	Id.	Id.	5 h. de flot. P. M.......	50
14 juillet..	4,25	Id.	Id.	5 h. 1/2 de jusant. B. M..	1,400
16 juillet..	4,65	P. L. le 16.	Id.	3 h. 45 de flot	550
17 juillet..	4,75	Id.	Id.	B. M..................	1,300
20 juillet..	4,45	Id.	Id.	5 h. 1/2 de flot..........	50
22 juillet..	4,20	Id.	Id.	4 h. 1/2 de jusant.......	200
23 juillet..	4,00	Id.	Id.	5 h. de flot............	100
25 juillet..	3,85	D. Q. le 24.	Id.	4 h. 1/2 de jusant.......	200
27 juillet..	4,00	Id.	Id.	4 h. de flot............	150
29 juillet..	4,50	Id.	Id.	5 h. 1/2 de jusant. B. M.	350
30 juillet..	4,95	Id.	Id.	3 h. de flot............	350
31 juillet..	5,20	N. L. le 1er.	Id.	5 h. 1/2 de jusant. B. M.	1,000
3 août...	5,25	Id.	Id.	2 h. 1/2 de flot..........	200
5 août...	4,80	Id.	Id.	B. M..................	700
6 août...	4,40	Id.	Id.	4 h. de flot............	150
8 août...	3,95	Id.	Id.	5 h. de jusant..........	200
10 août...	3,95	Id.	Id.	4 h. de flot............	150
12 août...	4,20	Id.	Id.	5 h. 1/2 de jusant. B. M.	450
13 août...	4,50	Id.	Id.	5 h. 1/2 de flot. P. M....	300
14 août...	4,65	P. L. le 14.	Id.	5 h. 1/2 de jusant. B. M.	700
17 août...	4,75	Id.	Id.	3 h. de flot............	200
19 août...	4,50	Id.	Id.	B. M..................	600
20 août...	4,45	Id.	Id.	P. M..................	50

Cette double étude de la nature du fond du fleuve et de l'expulsion des vases par les courants de marée nous montre que les sables qui constituent les bancs sont localisés et soustraits aux mouvements des courants ordinaires de marée, il faut des circonstances exceptionnelles pour les entraîner à nouveau.

Les vases, au contraire, sont expulsées du lit du fleuve et transportées à la mer avec la plus grande facilité, en sorte que quelle que soit l'abondance des apports terreux du bassin supérieur, le fleuve se débarrassera de tout ce qui pourra se réduire en

vase; il suffira pour l'y aider de favoriser l'action des mouvements de la marée.

Mais ces terres, arrachées aux rives du bassin supérieur, contiennent des matériaux durs et lourds qui constituent les sables, tandis que la vase tenue en suspension s'achemine vers la mer; les sables plus lourds, lorsqu'ils sont dégagés de leur gangue, sont abandonnés sur les points où les courants sont moins rapides; ils y forment les bancs où, par le roulement des marées, ils finissent par s'user et se réduire en particules si ténues qu'ils peuvent être entraînés à leur tour, sans laisser trace de leur passage sur les fonds sableux de l'embouchure.

Si des circonstances exceptionnelles les rejettent hors des bancs et les font tomber dans les passes, il ne faut pas compter sur les courants ordinaires de marée pour enlever et dégager ces obstructions. Il faudra un temps très long pour les réduire en éléments assez petits pour être entraînés par le courant, ou avoir recours aux dragages pour en débarrasser les passes.

Dans un fleuve comme la Gironde, à passes étroites et peu profondes, qui donne accès tous les ans à des milliers de navires, il ne faut pas que le déplacement ou l'apport de quelques milliers de mètres cubes de sable viennent périodiquement obstruer les passes, troubler profondément la navigation, les relations commerciales et mettre en question tous les vingt ou trente ans l'existence même du port de Bordeaux.

Il est nécessaire que ce port possède un matériel puissant de dragues capable d'enlever en quelques semaines les obstructions, sables ou vases qui se produisent dans le chenal de navigation. Ce sont des accidents que tous les travaux du monde ne pourraient ni prévoir ni empêcher de se produire.

Le principe que nous posons de la fixation des bancs sans toucher aux rives est suffisamment précis et peut s'appliquer en un point quelconque de la rivière, sans risque d'amener aucun désordre dans le régime du fleuve, puisqu'il respecte les dispositions naturelles du lit et qu'il ne fait qu'aider les forces en présence à travailler dans le sens le plus favorable à la navigation.

Il faut ajouter que quels que soient les travaux entrepris, ils ne pourront jamais avoir des effets tels qu'ils combattent les accidents inhérents aux différents états hygrométriques du fleuve. Il faudra toujours s'attendre à voir une inondation amener brusquement des obstructions venant du haut fleuve.

On ne peut compter, avant un long espace de temps, que les courants ordinaires de la marée puissent les brasser et les trier comme ils le font pour les éléments plus petits et plus meubles du lit ordinaire.

Ces obstructions pouvant devenir de véritables obstacles à la navigation et persister aux mêmes endroits pendant plusieurs années, devront être enlevées le plus tôt possible.

Les dragues seules pourront obtenir rapidement ce résultat.

Il est donc absolument indispensable de posséder un matériel de dragage puissant et toujours prêt à agir en cas d'obstruction. Il y a longtemps que l'opinion générale demande que ce matériel soit employé sur toutes les traverses qui gênent la navigation telles que Bacalan, Cariette, Bassens, Le Caillou, le Bec-d'Ambès et Beychevelle.

Résumons les résultats de ces recherches :

Depuis deux cents ans, des modifications considérables se sont produites dans les dispositions des bancs et dans les profondeurs du fleuve, depuis Bordeaux jusqu'à la mer.

Des modifications se sont produites au-dessous du niveau des basses mers et n'ont point altéré les dispositions générales des rives qui forment le lit de pleine mer.

Ces perturbations sont donc indépendantes du tracé des rives.

Les profondeurs sont intimement liées à la présence des bancs dans le lit d'étiage; lorsque les bancs disparaissent, les profondeurs diminuent; lorsque les bancs se reforment, les profondeurs augmentent.

Les bancs, ne dépassant pas le niveau des basses mers, ne modifient en rien le régime des marées; ils sont nécessaires pour

maintenir les profondeurs et permettent de faire toutes les améliorations désirables dans les passes et mouillages.

En chaque point du fleuve, il existe un rapport constant entre le volume des eaux à l'étiage et celui du fleuve à marée haute; c'est proprement le régime de la rivière.

Ce rapport, une fois connu, permet de faire toutes les modifications du lit de marée basse favorables à la navigation.

Il condamne absolument tous les travaux de rétrécissement des rives de marée haute, puisque ces travaux ont pour conséquence forcée la diminution de la section du lit de marée basse, soit en diminuant les profondeurs, soit en rétrécissant les mouillages.

Les bancs du fleuve sont constitués par des sables; les profondeurs et les passes de navigation sont à fond de vase très meuble et facilement entraînée par les courants.

L'examen des échantillons des bancs montre que ceux de la Gironde ne ressemblent pas du tout à ceux de l'estuaire marin, et que les bancs conservent un caractère individuel, ce qui démontre qu'ils ne se déplacent guère et que les courants de marée ne les entraînent pas facilement.

Par conséquent, si les sables font irruption dans les passes et y forment obstruction, il faut les enlever par des moyens mécaniques, le fleuve ne pouvant le faire que dans un temps fort long.

Les vases, qui constituent le fond des passes et des mouillages, sont au contraire très facilement entraînées par les courants ordinaires de marée; et le fleuve s'en débarrasse facilement, comme le démontre l'examen des eaux qui passent la Pointe de Grave. Elles forment partout l'appoint nécessaire pour établir le rapport constant qui existe entre le profil du fleuve de basse mer et celui du fleuve de pleine mer.

Lorsque ce rapport est altéré par une cause quelconque, le fleuve le rétablit en rapportant ou en enlevant les vases.

Il est donc possible d'améliorer le fleuve autant qu'on peut le désirer.

Il faut d'abord connaître le rapport qui existe régulièrement

entre la section transversale à l'étiage et celle du fleuve à marée haute;

Enlever à la drague toutes les parties constituées par des sables;

Fixer les bancs par des enrochements et les élever jusqu'à hauteur des basses mers, sans dépasser ce niveau pour ne pas produire de colmatage.

La constance du rapport des profils permet de fixer à l'avance, et avec toute certitude, la largeur à donner aux bancs pour obtenir toute la profondeur que l'on désire.

Ces travaux ne sont ni bien longs ni bien dispendieux; chaque passe peut être traitée séparément sans crainte d'amener aucune répercussion sur les passes voisines; le prix de revient est facile à établir sans crainte d'erreur; enfin le résultat est certain puisqu'il est basé sur le régime même du fleuve.

Il est donc possible d'améliorer les passes et mouillages, dans la proportion que l'on voudra, de leur donner une fixité suffisante et d'espérer que Bordeaux sera rendu capable de recevoir dans son port des navires de toute calaison.

Amélioration des passes.

Le principe que nous avons cherché à démontrer, c'est que les travaux d'amélioration du fleuve doivent porter sur le lit de rivière à marée basse et respecter absolument le lit de la rivière à marée haute.

Nous avons montré, par l'étude d'une centaine de profils en travers du fleuve, qu'il paraît exister, pour chaque point de la rivière, un rapport déterminé entre la surface de la section des pleines mers de syzygies et celle de la section des basses mers d'étiage.

Ce rapport oscillant entre des nombres très voisins les uns des autres, quelle que soit la configuration du lit de marée basse, permet de calculer à l'avance, avec une grande approximation, l'effet des travaux entrepris dans le lit d'étiage pour améliorer les passes.

On peut, en effet, le traduire par l'équation suivante :

$$\frac{\text{Surface de section de marée}}{\text{Surface de section d'étiage}} = \frac{\text{Surf. M}}{\text{Surf. E}} = \text{N}.$$

Dans cette expression : surf. M $= L \times H$, c'est le produit de la largeur entre les rives par la hauteur de la marée au-dessus de l'étiage. Ces deux quantités sont invariables pour chaque jour de la lunaison.

L'autre terme, surf. E $= l \times p$, c'est le produit de la largeur du lit de basse mer, qui, lorsqu'il y a des bancs qui découvrent, est plus petite que la largeur du lit de pleine mer, et de la profondeur moyenne de la section déduite de la moyenne arithmétique de toutes les cotes du profil d'étiage.

Toutes les obstructions qui seront établies dans ce lit d'étiage feront varier l'un ou l'autre des deux termes l ou p.

Comme l'expression $\frac{\text{surf. M}}{\text{surf. E}} = \text{N}$ ne contient qu'une variable qui est surf. E, il faudra que les valeurs successives de surf. E soient égales entre elles et que l'on ait :

$$l \times p = l' \times p' = l'' \times p'', \text{etc., d'où } p' = p \times \frac{l}{l'}.$$

Cette formule permet de calculer à l'avance l'effet que l'on devra obtenir par la formation de bancs artificiels dans le lit d'étiage, ou par le dérasement ou la destruction de ceux qui existent.

La formation des bancs dans le lit de marée basse amènera l'augmentation des profondeurs dans le lit restant ; leur destruction amènera la diminution des profondeurs dans les parties voisines. On peut énoncer ce principe :

Toute altération du lit d'étiage se traduira par une modification inverse du lit restant.

C'est cette loi que nous allons appliquer à toutes les passes de la rivière depuis Bordeaux jusqu'au delà du Bec-d'Ambès, pour rechercher quelles améliorations peuvent être obtenues, la nature

des travaux à entreprendre, leur prix de revient, et l'approfondissement qui devra en résulter en temps normal.

Nous disons en temps normal, car le fleuve a disposé ses bancs et ses rives d'après la moyenne séculaire de ses différents états; il n'est pas possible de prévoir les obstructions que peuvent entraîner soit des inondations torrentielles, soit des sécheresses continues; mais on peut être certain que le fleuve travaillera toujours, par toutes ses forces actives, à rétablir l'état de choses antérieur qui était son régime naturel.

Nous disons que si l'on ne touche pas aux rives de marée haute, la section d'étiage étant constante, toute altération d'une portion quelconque de cette section se traduira par une altération équivalente et de signe contraire de la portion restante du lit d'étiage.

Que, par conséquent, s'il se forme sur un point du lit de marée basse un exhaussement du fond, il se produira un approfondissement semblable dans l'autre partie du lit de l'étiage.

C'est ce principe que nous allons appliquer aux diverses passes de la rivière.

Depuis Bordeaux jusqu'à Pauillac, le fleuve nous montre, sur l'une et l'autre rive, une suite de bancs, de bourrelets qui forment une véritable canalisation du lit d'étiage.

Parmi ces bancs plusieurs émergent à marée basse, ce sont ceux de Queyries, d'Alenet, de Plassac, de Saint-Julien et de Pauillac; les autres ne sont que des platins, des bourrelets, des exhaussements du fond qui n'atteignent pas le niveau de marée basse, mais occupent une très grande largeur du lit du fleuve, en général la moitié; ils sont mal définis, et par suite un danger permanent pour la navigation.

Ce sont ces platins que nous proposons de fixer par des enrochements pouvant résister aux oscillations des courants de marée, et que nous proposons d'élever jusqu'au niveau des basses mers, sans jamais le dépasser, pour leur donner toute la puissance creusante dont ils sont susceptibles.

Puisque ces bancs existent déjà, ce ne sont pas de nouveaux dangers à créer dans la rivière; les enrochements, en les limitant nettement du côté des passes, et comme direction et comme hauteur, serviront à les signaler et à empêcher tout déplacement latéral.

Ces enrochements sont pratiqués depuis longtemps dans la rivière par le service des ponts et chaussées, leur prix de revient est connu d'après le cube des matériaux; aucune erreur de chiffre ne peut être commise et quant au résultat nous avons démontré qu'il est certain.

Nous partageons absolument l'opinion, souvent exprimée, de MM. les Ingénieurs des ponts et chaussées, que, dans notre fleuve, les dragages ne peuvent donner de résultats durables s'ils ne sont appuyés par des enrochements, et cela ressort du principe même posé plus haut.

Mais toutes ces digues doivent être noyées, ne jamais dépasser le niveau du lit d'étiage, et être recouvertes par la première invasion du flot pour ne pas altérer la section de marée. Elles doivent être établies sur les bancs qu'a formés la rivière elle-même en épousant leur direction générale.

La plus grande partie de ces digues n'aura que 2 mètres ou $2^{m}50$ de hauteur; en adoptant, comme pour les digues anciennes une base double de la hauteur, leur prix de revient sera le quart de ce que coûtent les endiguements submersibles.

Quant à l'effet produit, il est aussi certain qu'une démonstration géométrique; c'est donc avec pleine confiance dans le résultat que nous allons traiter les diverses passes de notre rivière, point par point, indiquer les endiguements à faire et en même temps la profondeur qui sera obtenue par ce procédé, soit dans les mouillages, soit dans les passes.

Nous espérons établir clairement que l'on peut obtenir sur toutes les passes la profondeur de $4^{m}50$ à marée basse, ce qui, avec les plus faibles marées de morte eau, dont la hauteur est de $3^{m}50$, donnerait accès par toute marée au navire de 8 mètres de calaison.

Nous laisserons de côté le port de Bordeaux, dans lequel s'exécutent, sur l'une et l'autre rive, des travaux qui ne peuvent être encore appréciés comme résultat final. Nous craignons que la largeur du fleuve n'y ait été trop réduite.

Passe de Bacalan.

La passe de Bacalan commence en aval du mouillage des Chartrons, un peu en amont du bassin à flot, à la cote 4,50, au kilomètre 3,4; elle rejoint le mouillage de Lormont, sur l'autre rive, à la cote 4,50 au kilomètre 4,5. Elle a un développement de 1,100 mètres.

D'après la carte à grand point de 1880, on y trouve, de 200 mètres en 200 mètres, les profondeurs suivantes : 3,7; 3,2; 3,2; 3,0; 3,3.

Le minimum de 3 mètres se trouve au kilomètre 4,2.

A ce point, la largeur du fleuve entre les rives est de 500 mètres. La profondeur moyenne du profil transversal est de 2^{m}80.

A ce même point, le banc de Bacalan s'étend presque jusqu'au milieu de la rivière; il envoie une pointe avec 2 mètres de profondeur seulement jusqu'à 300 mètres de la rive droite.

Qu'on établisse une digue en empierrements partant de l'extrémité de l'estacade nord du bassin à flot; que cette digue se maintienne à 300 mètres de distance de la rive droite et arrive au niveau du fleuve à l'étiage; elle passera sur les profondeurs : 3,17; 3,07; 2,83; 2,83; 3,00; 1,37, et pourra aboutir à la cale du passage de Lormont.

La digue aurait ainsi 1,400 à 1,500 mètres de longueur et une hauteur moyenne de 2^{m}70, avec une base de 5^{m}40.

Le cube d'empierrement serait, par mètre courant, de 15 à 16 mètres cubes, valant environ 50 fr.

La digue tout entière reviendrait à 75,000 fr.

La largeur restante du lit d'étiage serait de 300 mètres.

Avec le lit d'étiage actuel, la largeur est de 500 mètres; la profondeur moyenne, de 2^{m}80.

Avec la largeur restreinte à 300 mètres, la profondeur deviendra forcément $2{,}80 \times \frac{500}{300} = 4^{m}66$.

Telle sera la profondeur moyenne que l'on obtiendra sur la passe de Bacalan.

La partie la moins profonde sera près de l'estacade sud du bassin à flot; ce n'est qu'en agissant sur la pointe nord du banc de Queyries qu'on pourrait améliorer cette partie, heureusement très étroite, du parcours.

Ensuite les navires parcourent le mouillage de Lormont avec des profondeurs qui atteignent 8 mètres et sont supérieures à $4^{m}50$ jusqu'au kilomètre 6.

Passes de Cariette et de Bassens.

La passe de Cariette vient immédiatement après le mouillage de Lormont, sur 600 mètres de longueur, du kilomètre 5,8 à 6,4; les profondeurs sont inférieures à 3 mètres.

Puis on rencontre, à l'origine de la digue de Bassens, une fosse étroite, longue d'un kilomètre et de profondeur suffisante; mais du kilomètre 7 au kilomètre 10, il y a trois kilomètres pendant lesquels les fonds se maintiennent de 2 à 3 mètres.

Le milieu du fleuve est occupé par un long bourrelet de sable, qui malheureusement n'arrive pas jusqu'à hauteur de basse mer; il laisse les courants creuser des profondeurs de 3 et 4 mètres sur la rive gauche, dont la navigation ne peut pas profiter.

La largeur du fleuve est d'environ 600 mètres; le bourrelet de sable en occupe près de 400.

Il s'agit de fixer ce banc, de l'exhausser à niveau d'étiage et d'empêcher la production de cette fosse inutile de la rive gauche.

Il faut construire une digue partant du kilomètre 5,6, rive gauche, la maintenir à 300 mètres de la digue de Bassens jusqu'au kilomètre 10.

Cette digue serait pendant 2,000 mètres par 2 mètres de pro-

fondeur, et pendant 2,000 mètres par $1^{m}20$ et 2 mètres; elle aurait un développement de 4,400 mètres et coûterait environ 220,000 fr.

Avec la largeur actuelle du lit d'étiage de 600 mètres, la profondeur moyenne des profils est de $2^{m}43$; lorsque le lit d'étiage aura été réduit à 300 mètres, la profondeur moyenne sera :

$$2{,}43 \times \frac{600}{300} = 4^{m}86.$$

Les deux barres seront supprimées, et, de plus, le lit de marée basse ayant une largeur restante de 300 mètres et une profondeur de $4^{m}86$, le mouillage de Bassens, si regretté par la petite navigation, sera reconstitué pour les navires de 15 pieds de calaison.

Du kilomètre 10 au kilomètre 15, les navires suivent la rive gauche et y trouvent des profondeurs suffisantes produites par le banc d'Alenet qui occupe les trois quarts de la largeur du fleuve.

A partir du mouillage de Lagrange, les navires quittent la rive gauche à la pointe de Valier et traversent sur la passe du Caillou.

Passe du Caillou.

Sur une longueur d'environ 1,200 mètres on rencontre des profondeurs moindres que 4 mètres.

Il existe un banc qui s'amorce à la pointe de Valier et, vers le kilomètre 16, s'avance jusqu'au milieu du fleuve.

La largeur de la rivière est d'environ 650 mètres; la profondeur moyenne est de 3 mètres.

Il suffira d'amener le lit d'étiage à la largeur de 400 mètres en construisant une digue partant de la rive gauche au kilomètre 13,6 et rejoignant le chenal d'Espartins au kilomètre 17 en la maintenant à 400 mètres de distance de la rive droite.

Cette digue aurait 2,200 mètres de longueur; elle passerait sur des fonds de 3 mètres et coûterait environ 110,000 fr.

La profondeur du lit d'étiage réduit à 400 mètres deviendra :

$$3 \times \frac{650}{400} = 4^{m}87.$$

De là, les navires suivent la rive droite jusqu'au Bec-d'Ambès et trouvent des profondeurs suffisantes jusqu'au mouillage de l'urgues, c'est à partir de ce point, vers le kilomètre 21, que commence la passe du Bec-d'Ambès.

Passe du Bec-d'Ambès.

Cette passe commence bien avant l'île Cazeau, elle se prolonge jusqu'au Garguil au kilomètre 28; elle est longue de près de 7 kilomètres, et parsemée de bancs qui sont très mobiles.

Le long de la digue de Macau existe un banc, qui est un véritable prolongement sous-marin de l'île Cazeau, et qui occupe plus de la moitié de la largeur du fleuve. Ce banc, il faudrait le fixer et l'exhausser sur une partie de sa longueur, en le maintenant à 300 mètres de distance de la rive droite; mais il est possible que les travaux du Bec-d'Ambès lui-même rendent ce premier endiguement inutile.

La véritable passe du Bec-d'Ambès commence en effet en amont de Barbe-Squire, vers le kilomètre 25, et s'étend jusqu'au delà de l'éperon du Bec.

La largeur de la rivière, entre l'éperon et l'île Cazeau, est de 800 mètres.

La profondeur moyenne de 11 profils est de $2^{m}60$.

Un banc de sable occupe dans la passe une largeur de 400 à 500 mètres; ce banc découvre quelquefois, et se déplace souvent pour des causes peu définies; il se porte tantôt vers l'île Cazeau et rejoint le banc de Macau à celui de Garguil; d'autres fois il se porte vers le Bec-d'Ambès et envoie des prolongements dans la direction des bancs de Plassac. C'est cette dernière situation qui est la plus favorable pour la navigation et qu'il faut tendre à assurer.

On peut fixer le banc le long de la rive du Bec-d'Ambès par une digue qui, partant d'en amont de Barbe-Squire au kilomètre 22, se maintiendrait à 400 mètres de distance de l'île Cazeau et se terminerait en musoir à la déclivité du banc vers la Dordogne au kilomètre 26.

Cette digue serait établie par des profondeurs variant entre 3 et 2 mètres, elle aurait une longueur de 4,000 mètres et coûterait 200,000 fr.

La profondeur actuelle du lit d'étiage est de 2^m60 pour une largeur de 800 mètres.

Le lit d'étiage étant réduit à 400 mètres, la profondeur deviendra : $2{,}60 \times \frac{800}{400} = 5^m20$.

A partir du kilomètre 26, on rencontre le banc du Garguil qui forme ce que l'on appelle la barre d'aval. Ce haut fond n'a pas en général plus de 200 à 300 mètres de largeur; il pourrait être enlevé par les dragues et il est probable que cela suffirait à tout jamais, parce qu'immédiatement après lui viennent les grandes profondeurs de l'île du Nord et de l'île Verte qui se continuent sur une largeur de plus de 500 mètres jusqu'à la côte du Médoc, au kilomètre 38.

Si la passe ne se maintenait pas ouverte, il serait toujours temps de lui donner profondeur et fixité en agissant sur les bancs qui sont en face de ce point.

A partir du fort du Médoc, les navires suivent la rive gauche; avant d'arriver aux mouillages de Pauillac et de Trompeloup, ils passent sur des profondeurs qui ne sont pas tout à fait suffisantes depuis le kilomètre 38 jusqu'au kilomètre 45. Sur la droite du chenal existent des bancs qui malheureusement ne sont pas fixés, qui se déplacent souvent et changent rapidement de hauteur; entre la côte du Médoc et les îles du Pâté de Blaye, du Grand et du Petit Fagnar, le fleuve a une largeur de 2,000 mètres; les

courants, qui sont violents, subissent des changements de direction qui roulent les sables et les groupent en amoncellements dont les formes indiquent bien les divagations.

Pour approfondir ces barres de Beychevelle et de Saint-Julien, il faut évidemment agir sur ces bancs, les fixer en leur donnant un écartement régulier de la côte du Médoc, au moyen de tronçons de digues de deux ou trois kilomètres chacun. Mais cette construction représenterait une dépense assez considérable pour un résultat qui n'est pas encore réclamé par la navigation, et qui n'a pas l'urgence de ceux que nous venons d'analyser depuis Bordeaux jusqu'au Bec-d'Ambès.

Il en est de même pour l'approfondissement désirable et facile à obtenir de la passe de navigation sur tout le plateau de la Maréchale, du kilomètre 58 au kilomètre 72, où l'on rencontre des profondeurs de 4 mètres à 4^{m}50.

On pourrait, au moyen de digues noyées, reconstituer les anciens bancs de Cadourne, de Castillon et de By, lesquels ramèneraient très certainement les anciennes profondeurs de 8 et 9 mètres tout le long de la côte du Médoc.

Mais tous ces travaux ne sont pas de première urgence; on pourrait les étudier plus à loisir lorsque les résultats obtenus par les premiers travaux auraient donné la certitude de réussir.

Nous estimons de première urgence ceux que nous venons d'analyser, dont nous donnons la nomenclature :

Passes.	Longueur de digue.	Valeur.	Profondeur.
Bacalan........	1,400^{m}	75,000^{f}	4^{m}66
Cariette et Bassens..	4,400	220,000	4 86
Le Caillou.......	2,200	110,000	4 87
Bec-d'Ambès.....	4,000	200,000	5 20
TOTAL.....	12,000^{m}	605,000^{f}	

Il est possible d'acquérir à peu de frais la certitude que les travaux proposés produiront le résultat attendu, sans risquer de porter aucun trouble ni dans la navigation ni dans le régime du fleuve. Une expérience sur la valeur exacte du procédé des digues

noyées peut être tentée sur un point quelconque du bras de Macau.

Ce bras du fleuve, qui ne sert plus pour la grande navigation, fait partie du régime du fleuve; les courants de marée y alternent avec la même puissance que dans le fleuve lui-même. Il est long de 15 kilomètres, large de 300 à 400 mètres, avec des profondeurs moyennes transversales variant de 2 à 3 mètres.

Une expérience tentée dans ce bras aurait la même valeur que celles exécutées dans le fleuve lui-même; cette expérience pourrait être conduite de manière à avoir un but utile : faire récupérer à la navigation ce bras du fleuve, auquel on pourrait donner un chenal continu d'une largeur de 150 à 200 mètres avec des profondeurs de 5 à 6 mètres.

Nous le répétons, les approfondissements que nous affirmons devoir être obtenus par l'emploi des digues noyées sont basés sur le régime du fleuve, c'est-à-dire sur le rapport constant qui existe entre le volume de l'eau apporté par la marée par dessus les bancs et les digues, et celui de l'eau restant à basse mer dans le chenal d'étiage.

Tant que ce rapport, constaté avant les travaux, sera altéré, le fleuve travaillera pour enlever des portions de son lit, et naturellement il enlèvera d'abord les parties les plus faciles à remuer, les vases.

C'est ainsi que, trouvant comme obstruction de son lit des enrochements et des sables sur les bancs, il travaillera à creuser son lit vaseux, lequel est justement le chenal de navigation.

Nous croyons que par l'emploi des digues noyées, on peut obtenir, en un point quelconque du fleuve, toute la profondeur qui sera nécessaire pour la navigation ;

Que, depuis Bordeaux jusqu'au Bec-d'Ambès, on peut obtenir partout, et d'une manière durable, des profondeurs de marée basse supérieures à $4^{m}50$, et que le prix des travaux ne dépasserait pas 600,000 francs.

Avril 1889.

PASCAL ET LALOUVÈRE

PAR M. PAUL TANNERY

---

1. Entre Pascal et un jésuite il est difficile d'être impartial, même lorsqu'il ne s'agit que de mathématiques; aussi jusqu'à présent, pour parler du différend survenu, à propos des problèmes sur la cycloïde, entre l'auteur des *Provinciales* et le père Antoine de Lalouvère (1), on n'a guère examiné les pièces du procès et on a prononcé sans motiver le jugement, d'après l'opinion préconçue. On ne peut se fier ni à Bossut (2) qui, comme éditeur des *Œuvres de Pascal,* a porté contre le jésuite de Toulouse un arrêt sévère qui a fait loi; ni à Montucla, qui, au contraire, donne tort au grand géomètre.

Que celui-ci ait montré, dans l'affaire, une animosité plus ou moins grande contre un membre de l'ordre qu'il avait déjà combattu avec tant d'ardeur, cela ne peut, en tout cas, entacher

---

(1) J'adopte l'orthographe donnée par Fermat (Lettre à Carcavi du 16 février 1659, dans les *Œuvres de Pascal*, édition de la Haye, 1779, vol. IV, page 448), ami personnel et concitoyen du jésuite, dont tous les écrits sont en latin et qui, pour transcrire son nom, avait choisi la forme *Lalovera*. Dans son *Histoire de la Roulette,* Pascal, probablement d'après Carcavi, a imprimé en français *Lallouere* (V, p. 171), en latin *Allouerus* (V, p. 187). D'un autre côté, le jésuite toulousain fut l'oncle de l'auteur de l'intéressant récit de voyage *Du royaume du Siam* (Amsterdam, 1691) et ce dernier s'appelle Simon de La Loubère; Montucla, dans sa première édition de l'*Histoire des Mathématiques*, 1758, a donc adopté, avec quelque raison, la forme *Laloubère*. La famille était d'ailleurs noble, possédant un château de son nom près de Rieux (Haute-Garonne); mais il est probable qu'au XVIIe siècle, la prononciation et l'orthographe de ce nom n'étaient pas bien fixées.

(2) *Discours sur la vie et les ouvrages de Blaise Pascal*, en tête de l'édition de la Haye.

son caractère; la question ne m'aurait donc pas semblé valoir la peine d'étudier les ouvrages, passablement indigestes, de Lalouvère, si je n'avais été préoccupé de l'attitude de Fermat dans toute l'affaire des problèmes de la cycloïde. Cette attitude, singulière à divers égards, comme on le verra plus loin, m'a paru réclamer quelques éclaircissements, et je ne pouvais guère trouver de nouvelles lumières sur ce point que dans le volume publié en 1660 par le jésuite de Toulouse [1].

Je dois avouer que mes recherches n'ont guère abouti dans le sens où je les dirigeais; le problème spécial que je m'étais posé reste, pour moi, à peu près aussi obscur qu'auparavant. En revanche, j'ai fait la découverte assez inattendue d'un fragment de Fermat assez considérable (pages 391 à 395), qui n'avait, que je sache, jamais été signalé [2]; d'autre part, j'ai rencontré des lambeaux de lettres de Pascal à Lalouvère, lambeaux assez intéressants pour être recueillis dans une nouvelle édition complète de l'auteur des *Pensées*, édition qui ne tardera pas, il faut l'espérer, à être entreprise pour la collection des Grands Écrivains du XVIIe siècle.

L'objet de cette étude est en particulier de réunir les indications ainsi trouvées sur la correspondance entre Pascal et Lalouvère. Mais pour commenter ces indications, j'ai été conduit à reprendre toute l'histoire du différend; peut-être y trouvera-t-on un intérêt plus vif que celui auquel on peut s'attendre tout d'abord.

2. Il nous faut, avant tout, dire quelques mots du premier [3]

---

(1) *Veterum Geometria promota in septem de Cycloide Libris et in duabus adjectis appendicibus.* — Autore ANTONIO LALOVERA Societatis Jesu. — Tolosæ, apud Arnaldum Colomerium, Regis et Academiæ Tolosanæ typographum. — M.DC.LX. Cum privilegio.

(2) Il sera réimprimé dans l'édition des *Œuvres de Fermat* en préparation, sous le titre : *Ad Laloveram propositiones.*

(3) *Quadratura circuli et hyperbolæ segmentorum ex dato eorum centro gravitatis, unà cum inventione proportionis et centri gravitatis in portionibus sphæræ plurimorumque periphericorum, nec non tetragonismo absoluto certæ cujusdam cylindri partis, et aliorum: Demonstrata atque ad calculum reducta adjumento libræ Archimedeæ et à materiâ divulsæ, quam præsenti opere restaurat atque amplificat Antonius Lalovera Societatis Jesu.* — Tolosæ, apud Petrum Bosc, M.DC.LI.

ouvrage de mathématiques du père Lalouvère, ouvrage qu'il cite d'ailleurs souvent, dans celui de 1660, sous le titre courant d'*Elementa tetragonismica;* il nous faut savoir quelle réputation ce volume pouvait avoir procurée à son auteur([1]).

Il contient, dit Montucla, beaucoup de savante et profonde géométrie; mais notre historien ne l'a guère approfondi. Il avoue d'ailleurs que « la singularité de la méthode qu'emploie l'auteur, » qui est le plus souvent celle dont Archimède s'est servi dans la » quadrature mécanique de la parabole, la prolixité qui naît d'une » trop grande affectation de rigueur géométrique et diverses » autres choses semblables, sont capables d'en écarter le lecteur » le plus intrépide. »

Les *prolégomènes* de l'ouvrage échappent à ces reproches mérités. Lalouvère, parlant de l'histoire de la quadrature du cercle, fait preuve d'une érudition solide et d'un jugement éclairé, mais il nous laisse juger, sur un simple détail, que, malgré la vocation qu'il se croit pour les mathématiques, il n'était pas né pour en faire.

Il rapporte qu'Olivier de Serres, dans son *Théâtre de l'agriculture,* a proposé de trouver des quadratures en pesant des feuilles de papier découpées suivant des figures géométriques; qu'en procédant de cette façon, il a trouvé que le cercle est équivalent au carré construit sur le côté du triangle équilatéral inscrit. Il est immédiatement clair que cette approximation revient simplement à admettre 3 pour le rapport de la circonférence au diamètre. Lalouvère ne s'en aperçoit pas et pour critiquer cette prétendue quadrature, il se livre, en partant d'une table de sinus, à un long calcul qui lui ajoute à 3 quelques décimales lointaines et inutiles.

Deux questions plus graves ont été soulevées par Pascal (*Suite de l'histoire de la Roulette,* 2 décembre 1658, V, p. 211-212) :

« Mais on ne doit pas être surpris de son procédé en cette

([1]) Lorsqu'il le publiait, à l'âge de cinquante et un ans, Lalouvère ne professait plus les mathématiques, qu'il avait cependant enseignées auparavant au collège de Toulouse, mais bien la théologie scolastique.

» rencontre, ni de ce qu'il a entrepris sur les problèmes de » M. de Roberval, *car il agit de même en toutes occasions*. Et il » y a plusieurs années qu'il se vante et qu'il répète souvent qu'il » a trouvé la quadrature du cercle, qu'il la donnera à son premier » loisir, résolue en deux manières différentes et aussi celle de » l'hyperbole; d'où l'on peut juger s'il y a lieu de croire sur sa » parole qu'il ait les choses dont il se vante. »

Il s'agit d'une part de vaines forfanteries sur la matière du traité de 1651, de l'autre d'emprunts que Lalouvère y aurait faits tacitement à d'autres, pour s'attribuer une originalité dont il aurait été dépourvu.

Sur le premier point, les forfanteries sont incontestables et elles ne pouvaient être que sévèrement appréciées par un homme qui, comme Pascal, avait déjà la conscience très nette, sinon la preuve, de l'impossibilité de la quadrature du cercle. Peut-être cependant, s'il eût été de race gasconne, aurait-il été plus indulgent, car il aurait mieux compris un état d'esprit qu'il ne sera pas inutile de décrire.

Au fond, Lalouvère est sincère; il se vante parce qu'il croit avoir trouvé; il n'ose pas publier, parce qu'il se défie de lui-même. La composition de ses *Elementa tetragonismica* est des plus curieuses; la quadrature du cercle est le but nettement avoué et donné comme presque atteint dans la dédicace (à Louis XIV); cette quadrature est incontestablement une idée fixe pour Lalouvère, comme elle le fut aussi pour un de ses confrères, d'ailleurs plus justement célèbre, Grégoire de Saint-Vincent; cependant ses quatre premiers livres, comme on pourra en juger par ce que nous en dirons tout à l'heure, ne font nullement avancer la question; dans le cinquième, composé pendant l'impression qui a duré deux ans, Lalouvère veut l'aborder vraiment et se livre à des combinaisons telles, qu'il arrive à peine à s'en débrouiller; ses dernières propositions sont énoncées comme de la plus grande utilité pour le but à atteindre, puisqu'elles conduiraient à une équation entre la surface du cercle et un ensemble de rectilignes dont la construction doit résulter de ce qui précède. Mais, dans

une note subséquente, Lalouvère avoue que, la chose mise en calcul, elle ne paraît pas plus avancée, ce qui ne l'empêche pas de surajouter en marge qu'il vient de trouver la véritable quadrature absolue, trop tard pour la publier immédiatement.

Dans le volume de 1660, mêmes contradictions et même ambiguïté; a-t-il trouvé, cherche-t-il encore ou ne veut-il pas publier, voilà ce qu'il veut laisser indécis et il ne s'en cache pas (1). Dans sa réponse au passage précité de la *Suite de l'histoire de la Roulette* (p. 235), il se contente d'affirmer que, si on publie avant lui la quadrature du cercle, il ne prétendra pas disputer la gloire de la découverte. Ce qu'il dit de plus sensé, c'est peut-être les derniers mots de son ouvrage, que je traduis (p. 404) :

« Tout ce que je viens d'écrire dans ces livres de la *Cycloïde,* » tout ce que j'ai écrit autrefois dans mes *Éléments de quadrature,* » j'avoue que je le dois à la recherche du cercle et de l'hyperbole; » quoiqu'à cette recherche j'aie peut-être manqué mon objet » principal (et c'est bien ce que je présume toujours moi-même » et voudrais être présumé par les autres), je pense toutefois » n'avoir pas absolument perdu ma peine, puisque la poursuite de » cette quadrature m'a fourni un butin qui n'est pas tout à fait à » dédaigner pour des gens de ma taille. Je n'ai plus qu'à ajouter » que c'est ici la fin de cette poursuite, et que désormais je me » consacrerai, si Dieu le permet, à des études moins laborieuses » et moins pénibles pour mon âge déjà avancé (2). »

Ces quelques lignes peuvent au reste donner une juste idée du ton ordinaire de Lalouvère; un mélange d'humilité parfois naïve et de fierté plus ou moins contenue. En tout cas, ce n'est pas l'orgueilleux que nous dépeint Bossut, et sa polémique contre l'Anonyme ou contre Dettonville (3) est certainement, surtout eu

(1) P. 240-241 : « Quod utique luculentiùs patebit, si inde prodeat quadratura illa circuli et hyperbolæ, quam diu parturit mens nostra, necdum tamen aut parit aut partam evulgat. »

(2) Lalouvère, né en 1600, est mort en 1664.

(3) Bossut dit à tort que le pseudonyme de Dettonville servit à Pascal dès la proposition des problèmes sur la cycloïde. Ce nom ne fut mis en avant que pour la publication de la solution : *Lettres de A. Dettonville contenant quelques-unes de ses*

égard aux attaques passablement mortifiantes qu'il avait subies, conçue sur le ton modéré d'un homme qui a la juste conscience de son infériorité.

3. Arrivons à la question d'originalité. L'accusation de plagiat, dont Pascal a endossé la responsabilité, probablement sous la suggestion de Roberval, comme il l'avait déjà fait à l'égard de Torricelli dans l'*Histoire de la Roulette*, est-elle justifiée ou pouvait-elle être plus ou moins motivée, lorsqu'elle portait contre Lalouvère?

Remarquons que celui-ci a de grandes prétentions à l'originalité, au moins vis-à-vis des modernes, car quant aux anciens, il ne se donne que comme développant les méthodes d'Archimède, dont il a certainement fait, ainsi que d'Apollonius, une étude très approfondie. Il affirme qu'il a composé son travail de 1651 sans aucun secours de livres récents et même en ignorant s'il en existait sur la matière; dans un appendice, rédigé après le commencement de l'impression, il raconte que, sur les indications d'amis ayant vu les énoncés de ses principales propositions et craignant qu'il n'eût simplement suivi un chemin déjà battu [1], il vient de se procurer le traité de Luca Valério *Sur le centre de gravité des solides* (1604), les *Œuvres mathématiques* de Torricelli (1644), les *Exercices géométriques* de Cavalieri (1647). Il reconnaît que dans ces ouvrages, on peut en effet trouver à peu près tout ce qu'il avait cru découvrir, mais il réclame en tout cas la pleine propriété d'un certain nombre d'additions plus ou moins importantes et il présente sa méthode comme tout à fait indépendante. Il fait enfin des déclarations analogues en ce qui concerne la

---

inventions de Géométrie, sçavoir la Résolution de tous les problèmes touchant la Roulette qu'il avoit proposez publiquement au mois de juin 1658, etc. (A Paris, chez Guillaume Desprez, ruë Saint-Jacques, à l'image Saint-Prosper, M.DC.LIX) et Lalouvère l'ignora jusqu'aux premiers jours de 1659. Jusque-là les différents écrits imprimés par Pascal sur la cycloïde étaient restés anonymes.

[1] Fermat figurait-il déjà parmi les amis de Lalouvère? En tout cas, il n'a pas dû se désintéresser d'un livre imprimé à Toulouse et autour duquel devait se faire un certain bruit dans le public compétent.

cubature de l'*onglet cylindrique*, déjà effectuée par Grégoire de Saint-Vincent.

Il est difficile de révoquer en doute la sincérité de Lalouvère, car ses affirmations sont accompagnées de détails qu'il lui aurait été imprudent, pour sa situation à Toulouse, de donner tels, s'ils n'eussent pas été absolument vrais. L'accusation de l'Anonyme de la Roulette pouvait germer dans un esprit soupçonneux comme celui de Roberval, d'autant que la méthode de Lalouvère est certainement trop embrouillée pour paraître une méthode d'invention. Mais un peu de réflexion et un examen attentif auraient dû dissiper de pareils soupçons, car la question doit être prise autrement.

On arrive assez facilement à cuber le volume engendré par la révolution d'un segment de conique autour d'un axe situé dans le même plan. Dès lors, étant donné le théorème de Guldin, il est clair que si l'on se donne le centre de gravité du segment, la quadrature de l'aire du segment s'ensuivra.

Voilà l'idée que développe longuement Lalouvère; il affirme bien n'avoir connu Guldin que par les citations de Cavalieri [1], mais il ne faut pas oublier que l'énoncé du théorème précité est très clairement donné dans Pappus, que Lalouvère connaissait incontestablement, quoiqu'il ne se soit pas référé à ce passage. Il a, au contraire, pour démontrer ce théorème, transformé l'énoncé de façon à le rendre presque méconnaissable; mais cela lui était imposé, dans une certaine mesure, par sa méthode même.

Cette méthode, on l'a dit, est celle d'Archimède, mais compliquée en ce sens qu'au lieu de ne recourir aux constructions géométriques que dans les limites utiles et de passer au calcul lorsqu'il devient plus avantageux, Lalouvère croit nécessaire d'achever sa tâche par la seule géométrie, ce qui l'entraîne dans des complications extrêmes. Par exemple, pour déterminer le moment d'une aire par rapport à un point, il construira une autre aire (limitée par une courbe qu'il appelle *quadratrice*), aire dont il se donne le centre de gravité. Il s'agit désormais de carrer

(1) Circonstance assez singulière si elle est vraie; car Guldin était jésuite comme Lalouvère.

cette seconde aire, au moyen de transformations géométriques, singulièrement pénibles. Quand la troisième dimension intervient, la complication des procédés devient naturellement excessive.

Il est inutile de dire que les résultats qui lui donnent le plus de peine et dont il se glorifie le plus, s'obtiennent sans difficulté aujourd'hui grâce aux notations du calcul intégral. Mais non seulement Lalouvère n'a aucun pressentiment de l'avenir; son obstination à garder les formes, non pas à suivre l'esprit d'Archimède, le met singulièrement en retard par rapport à ses contemporains; il suffit, pour apprécier son œuvre à cet égard, de la mettre en parallèle avec le premier écrit d'Huygens, publié précisément la même année et traitant le même sujet.

En somme, Lalouvère n'a pas d'originalité réelle, ni de profondeur véritable; mais c'est un travailleur acharné, ayant une ingéniosité de détail incontestable, tenace enfin et, malgré les défauts de sa méthode, sachant aboutir quand il ne poursuit pas l'impossible. Ce n'est donc nullement un géomètre méprisable et on comprend très bien que Fermat ait pu l'estimer assez pour lui recommander les problèmes sur la cycloïde.

4. Pourquoi Fermat s'abstint-il d'entrer en lice lui-même pour ces problèmes, proposés en juin 1658 « aux meilleurs géomètres de tout l'univers »?

Il ne faut nullement exagérer leur difficulté, même pour l'époque; le grand mérite de Pascal est moins dans la solution même que dans l'excellence de sa méthode relativement à celles que l'on sait avoir été possédées par ses contemporains. Seul de tous, Fermat disposait d'un procédé présentant des avantages au moins équivalents.

On ne peut douter en effet, si l'on étudie la fin de son grand traité *De æquationum localium transmutatione* (connu seulement après sa mort), qu'il ne lui fût relativement facile de surmonter les difficultés proposées (1), car son génie mathématique n'était nullement affaibli par la vieillesse.

(1) On peut les définir comme suit : il s'agissait en fait d'intégrer $\omega^m \sin^n \omega \cos^p \omega \, d\omega$, en supposant m, n, p positifs (ou nuls) et tels que $m + n + p \lessgtr 4$.

Cependant, avant l'invention des notations modernes, la solution des problèmes de l'Anonyme exigeait en tous cas de longs calculs et peut-être, de la part de Fermat, une transformation plus ou moins longue des résultats auxquels il était déjà arrivé. S'il rédigeait déjà le Traité précité, il pouvait ne pas se soucier de s'astreindre à des opérations sans intérêt réel pour lui, ou d'avoir à exposer sa méthode sous une forme différente de celle qu'il avait choisie. Peut-être aussi, au moment où il prit connaissance des problèmes, se trouvait-il empêché par son métier (1).

C'est l'explication la plus simple; mais on peut faire une hypothèse au moins aussi plausible. La réputation de Fermat était bien établie à Paris depuis longtemps et Pascal avait déjà pu juger par lui-même que ce n'était pas un athlète à provoquer. Le seul géomètre en France qui fût aussi en vue que lui, Roberval, fut évidemment prévenu, d'une façon ou d'autre, qu'il était d'avance mis hors concours; mais, étant donné le but que se proposaient Pascal et ses amis (2), n'est-il pas très probable qu'*a fortiori*, Fermat fut également mis plus ou moins dans le secret par Carcavi, de façon à éviter un concurrent moins avide de gloire que Roberval, mais certainement plus redoutable?

Quoi qu'il en soit, peut-être après un certain délai (3) et quelques hésitations sur le parti qu'il prendrait, Fermat, vers le 11 juillet 1658, communiquait à Lalouvère la feuille imprimée des *Problemata* (4) et l'invitait à les essayer; c'était évidemment, dans sa

---

(1) C'est ce que peuvent indiquer les mots que lui adresse Lalouvère (*Cycl.* p. 2): *Modò tamen judiciorum publicorum occupationes, quibus longe utiliùs distineris, id patiantur*.

(2) La tradition rapportée à cet égard par Bossut paraît très plausible; il s'agissait moins du progrès de la science que de la glorification de la petite église janséniste; on doit dès lors conclure de cette tradition qu'on espérait bien ne pas décerner le prix, si sérieusement qu'il fût proposé.

(3) La date exacte où fut lancé le défi anonyme, en juin 1658, n'est pas connue, elle doit avoir été plus voisine de la fin du mois que du commencement. L'*Additamentum* (*Pascal,* V, 139-141) ne parvint à Toulouse qu'à la fin du mois de juillet.

(4) Elle est reproduite, ainsi que l'*Additamentum*, dans le Traité de Lalouvère, pages 129-131, avec quelques différences qui semblent prouver que la réédition de Bossut n'est pas absolument conforme à l'original.

situation morale vis-à-vis de lui, prendre tacitement l'engagement de ne pas prendre part lui-même au concours.

Lalouvère déclare (p. 133) avoir immédiatement écrit à Carcavi qu'il allait s'occuper des problèmes proposés, mais qu'il écartait en tous cas la pensée de recevoir la somme offerte en prix, ce qui eût été contraire à la règle de sa vie. Dix jours après, le 21 juillet 1658, il apportait à Fermat, avec une dédicace, vingt propositions qu'il fit immédiatement imprimer sous le titre : *De cycloïde Galilæi et Torricellii Propositiones viginti.*

Rappelons les problèmes proposés. L'Anonyme demandait :

1° La quadrature d'un segment de cycloïde compris entre la courbe, l'axe et une corde parallèle à la base; le centre de gravité de ce segment, et, comme conséquence, le volume engendré par sa révolution :

2° Autour de la corde;

3° Autour de l'axe;

4° Les centres de gravité de ces solides de révolution;

5° Les centres de gravité des moitiés de ces solides, supposés coupés par un plan suivant leur axe.

Les vingt propositions de Lalouvère aboutissent en fait seulement à la solution, d'ailleurs complète, des deux premiers problèmes. Mais en somme, comme travail de dix jours, c'était assez remarquable pour justifier le jugement porté par Fermat sur la capacité du jésuite et pour désigner celui-ci comme un concurrent sérieux, puisqu'il restait encore plus de deux mois jusqu'au terme du 1er octobre.

On sait ce qu'écrivit l'Anonyme dans l'*Histoire de la Roulette* (10 octobre) :

(*Pascal*, V, pages 171-172) : « On a vu aussi la dimension de » la roulette et de ses parties, et de leurs solides à l'entour de la » base seulement, du révérend P. Lallouère, jésuite de Toulouse. » Comme il l'envoya toute imprimée, j'y fis plus de réflexion; et » je fus surpris de voir que tous les problèmes qu'il y résout, » n'étant autre chose que les premiers de ceux que M. de Roberval » avoit résolus depuis si longtemps, il les donnoit néanmoins sous

» son nom, sans dire un seul mot de l'auteur. Car encore que sa » méthode soit différente, on sait assez combien c'est chose aisée, » non seulement de déguiser des propositions déjà trouvées, mais » encore de les résoudre d'une manière nouvelle, par la connais- » sance qu'on a déjà eue une fois de la première solution. ».

« Je priai donc instamment M. de Carcavi, non seulement de » faire avertir le révérend père que tout cela étoit de M. de » Roberval, ou au moins manifestement enfermé dans ses moyens, » mais encore de lui découvrir la voie par laquelle il y est arrivé » (car on ne doit pas craindre de s'ouvrir entre les personnes » d'honneur). Je lui fis donc mander que cette voie de la première » découverte étoit la quadrature que l'auteur avoit trouvée depuis » longtemps, d'une figure qui se décrit d'un trait de compas sur » la surface d'un cylindre droit, laquelle surface étant étendue en » plan, forme la moitié d'une ligne qu'il a appelée la *compagne* » *de la roulette,* dont les ordonnées à l'axe sont égales aux » ordonnées de la roulette, diminuées de celles de la roue. En » quoi je crus faire un plaisir particulier au révérend père, parce » que dans ses lettres que nous avons, il parle de la quadrature » de cette figure, qu'il appelle cyclocylindrique, comme d'une » chose très éloignée de sa connaissance, et qu'il eût fort désiré » connoître. M. de Carcavi n'ayant pas eu assez de loisir, a fait » mander tout cela et fort au long, *par un de ses amis,* au » révérend père, qui a fait réponse. »

Or cet ami de Carcavi, correspondant avec Lalouvère, n'est autre que Pascal, agissant sous son propre nom, et l'échange de lettres ne se borna pas là.

Expliquons d'abord ce qui concerne la cyclocylindrique. Lalouvère raconte (page 39) qu'après qu'il eut fait connaître ses vingt propositions, Fermat, je ne sais, remarque-t-il, à quelle occasion [1] lui dit avoir trouvé la cubature de la courbe engendrée par la révolution (autour de la base) d'une courbe, que nous

[1] Fermat n'a-t-il pas précisément voulu, sans trahir aucun secret ni aider directement Lalouvère, le mettre sur la voie de problèmes plus simples que ceux de la cycloïde, et dont la solution lui aurait préparé le reste du chemin?

pouvons définir comme la transformée de l'intersection d'un cylindre droit circulaire avec une sphère ayant son centre situé sur une génératrice du cylindre. C'est cette courbe que Lalouvère appelle cyclocylindrique (de premier nom) [1] : la transformée ne se confond avec la *compagne de la roulette* (petite cycloïde ou sinusoïde) que si le rayon de la sphère est égal au diamètre du cercle de base du cylindre (cyclocylindrique primaire de premier nom de Lalouvère).

Le jésuite réfléchit au problème de Fermat et quelques jours après en trouva la solution; en même temps il carra la cyclocylindrique primaire, et communiqua ses résultats à Fermat, qui lui indiqua alors sa propre démonstration. Lalouvère, écrivant sur ces entrefaites à Carcavi, et sans parler de ce qu'il avait fait sur ce terrain, lui fit l'éloge de la découverte de leur compatriote; il ajouta qu'à son avis il y aurait un grand intérêt à carrer les cyclocylindriques.

« Le 4 septembre, continue Lalouvère, M. Pascal m'écrivit sa » première lettre pour me dire que les vingt propositions que » j'avais publiées sur la cycloïde, ne touchaient pas aux plus » difficiles des questions proposées par l'Anonyme; que ce que » j'avais résolu, comparé au solide autour de l'axe de la grande » cycloïde ou de la petite, était comme les éléments d'Euclide en » regard des œuvres d'Archimède; que, bien plus, l'invention de » ces solides engendrés autour de l'axe était encore aussi loin de » leurs centres de gravité que les livres du même Euclide des » découvertes de Luca Valério ou d'Archimède. Enfin, pour me » maintenir encore plus fortement au dernier degré des inventeurs, » il ajoutait que ce degré inférieur n'était pas dépassé par la » quadrature de la cyclocylindrique, dont je parlais comme d'une » si grande chose dans ma lettre à M. de Carcavi, et que j'avais » même trouvé cette quadrature pour ainsi dire sans le savoir. Il » remarquait qu'en effet je l'avais donnée en démontrant, dans

[1] Il dit *cyclocylindrique de second nom* lorsque le centre de la sphère n'est pas sur la surface du cylindre.

» ma proposition XII, celle de la petite cycloïde, puisque la trans-
» formée de la cyclocylindrique, si celle-ci est décrite avec le
» diamètre de la base comme rayon, n'est autre que la petite
» cycloïde, ainsi qu'il était prêt, disait-il, à le prouver, s'il en
» était besoin. »

Cette analyse de la lettre de Pascal, donnée comme complète par Lalouvère, ne ressemble guère au résumé qui ressort du passage reproduit plus haut de l'*Histoire de la Roulette*. Notamment il n'y est point parlé de Roberval; toutefois il ne faut pas, pour cela, taxer le récit de Pascal d'inexact. Le fait est qu'il avait écrit plusieurs lettres à Lalouvère et qu'il a condensé le sens général de cette correspondance.

Pour la quadrature de la cyclocylindrique, il y a eu évidemment un malentendu. Pascal avait compris que Lalouvère voulait parler du cas particulier, tandis que celui-ci entendait le cas général [1]. Son récit ne peut être révoqué en doute, Fermat y jouant le rôle de témoin.

Il n'est même pas à supposer qu'il ait volontairement omis une mention de Roberval faite dans la lettre de Pascal, car quel intérêt aurait-il eu à le faire?

5. Lalouvère répondit donc à bon droit à Pascal que sa lettre ne lui avait rien appris sur la cyclocylindrique et qu'il attendait toujours la quadrature de cette courbe, dont la célébrité de son correspondant lui avait fait concevoir l'espérance. En même temps il annonçait qu'il avait trouvé le solide autour de l'axe, c'est-à-dire résolu la question (3) de l'Anonyme. Il nous donne (p. 84) deux extraits de lettres de Pascal à ce sujet [2].

Seconde lettre, en date du 11 septembre : « Plût à Dieu, mon

[1] Ce cas général exige l'emploi des fonctions elliptiques; on ne peut dire d'ailleurs pour cela qu'il eût été au-dessus des forces de Pascal, si celui-ci l'avait abordé; il a en effet ramené à la rectification d'arcs d'ellipse celle des arcs de cycloïde allongées ou raccourcies.

[2] Ces extraits sont en latin; il est très possible que Lalouvère les ait traduits du français, ce qui alors ne tirait pas à conséquence. En tous cas, si je les traduis à mon tour en français, je n'ai, bien entendu, nullement la prétention de reproduire le style de l'auteur des *Pensées*.

» Père, que vous eussiez pu voir la joie que m'a procurée votre » dernière lettre quand j'y ai lu que vous aviez trouvé la mesure » du solide autour de l'axe, tant pour la cycloïde entière que pour » un segment donné. Croyez bien qu'il n'y a personne qui me » vaille pour louer le mérite; mais, je l'avoue, je ne me laisse pas » aller à le faire sans motifs sérieux. C'est une bien rare et excel- » lente vertu, surtout parmi ceux qui font profession des sciences, » que cette candeur d'âme sincère et exempte de toute envie, dont » je puis me vanter aujourd'hui et que je manifesterai à tous, à » votre sujet, toutes les fois que l'occasion s'en présentera. Oui, » je vous le dis sérieusement, j'ai autant de joie à pouvoir ouver- » tement répéter à tous que vous avez résolu un des problèmes » de géométrie les plus difficiles, que j'avais de chagrin à être » obligé d'avouer, pour ne pas dissimuler la vérité, que ces pre- » mières questions dont vous avez publié la solution n'étaient que » bien peu de chose en regard de ces grandes découvertes. Car on » ne peut douter, mon Père, que ce ne soit vraiment là un grand » problème; aussi je désirerais bien connaître par quelle voie vous » êtes parvenu à le résoudre; pour vous le dire, en un mot, » M. Roberval, qui est bien un des plus savants hommes, a mis » six ans à le chercher, et sa méthode ne donne qu'un seul cas, » celui de la cycloïde entière; mais vous, vous possédez une solu- » tion générale pour un segment quelconque, ce que je relèverai » sans cesse, ce que je montrerai digne des louanges réservées aux » plus grandes découvertes. »

Troisième lettre, du 18 septembre : « Je ne puis assez vous » expliquer, mon Père, avec quelle impatience nous désirons » savoir ici connaître la voie que vous avez suivie pour trouver les » solides engendrés autour de l'axe de la cycloïde. J'avais bien » tort de craindre que le calcul que vous nous avez envoyé en » dernier lieu (¹) ne fût erroné; car après l'avoir examiné avec

(¹) D'après la *Suite de l'Histoire de la Roulette* (V, p. 201), Lalouvère avait d'abord envoyé une énonciation fausse, qu'il aurait ensuite corrigée dans une seconde lettre, en montrant l'accord de ses résultats avec ceux de Roberval. Naturellement il ne dit rien de tout cela.

» soin, j'ai reconnu qu'il était parfaitement exact..........
» Mais pour en revenir à vous, mon Père, je ne prendrai pas de
» repos tant que je n'aurai pas obtenu de vous que vous m'appre-
» niez par quelle méthode vous êtes parvenu à ces solides ou bien,
» ce qui revient au même (comme je vous l'ai déjà écrit une
» autre fois), aux solides engendrés par les droites égales aux arcs
» du cercle; j'ai un très vif et curieux désir d'être renseigné
» là-dessus....... »

Certes, on n'aurait guère pu prévoir le ton de ces lettres de Pascal à lire le début de la *Suite de l'Histoire de la Roulette*, où il est précisément parlé du calcul fait par Lalouvère du solide autour de l'axe. Mais disons immédiatement que cette *Suite* est un factum écrit de colère, le 12 décembre 1658, au moment de la réception d'une attaque assez vive publiée par Lalouvère, le 8 décembre, contre l'Anonyme. En prenant comme tel cet écrit, on peut le trouver passionné, injuste même; mais la vérité n'y est nullement déguisée, autrement le jésuite toulousain n'aurait pas manqué à le relever; seulement, dans les trois mois, Pascal avait changé sa façon de voir.

Déjà, du 11 septembre au 10 octobre, le changement est visible; dans sa lettre à Lalouvère, Pascal lui attribue une supériorité sur Roberval, et dit en propres termes que la solution de ce dernier n'est pas générale; dans l'*Histoire de la Roulette,* il écrira (V, p. 169) : « Car encore qu'il (Roberval) ne l'ait donné tout au » long que des roulettes entières, sa méthode s'étend, sans y rien » changer et avec autant de facilité, aux parties, et ce seroit » chicaner que de lui en disputer la première résolution. » Enfin, dans la *Suite*, Lalouvère ne sera plus qu'un plagiaire.

Que s'est-il donc passé? Évidemment, dans l'intervalle, Pascal a pris plus ample connaissance des travaux de Roberval, sur lesquels il était loin d'être exactement renseigné, comme il l'avoue (V, p. 168). Il a été convaincu de ce qu'il ne croyait pas auparavant, et il a écrit, comme Anonyme, avec la foi d'un nouveau converti. Fort des lettres récentes de Pascal, Lalouvère a réclamé vivement pour être mis au moins au rang de Roberval. La discus-

sion s'est prolongée, comme le raconte la *Suite de l'Histoire de la Roulette;* à la fin, Lalouvère imprima (¹) que l'Anonyme l'avait calomnié et traité de plagiaire, ce qui, jusqu'alors, n'était nullement vrai. L'Anonyme releva le gant. Si les suggestions de Roberval lui avaient déjà fait concevoir quelques soupçons, l'attitude maladroite du jésuite en fut pour lui la confirmation; il ne ménagea plus rien, et à la vigueur des coups frappés, les attentifs purent deviner Louis de Montalte.

En revanche, on doit reconnaître qu'en réalité les indications données dans les lettres de Pascal pour l'emploi de la petite cycloïde (méthode suivie par Roberval) n'ont en rien servi à Lalouvère. Il avoue même naïvement qu'il trouve autant de difficulté pour les problèmes avec la petite ou la grande cycloïde; et, avec les procédés qu'il emploie, cela est rigoureusement vrai.

Alors que Pascal demandait instamment au jésuite sa méthode, il ne se doutait évidemment pas que celui-ci rédigeait propositions sur propositions, composait en fait les livres II, III, IV de son futur Traité, mais qu'il était incapable de donner en peu de mots une idée de la marche qu'il suivait, qu'il lui était impossible de dégager de tout ce qu'il faisait un principe général autre que celui de la balance d'Archimède. Plus Pascal insistait, croyant à une méthode neuve et féconde, plus le malentendu croissait, car cette insistance, que de son côté Lalouvère ne devait pas comprendre, finit par mettre en défiance celui-ci.

Sur toute la correspondance postérieure au mois de septembre, le jésuite ne nous donne aucun détail et l'on ne peut même affirmer que ce soit toujours Pascal qui ait tenu la plume. Mais sur le contenu des trois lettres des 4, 11 et 18 septembre, il nous fournit encore quelques renseignements (p. 141 et 169), sans indiquer à quelle lettre ils se rapportent précisément.

Pour éprouver si la méthode de Lalouvère se rapprochait de la sienne, Pascal lui adressa (probablement dans la seconde

(¹) A la suite de six propositions sur l'accélération des graves, réimprimées plus tard dans le sixième livre de la cycloïde et où Lalouvère prétend démontrer la possibilité de l'hypothèse de Baliani contre la loi de Galilée.

lettre) l'énoncé de divers problèmes dont il l'invita à chercher la solution. Lalouvère remarque que ces problèmes, que Pascal lui proposait comme siens, furent tous, sauf un, le plus facile, repris ensuite par Dettonville dans son livre de janvier 1659. « Ce qui fait, ajoute-t-il plus par naïveté que par ironie, que je » ne vois pas bien depuis lors quelle différence il y a entre Pascal » et Dettonville. »

Le problème négligé par Dettonville était énoncé : *Trouver le centre de gravité d'un secteur de sphère.* Lalouvère, entendant le mot *secteur* dans le sens habituel aujourd'hui, répondit que la solution résultait facilement des travaux déjà connus.

Pascal répondit qu'il s'agissait de la portion de sphère interceptée entre deux plans passant par le centre et se coupant à angle non droit. Lalouvère lui envoya alors une solution qu'il reproduit dans son livre et qui est exacte.

Les autres problèmes que cite le jésuite comme lui ayant été proposés par Pascal sont : 1° la dimension d'un solide formé par le moyen d'une spirale autour d'un cône (lettre de Dettonville à Sluze, *Pascal*, V, p. 422) ; 2° le centre de gravité des triangles cylindriques (*ibid.*, p. 419). Pour le premier, Lalouvère l'a résolu (p. 141), mais probablement plus tard ; il déclare d'ailleurs ignorer ce que sont les lignes *en perle* de Sluze, et être par suite incapable de constater si sa solution concorde avec celle de Dettonville. Quant au second problème, il aurait, dit-il, répondu à Pascal que la solution en était liée à la quadrature du cercle. Probablement il s'était assez mal fait comprendre, car Pascal lui écrivit (dans sa troisième lettre du 18 septembre?) en souhaitant que son correspondant pût, de la connaissance du centre de gravité demandé, tirer la quadrature du cercle aussi facilement que lui-même pouvait donner la position de ce centre. Toutefois (dans une quatrième lettre du 25 septembre?), il reconnaît nettement que ce problème supposait en effet la quadrature du cercle. En somme, Lalouvère paraît avoir dès lors déterminé exactement le centre de gravité en question.

6. Toute cette correspondance n'avait pu édifier suffisamment

Pascal sur la valeur du jésuite comme géomètre; cependant il lui fallait prendre un parti. La date du 1er octobre, fixée pour le concours, approchait; Lalouvère avait résolu incontestablement les trois premiers problèmes proposés; on ne savait pas ce qu'il pouvait faire en réalité pour les deux derniers; il avait envoyé un résultat faux, l'avait révoqué par le courrier suivant et annoncé en même temps qu'il avait la solution complète et exacte, même prête pour l'impression; mais il déclarait qu'il ne voulait pas la publier avant que l'Anonyme n'eût donné la sienne.

Pascal avait évidemment le droit de passer outre, Lalouvère ne prétendant pas à la somme proposée comme prix et, d'un autre côté, ne remplissant certainement pas les conditions imposées pour obtenir au moins l'honneur.

Pascal, au contraire, probablement agacé par la tournure qu'avait prise sa correspondance avec le jésuite, résolut de le mettre au pied du mur. Il différa la publication de la solution aussi bien que l'examen des envois reçus par Carcavi et l'Anonyme fit imprimer coup sur coup les *Réflexions sur les conditions des prix attachés à la solution des problèmes concernant la cycloïde* (9 octobre 1658), le double en latin du même écrit (9 octobre 1658), et l'*Histoire de la Roulette* en français et en latin (10 octobre).

La seconde moitié du premier écrit a pour objet de réfuter les prétentions que paraissait émettre Lalouvère; cependant il n'est pas nommé et ces prétentions sont même données comme étant le fait de plusieurs concurrents. Le jésuite de Toulouse ne pouvait donc se blesser de la discussion très vivement menée par l'Anonyme; en tous cas il n'y fait aucune allusion dans son livre, il reconnaît donc implicitement que les arguments employés contre lui sont irréfutables.

L'*Histoire de la Roulette* parle au contraire en propres termes de Lalouvère ainsi que nous l'avons vu plus haut. Il est d'ailleurs compté comme ne prétendant point au prix. L'examen des solutions envoyées est indiqué comme différé « jusqu'au retour de M. de Carcavi, qu'on attend de jour en jour » (1).

(1) Lalouvère (p. 134) affirme qu'il sait pertinemment que ce prétexte était fictif.

Puis l'Anonyme propose trois nouveaux problèmes :

a. Trouver le centre de gravité d'un arc de cycloïde.

b. Trouver la dimension de la surface de révolution engendrée autour de la base ou autour de l'axe.

c. Trouver le centre de gravité de cette surface, ce qui, dit-il, « est le plus difficile et proprement le seul que je propose. »

Il annonce enfin que quoiqu'il ait déjà commencé à divulguer ses calculs, il ne publiera rien avant le 31 décembre 1658, « afin que si quelqu'un trouve la solution » de ces derniers problèmes dans le délai indiqué, « il ait l'honneur de l'invention ».

C'était, en somme, après avoir constaté que Lalouvère avait perdu la première manche, lui offrir galamment la revanche.

7. Quittons un moment le jésuite et revenons à Fermat. Comme le mentionne l'histoire de la cycloïde, le grand géomètre de Toulouse avait commencé à s'émouvoir. Informé immédiatement de la découverte de la rectification par Wren, il avait cherché et trouvé sur-le-champ la démonstration. Les nouveaux problèmes proposés avaient dû être de nature à le tenter également; de fait, comme le dit Carcavi dans sa lettre à Dettonville du 10 décembre 1658 (*Pascal,* V, p. 228), il envoya de bonne heure la solution des deux premiers « avec une méthode fort belle et générale pour la dimension des surfaces courbes » (1); mais sur le dernier (le seul véritablement proposé) il s'abstint. Fut-il prié sous-main de ne pas intervenir dans la partie engagée avec Lalouvère? Fut-il curieux de connaître la méthode de l'Anonyme et ne voulut-il pas lui donner un prétexte de se refuser à la publier? Cette dernière explication est sans doute la plus probable. D'ailleurs, non seulement sa réputation était assez bien assise pour que l'abstention ne dût lui faire aucun tort, mais encore il avait assez de découvertes inédites pour rétablir bientôt l'équilibre en sa faveur, si les publications annoncées par l'Anonyme pouvaient élever ce dernier jusqu'au niveau où Fermat était placé dans l'estime des géomètres du temps.

(1) Tout cela est malheureusement perdu.

8. Cependant Lalouvère, dans ses lettres d'octobre et de novembre, persistait dans la position qu'il avait prise; en même temps il se plaignait et de la façon dont on avait parlé de lui dans l'*Histoire de la Roulette* et du retard de la publication des solutions de l'Anonyme. La querelle s'envenimait sans aboutir : Pascal fit donc procéder à l'examen des écrits envoyés, et l'Anonyme publia le 25 novembre le *Récit* de cet examen où il est parlé du cas du jésuite, sans qu'il soit d'ailleurs aucunement désigné.

Lalouvère voulut faire appel à son tour à l'opinion publique. Faisant imprimer six propositions sur l'accélération des graves, le 8 décembre 1658, il ajouta à la fin le *post-scriptum* suivant (je continue à traduire du latin, p. 19-20) :

« L'auteur de l'*Histoire de la Roulette* publiée au commence» ment d'octobre a osé écrire calomnieusement que j'ai volé les » solutions des problèmes sur la même courbe, que j'ai adressées » le 21 juillet à l'illustre conseiller M. de Fermat. Désormais on » ne pourra certainement rien publier qu'il ne puisse, à aussi bon » droit, revendiquer de même pour ses amis. J'aurais vu des » démonstrations manuscrites envoyées ici de Paris. A qui, je le » demande? Non pas certes à M. de Fermat, ni à moi, ni à per» sonne qui me les ait communiquées. Sans doute, j'avais lu dans » les livres de Torricelli, publiés depuis longtemps, la démonstra» tion par laquelle il prouve que la cycloïde entière est triple du » cercle générateur; mais il y a longtemps que dans mes livres » des *Éléments* je lui avais reconnu ce mérite. J'ai vu aussi, je » l'avoue de moi-même, une démonstration manuscrite du même » Torricelli pour le centre de gravité de la cycloïde entière; M. de » Fermat me l'a communiquée trois jours avant que j'envoyasse » mon opuscule à Paris. Je ne veux donc nullement prétendre à » cette dernière invention, mais je crois bien être le premier à » avoir trouvé tout le reste, qui est de beaucoup plus difficile, au » jugement de tous ceux qui se sont essayés à ces questions; car » bien loin d'avoir aucun larcin sur la conscience, je ne connais » absolument personne qui m'aurait devancé, notamment sur les » trois points suivants, à savoir, en supposant la quadrature du

» cercle : 1° la quadrature d'une portion quelconque de la cycloïde; » 2° la cubature du solide engendré par la révolution d'une » portion quelconque de la cycloïde autour d'un parallèle quel- » conque à la base; 3° le centre de gravité de tout segment de » cycloïde retranché par une parallèle à la base. Là-dessus » j'attends que le même auteur me dise aussi bien (cela lui est » facile, s'il le veut) à qui j'avais emprunté mes *Éléments tétra-* » *gonismiques* publiés depuis déjà plusieurs années; à qui j'ai pris » ces propositions que je fais paraître aujourd'hui; à qui bien » d'autres travaux que j'ai tout prêts pour l'impression, notam- » ment quatre livres sur la cycloïde, renfermant la solution » complète de tous les problèmes proposés, solution que j'ai déjà » depuis quelque temps communiquée, pour la lire et l'examiner, » à des personnes du plus grand savoir et de la plus grande » honnêteté dans les premières villes de toute la France. Mais la » brièveté de ce papier ne comporte pas une plus longue apologie; » il sera temps de la compléter quand je pourrai, sur une feuille » plus étendue, reproduire pour ma défense ce que m'a écrit » M. de Pascal sur la cyclocylindrique et sur ma quadrature *(sic)* » du solide engendré autour de l'axe de la petite cycloïde, pour » un cas quelconque, découverte à laquelle il a donné de si grands » éloges. »

Comme je l'ai dit plus haut, l'Anonyme releva immédiatement le gant et répliqua par la *Suite de l'Histoire de la Roulette,* datée du 12 décembre 1658 et exclusivement consacrée à Lalouvère, désormais facilement reconnaissable, quoiqu'il n'y soit pas nommé.

Je n'ai pas à revenir sur l'accusation de plagiat, certainement mal fondée de la part de Pascal; j'ai expliqué comment il avait été conduit à soupçonner le jésuite. Mais il est bien clair que cette accusation n'était réellement pas formulée dans l'*Histoire de la Roulette.* L'Anonyme s'était seulement montré surpris que Lalouvère eût donné sous son nom, sans parler de Roberval, des problèmes déjà résolus par ce dernier. Le jésuite aurait dû se contenter de répondre, ce en quoi il aurait eu parfaitement

raison, que du moment où l'Anonyme, évidemment ami de Roberval, avait proposé les problèmes en question, c'est que sans doute à ce moment il ignorait lui-même que Roberval les avait déjà résolus; qu'il n'y avait dès lors rien d'étonnant à ce que lui, Lalouvère, l'eût ignoré; qu'en tout cas si Roberval avait résolu ces problèmes, il n'en avait pas fait imprimer la solution; que, par conséquent, lui-même gardait l'honneur d'une publication faite de bonne foi. En ne se bornant pas à une défense de ce genre, Lalouvère, qui ignorait sans doute à quel redoutable jouteur il avait affaire, s'exposa maladroitement aux coups qui le frappèrent aussitôt.

9. Pour ce qui va suivre, je dois plutôt appeler l'attention sur l'annonce des quatre livres sur la cycloïde (les premiers du volume publié en 1660) dans lesquels Lalouvère prétendait avoir d'ores et déjà résolu les cinq problèmes proposés en premier lieu. La *Suite de l'Histoire de la Roulette* montre que l'attitude prise par lui avait donné lieu, entre Toulouse et Paris, à une correspondance de plus en plus aigre; il avait été sommé de fournir sa solution avant le 1er janvier au moins en chiffre. De son refus on concluait qu'il ne la possédait pas entièrement, et pour écarter le témoignage des personnes auxquelles il avait communiqué ses manuscrits, on lui disait (*Pascal*, V, p. 210); « Et qu'il n'espère » pas s'en sauver par l'attestation d'un ami qu'il pourrait mendier, » qui certifierait avoir vu son livre en manuscrit avant le 1er jan» vier : ce n'est pas ainsi qu'on agit en ces matières, etc. »

Lalouvère ne voulait pas envoyer sa solution, même en chiffres; c'est que, si sa méthode était valable, il n'était pas sûr de ses calculs. Depuis l'accusation de plagiat, il se défiait trop d'être plagié lui-même pour envoyer ses manuscrits complets, dont l'examen aurait certainement détrompé Pascal; ne fournir qu'un résultat, peut-être erroné, c'était s'exposer à de nouveaux déboires. Fermat, qui aurait pu sans doute le tirer d'affaire, en l'éclairant sur l'exactide ou l'erreur de ses calculs, avait certainement été averti et lui faisait comprendre qu'il devait garder la

neutralité. Cependant il consentit, en date du 5 novembre 1658, à attester, sur la page où se trouvait le résultat des calculs de Lalouvère, que ce résultat lui avait été soumis, et il fit contresigner cette attestation par le greffier du Parlement. En dehors de ce témoignage contre lequel, malgré la fin de non-recevoir opposée dans la *Suite de l'Histoire de la Roulette,* Pascal ne pouvait s'inscrire en faux, Lalouvère était en mesure d'en invoquer plusieurs autres.

De la sorte, le jésuite se réservait une porte de sortie; attendant la publication annoncée par l'Anonyme, s'il trouvait ses propres résultats erronés, il pouvait avouer sans déshonneur une faute de calcul. La publication ultérieure de sa méthode devait suffire à en prouver l'originalité et l'exactitude, sinon la commodité. Enfin les communications qu'il avait faites de son manuscrit étaient suffisantes pour trancher les questions de date.

Malheureusement pour Lalouvère, par trop de précipitation, au dernier moment, il perdit le meilleur fruit de sa combinaison; car si l'on pouvait facilement excuser une faute de calcul commise dans le manuscrit visé par Fermat le 5 novembre 1658, le jésuite s'exposait nécessairement au plus grand ridicule, si, après la publication de l'Anonyme, il énonçait comme bons ses propres résultats, alors qu'ils étaient erronés.

10. Ce fut pourtant ce qui lui arriva. Le 1er janvier 1659, Pascal expédia à Lalouvère les quatre premières pages du volume qu'il faisait imprimer sous le nom de Dettonville. Le jésuite y trouva un énoncé donnant la position du centre de gravité du demi-solide engendré par la révolution autour de la base de la demi-cycloïde. Le comparant avec le sien, il en reconnut la conformité; il crut que ses autres résultats étaient de même exacts et aussitôt, le jour même de l'arrivée du courrier à Toulouse, le 9 janvier, il livra à l'impression, comme proposition XXXVI de son livre IV, l'ensemble des énoncés pour tous les cas proposés par l'Anonyme; il y ajouta comme appendice la comparaison avec l'énoncé de Dettonville pour le cas qui lui avait été communiqué et l'avis au lecteur suivant, en latin :

« Dès le commencement d'octobre j'ai envoyé une copie de mes » quatre livres sur la cycloïde au R. P. Moret, au collège de notre » Société, à Clermont. Le lecteur pourra donc y trouver la preuve, » s'il le désire, que je n'impose en rien et n'ai jamais imposé à » personne, lorsque j'affirme que j'ai trouvé la solution complète » des problèmes proposés vers le commencement de juillet aux » géomètres de l'Europe, et que je la crois vraie, sauf un plus » mûr examen soit des autres, soit de moi. J'ose également » affirmer encore, ce que j'ai déjà dit dans la préface de ces livres, » que je suis beaucoup plus sûr de la vérité de mes démonstrations » que du calcul; une faute y est pardonnable, quand elle arrive » par inadvertance, ainsi que je l'ai déjà fait observer dans la » préface du quatrième livre de mes *Tétragonismiques*. Au reste, » tout cela dissipe évidemment ce qui a été dit contre moi par » certains avec une vivacité excessive dans les cercles des plus » savants géomètres et même imprimé dans des placards rédigés » en français et répandus dans tout notre pays. Quand on dit que » dans mes lettres particulières je m'arroge avec forfanterie la » quadrature du cercle, sans aucune supposition de donnée, on se » trompe et on trompe les autres; qu'on relise ces lettres avec » attention; on trouvera que je ne m'exprime là-dessus qu'en » termes pleins de réserves, comme je le fais encore aujourd'hui, » quoique pourtant je n'aie pas d'autre motif de crainte que la » générale *hallucination* de tous les siècles précédents, à laquelle » j'attache une très grande importance. Adieu, lecteur; si vous » pouvez vous plaire aux démonstrations tirées de la balance » d'Archimède et concernant non seulement les seize cas ci-dessus, » mais tous les autres quelconques, prenez bon espoir de la publi- » cation de nos livres, et en même temps de l'autre opuscule sur » le mouvement accéléré, où j'accomplis les promesses que j'ai » récemment faites. Toulouse, le 9 janvier 1659. »

Malgré les prudentes réserves qu'il formulait encore, Lalouvère aurait sans doute mieux fait de s'en tenir à son premier projet et de ne publier ses solutions qu'avec les démonstrations. Dettonville se contenta de lui répondre par le court *post-scriptum* du 20 janvier à la *Suite de l'Histoire de la Roulette;* il y constate

que les calculs de Lalouvère sont erronés (il précise les deux cas qui sont faux), et que cela ferme absolument la bouche à son adversaire. Désormais, du côté de Pascal, la polémique est close.

Le 15 février, Lalouvère reconnut l'erreur qu'il avait commise pour le centre de gravité du solide autour de l'axe et publia une courte réponse à l'auteur de l'*Histoire de la Cycloïde*. Il y réduit sa faute à la substitution d'un mot à un autre; ce n'est qu'une erreur de copie, il dira même d'impression. Il insiste sur ce qu'en tout cas, les calculs sont bien de lui et de lui seul.

Mais le plus curieux, c'est que Lalouvère n'a jamais reconnu la seconde faute constatée par Dettonville « pour la distance entre l'axe et le centre de gravité du demi-solide de la partie supérieure de la roulette autour de l'axe », car Dettonville, après avoir exposé sa méthode, jugea inutile de donner les résultats des calculs pour tous les cas qu'il avait proposés. Lalouvère ne pouvait donc contrôler ses énoncés (1), et Pascal avait encore trop présumé de lui, en croyant qu'il lui serait facile désormais de corriger ses fautes. Un aussi malencontreux calculateur ne méritait plus que le dédain.

11. Le jésuite avait perdu les deux manches de la partie; il ne lui restait plus qu'à montrer son jeu, qui valait certes mieux que la façon dont il l'avait mené. Ses amis obtinrent de lui, pour éviter toute nouvelle accusation de supercherie, que le manuscrit des quatre livres qu'il avait écrits sur la cycloïde fût livré tel quel à l'imprimeur, après un *ne varietur* apposé le 15 janvier

(1) La distance à l'axe du centre de gravité est au rayon du cercle générateur dans le rapport

$$\frac{\frac{\pi^3}{24}+\frac{\pi^2}{2}+\frac{3}{8}\pi-\frac{22}{9}}{\frac{\pi^3}{16}+\frac{\pi^2}{2}-\frac{5}{12}\pi}.$$

D'après l'énoncé de Lalouvère, le dernier terme du numérateur serait $-\frac{4}{9}$. L'erreur est d'ailleurs simplement dans le calcul, de même que pour l'autre cas relevé par Pascal. Les autres énoncés du jésuite sont exacts.

1659 au greffe de la sénéchaussée. On peut donc croire que ces quatre livres, sauf ce que Lalouvère indique expressément comme ajouté à son texte primitif, sont bien tels qu'ils avaient été écrits dès le mois d'octobre 1658. Mais cette publication ne lui parut pas suffisante, et pendant que l'impression se poursuivait, il composa trois autres livres et même deux appendices.

Le cinquième livre de Lalouvère est consacré à la solution des problèmes proposés dans l'*Histoire de la Cycloïde* et qui concernent, comme on l'a vu, la longueur de l'arc de courbe, son centre de gravité, la surface des solides de révolution qu'elle engendre et le centre de gravité de cette surface. Écrit après la publication des lettres de Dettonville, ce livre en a naturellement subi l'influence.

Le sixième livre est consacré à une comparaison approfondie entre les méthodes de Dettonville et celles de Lalouvère; comme appendice peu attendu, arrivent ensuite les propositions sur le mouvement des graves, développement du placard de décembre 1658.

Le septième livre n'a plus aucun rapport avec la cycloïde; c'est une critique des postulats d'Archimède pour sa théorie de l'équilibre, jointe à une série de dissertations historiques de tout genre, dont quelques-unes sont assez curieuses.

Le premier appendice est consacré à défendre contre diverses objections les principes passablement controversables émis par Lalouvère dans sa critique des postulats d'Archimède. Ces objections sont principalement celles que l'on pouvait tirer de la Mécanique de Mersenne.

Le second appendice est beaucoup plus intéressant; sa première partie renferme, en effet, sans démonstrations, l'énoncé d'un certain nombre de propositions communiquées par Fermat à Lalouvère et que ce dernier publie, dit-il, sans en prévenir l'auteur. Ces propositions sont relatives aux mesures d'arcs de courbe et de surfaces de révolution. Comme je l'ai dit plus haut, il y a là, en fait, du grand géomètre de Toulouse, un important fragment qui semble être resté inaperçu de tous.

La seconde partie de l'appendice est due à Lalouvère et traite en particulier de la quadrature de la conchoïde de Nicomède, etc.

Enfin Lalouvère obtint de Fermat une preuve incontestable de l'estime que ce dernier continuait à avoir pour lui, malgré ses malencontres. Le seul traité que Fermat ait fait imprimer de son vivant, en gardant d'ailleurs l'anonyme, et qui démontre, *more veterum,* la rectification de diverses espèces de courbes algébriques, a paru avec une pagination spéciale à la suite de l'ouvrage du jésuite.

Quoique ce dernier se garde de dévoiler l'anonyme caché par les lettres M. P. E. A. S. (1), le rapport qui existe entre les procédés suivis dans le traité en question et plusieurs des propositions publiées par Lalouvère sous le nom de Fermat, ne pouvait laisser subsister aucun doute sur l'auteur véritable. D'ailleurs l'anonyme pris par Fermat ne doit être considéré que comme motivé par les convenances de sa position de conseiller au Parlement. Il n'a observé aucun mystère vis-à-vis des géomètres avec lesquels il était en relation; ainsi c'est ouvertement sous son nom qu'il fait envoyer un exemplaire à Huygens par son ami Carcavi.

J'avais été amené à penser autrefois (2) que le traité publié ainsi par Fermat sous une forme qui ne correspond évidemment pas à sa méthode d'invention, était la publication de résultats obtenus longtemps auparavant. Aujourd'hui et après une comparaison attentive avec le fragment conservé par Lalouvère, j'incline à penser au contraire que tous ces travaux de Fermat sur la rectification des courbes et la quadrature des surfaces de révolution ont été provoqués par la découverte de Wren.

Il saute d'ailleurs aux yeux que, comme forme, le traité de Fermat est une réplique à la comparaison des lignes spirale et parabolique, donnée par Dettonville, également *more veterum.* Fermat fait même une allusion très nette à l'assertion de Sluze,

(1) Autore M(e) P(etro) e(t) a(djutore) S(amuele)?

(2) *Bulletin des sciences mathématiques,* 1883. — *Sur la date des principales découvertes de Fermat.*

approuvée par Dettonville, « que l'ordre de la nature ne permet » point de trouver une droite égale à une courbe, qu'après qu'on » a déjà supposé l'égalité d'une droite à une courbe. » L'objet du traité est de prouver précisément le contraire.

Dans une des propositions de Fermat conservées par Lalouvère, se trouve une autre allusion directe à la comparaison des lignes spirale et parabolique. C'est précisément cette allusion qui me fait surtout regarder comme improbable que Fermat se fût antérieurement occupé de rectifications.

Dès 1635, Fermat avait généralisé très complètement les notions de parabole et de spirale; il avait carré, avec les paraboles de divers degrés, les spirales correspondantes et avait proposé les mêmes problèmes à Roberval. Ce dernier, fouillant davantage cette correspondance, était arrivé quelques années après à reconnaître l'égalité entre l'arc d'une parabole et un arc de spirale de même ordre (1). La proposition fut publiée sous son nom par le père Mersenne, en 1644, limitée toutefois à la parabole ordinaire et à la spirale d'Archimède. En 1646, Torricelli la généralisa et ce fut un des points qui entraînèrent entre lui et Roberval les débats de priorité, qui doivent certainement être tranchés en faveur du second.

Cependant, comme le remarque Dettonville, le mode de démonstration employé par Roberval n'avait pas paru convaincant et la vérité de la proposition était contestée. C'est la raison de l'emploi, pour cette question, de la démonstration *more veterum*.

Voici maintenant Fermat qui critique Dettonville pour n'avoir pas généralisé la proposition. Cela me paraît prouver qu'il ignorait absolument que cette généralisation avait été faite et par Roberval et par Torricelli. Autrement il n'eût pas douté que Dettonville ne la connût par Roberval et il se serait aisément rendu compte que, si la démonstration n'avait porté que sur la parabole ordinaire, c'est que Dettonville avait jugé fastidieux de

---

(1) A la parabole $y^{2m} = ax$, corespond la spirale $\rho^{2m-1} = \frac{2m}{2m-1} a\omega$.

l'étendre au cas général, ce qui d'ailleurs n'offrait aucune difficulté.

Il peut paraître étonnant, avec l'idée que l'on se fait en général de l'activité de correspondance de Fermat avec les géomètres de son temps, qu'il ait ignoré la priorité de Roberval. Mais il suffit de remarquer que la correspondance de ce dernier avec Fermat, *telle qu'il l'a fait publier lui-même par Samuel,* ne contient aucune allusion au point dont il s'agit. Il est donc parfaitement admissible que Fermat, avant la découverte de Wren, ne se soit jamais préoccupé de la rectification des courbes, question qui commençait cependant à attirer l'attention des géomètres (¹).

11. Avant de terminer, je pourrais m'arrêter sur quelques critiques adressées à Dettonville par Lalouvère dans le cours de son ouvrage. Mais elles n'offrent aucun autre intérêt que de montrer que le jésuite est absolument étranger à la méthode infinitésimale ou que son intelligence mathématique est loin d'être assez ouverte pour bien comprendre Dettonville. En tout cas, il ne prend point dans ces critiques le langage de la polémique; il propose bien quelques doutes, lance quelques épigrammes légères, mais se garde de toucher au vif son redoutable adversaire. Désormais il a assez des coups qu'il a reçus, il ne s'occupe en fait que de panser ses blessures.

En résumé, aucun reproche sérieux ne peut être fait à Pascal dans toute cette affaire; il a porté, à la vérité, contre Lalouvère, des accusations injustes, car, en somme, celui-ci avait une méthode qui lui suffisait parfaitement pour résoudre les problèmes proposés, et c'était là le nœud de la question, puisque, pour le prix, le

---

(¹) On sait que l'une des courbes rectifiée par Fermat, savoir la développée de la parabole, l'avait déjà été par Neil et par Van Heuraet. C'est à ce dernier seulement qu'appartient d'ailleurs la priorité de la publication (en 1659, dans l'édition de la Géométrie de Descartes par Schooten). L'invention ne fut revendiquée pour Neil que par Wallis, dans une lettre adressée à Huygens après le 9 juin 1659 et imprimée dans l'onvrage de Wallis sur la cycloïde, pour la même année. En tout cas, on devrait dire la parabole de Fermat bien plutôt que la parabole de Neil, car c'est Fermat qui, le premier de beaucoup, avait considéré la courbe dont il s'agit.

jésuite n'y prétendait pas. Mais les soupçons conçus à tort par Pascal sont amplement motivés par l'insigne maladresse des agissements de Lalouvère, et d'autre part ce dernier n'était pas un calculateur assez soigneux pour pouvoir toujours tirer de sa méthode trop complexe des résultats dont il fût assuré. Une erreur de calcul est toujours pardonnable, mais ce qui ne l'est pas, c'est qu'un mathématicien ne sache pas vérifier ses calculs. Lalouvère en était incapable; c'est ce qui le condamne définitivement; il ne devait pas concourir.

IRRÉGULARITÉS DES COURANTS

DE L'ATLANTIQUE NORD

PAR M. HAUTREUX

LIEUTENANT DE VAISSEAU, DIRECTEUR DES MOUVEMENTS DU PORT DE BORDEAUX
EN RETRAITE.

Les courants généraux de l'Atlantique Nord sont bien connus dans leurs traits principaux, et le Gulf-Stream, qui en est la manifestation la plus éclatante, a été le sujet d'études très nombreuses. Ce grand courant peut être considéré comme la résultante de tous les mouvements qui se produisent à la surface de l'Atlantique, et ces mouvements eux-mêmes sont dus à des dénivellations causées soit par la poussée des vents, soit par la surcharge des glaces polaires, soit par des différences de densités et de températures.

Les dénivellations produites par la poussée des vents sont d'autant plus considérables que leur direction est plus constante et que leur force est plus grande. Il est de toute évidence que la constance de direction des vents alisés doit produire une poussée continue des eaux de la surface dans le sens de ce grand mouvement atmosphérique, et qu'au contraire, dans les régions des vents variables, il ne doit plus y avoir d'action suivie dans un sens déterminé.

Des milliers d'observations barométriques ont montré qu'il existe dans l'Atlantique Nord un vaste espace compris entre l'Équateur et le 35e parallèle, où la pression atmosphérique présente une stabilité remarquable. Les variations d'un jour à l'autre, d'une saison à une autre, y sont à peine de quelques millimètres. Cette région présente un maximum barométrique situé vers le

30° parallèle et le 30ᵉ méridien (Paris). De ce maximum de pression, les hauteurs barométriques s'abaissent lentement vers l'Équateur et vers la mer des Antilles, où la pression est de 0,760.

Dans la zone tempérée, au contraire, les variations de hauteur barométriques sont constantes et se produisent sur une vaste échelle, le baromètre variant de 710 à 790 millimètres. A la permanence des pressions, correspond la constance des vents; à leurs variations, les irrégularités dans la force et dans la direction des mouvements de l'atmosphère.

Les centres des hautes pressions et ceux des basses pressions déterminent dans l'atmosphère des mouvements de déplacement plus ou moins violents, dont on connaît le sens et les caractères principaux. Ainsi, autour des centres des hautes pressions, l'air, en s'écoulant suivant la pente, prend un mouvement de rotation qui, dans l'hémisphère Nord, se produit dans le sens des aiguilles d'une montre. Au contraire, autour des centres des basses pressions, l'air qui se précipite vers le fond de l'entonnoir, prend un mouvement de rotation qui, dans l'hémisphère Nord, se produit dans le sens contraire à celui des aiguilles d'une montre.

La circulation océanique est la conséquence de tous ces mouvements de l'atmosphère; les eaux se déplacent autour du centre des hautes pressions barométriques de la zone tropicale, en suivant la direction générale des vents.

Le grand courant équatorial qui pousse les eaux chaudes vers la mer des Antilles est la conséquence de la permanence des vents alisés; ces eaux, accumulées dans le golfe du Mexique, s'écoulent vers le Nord par le canal de la Floride et forment le Gulf-Stream.

Ce grand courant s'écarte de la côte d'Amérique vers le cap Hatteras, et, suivant les impulsions premières, toujours renouvelées, se dirige vers le Nord-Est et l'Est, en s'éparpillant à la surface de l'Atlantique.

La surcharge des glaces polaires est aussi un des grands facteurs des courants océaniens. La rotation de la terre oblige cette surcharge à s'éloigner de la zone arctique, et la voie la plus facile est la région qui avoisine le Groënland.

Dès le mois de février, les eaux attiédies qui remontent dans le Nord dissocient la banquise; les champs de glace et les icebergs quittent les rivages groënlandais et dérivent vers le Sud, dans la direction de Terre-Neuve et du détroit de Belle-Ile.

Le Gulf-Stream et les glaces flottantes sont les manifestations principales de la circulation océanique dans l'Atlantique Nord. Ces deux grandes forces, opposées l'une à l'autre, éprouvent des oscillations dues aux saisons et aussi à l'influence des agents extérieurs; il peut aussi se produire des irrégularités dans les déplacements et les limites de cette circulation.

L'étude de ces irrégularités, la recherche des causes qui les produisent, sont la préoccupation naturelle des marins et des météorologistes, car on pressent l'influence qu'elles peuvent exercer sur nos climats.

Dans ces dernières années, le prince de Monaco a cherché à éclaircir ce problème en jetant à la mer, dans des points déterminés, un grand nombre de bouteilles, de barils, dans l'espoir que leur rencontre en mer ou leur échouage sur les côtes indiqueraient le trajet que ces corps flottants auraient suivi. Malheureusement ces objets sont tellement petits qu'ils passent inaperçus des navigateurs et manquent ainsi le but que l'on recherche.

Le bureau hydrographique de Washington s'est livré à un genre d'études bien autrement fécond en résultats, en prenant note de toutes les épaves qui peuvent être rencontrées et reconnues à la mer, et en les portant immédiatement sur des *pilot-charts*, qui sont publiées tous les mois. Il en donne connaissance aux marins, leur signale les dangers de leur route et les intéresse vivement à contribuer à la rédaction de ces cartes, qui deviennent de la sorte les véritables archives des océans.

Un fait tout spécial a donné, cette année, un plus grand intérêt à ces recherches : un immense radeau, composé de 27,000 troncs d'arbres et formant une masse pesant 11,000 tonnes, conduit de la Nouvelle-Écosse à New-York, brisa ses remorques dans un coup de vent, le 18 décembre 1887, et, disloqué par la tempête, fut entraîné par les courants et dispersé sur la surface de l'Atlantique.

L'émotion qui avait été causée par cet accident appela fortement l'attention des marins sur ce danger des rencontres d'épaves flottantes et multiplia les avis. Aussi, jusqu'au mois de juillet, le bureau de New-York avait enregistré 150 rencontres de troncs d'arbres ayant pu appartenir au grand radeau désagrégé. Le bureau hydrographique reprit cette étude et l'étendit à tous les corps flottants qui lui avaient été signalés et, dans un supplément des *pilot-charts* du mois d'août, réunit une grande partie de ces documents.

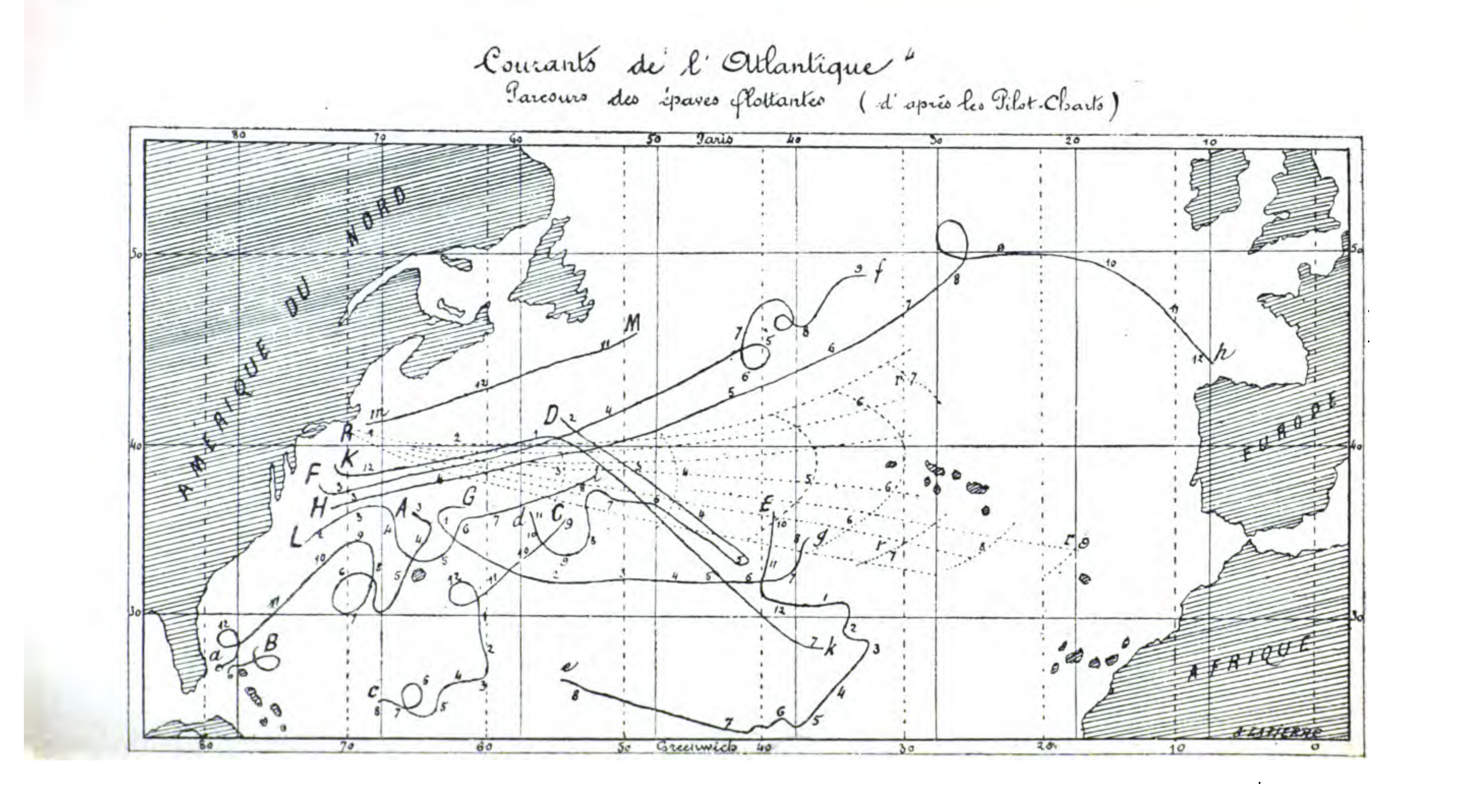
Parmi ces épaves il y en a qui ont été signalées plus de trente fois, et quelques-unes ont séjourné plus de dix mois à la surface de l'Océan. On a pu suivre de la sorte, de point en point, les trajets réels de ces corps flottants: carcasses de navires naufragés, bouées d'atterrissage enlevées, etc. Tous ces trajets présentent des irrégularités des déviations singulières, des tourbillonnements sur place, des variations considérables d'une année à l'autre, que l'on ne peut encore que constater, et dont l'explication reste à trouver.

Nous donnons une analyse succincte de quelques-uns de ces parcours et des anomalies qu'ils présentent. *(Voir le croquis.)*

A, *a*. — L'*Ida-Francis*, naufragé le 16 mars 1886 par 34°16′ Nord et 67°30′ Ouest (Paris), rive droite du Gulf-Stream, a fait côte sur l'île *Abaco* en décembre 1886, ayant parcouru 2,715 milles en neuf mois et vingt jours; il a été rencontré vingt-deux fois.

Le croquis montre bien l'étrangeté de ce parcours. En mars l'épave est régulièrement transportée dans l'Est; en avril et mai, un contre-courant la porte vers le S.-O.; en juin, juillet, août et septembre, elle fait une énorme boucle de 360 milles de longueur sur 200 milles de largeur; en octobre et novembre, reprise par le contre-courant, elle est portée vers le S.-O.; en décembre, elle fait une dernière boucle de 150 milles de diamètre et vient s'échouer sur l'île Abaco.

Tout ce parcours s'est effectué entre les Bermudes et les côtes de la Floride; les tourbillonnements des mois de mai, juin, juillet,


Courants de l'Atlantique
Parcours des épaves flottantes (d'après les Pilot-Charts)
AMÉRIQUE DU NORD
EUROPE
AFRIQUE
Paris
Greenwich

Légende

	Navires	Durée du parcours	Année	Rencontres
A-a	Ida-Francis	dix mois	1886	22
B-b	Mary-Douglass	deux mois	1887	6
C-c	Vincenzo-Perrota	onze mois	1887-88	15
D-d	Rowland-Hill	neuf mois	1887-88	17
E-e	Telemach	dix mois	1887-88	12
F-f	White	six mois	1888	29
G-g	Warren	sept mois	1888	12
H-h	Twenty-one-friends	huit mois	1885	22
K-k	Manantico	sept mois	1887	7
L-l	Taulane	sept mois	1888	9
M-m	Bouée-Rouge	IIII mois et demi	1887	4
R-r	Gd Radeau	neuf mois	1888	160

Les chiffres 1.2.3.4.5.... indiquent les mois : Janvier, Février, Mars, Avril &c &c.

août et septembre peuvent s'expliquer par la variabilité des vents et la prédominance de ceux du S.-E. Mais de septembre à novembre l'épave se trouve dans les limites ordinaires du Gulf-Stream, et pendant ces deux mois elle remonte nettement en contre-courant, tantôt prise, tantôt rejetée par le *Stream*. Il semble, d'après ce parcours, qu'en 1887, au printemps, le courant du Gulf-Stream avait sa rive droite méridionale très rapprochée des Bermudes, que par suite l'axe du grand courant était plus méridional que d'habitude, et, comme conséquence, que les glaces polaires ont rencontré moins de résistance dans leurs mouvements de dérive vers le Sud. C'est en effet ce qui s'est produit, car en février, mars et avril, le bureau de New-York a signalé 170 rencontres de glaces et jusque par 41° latitude Nord. — L'année 1887 a été remarquable par cette extension glaciaire qui a duré depuis février jusqu'en septembre.

Le parcours de l'*Ida-Francis*, de septembre à novembre, montre encore que le Gulf-Stream avait à ce moment une largeur très réduite et des débouquements de la Floride au cap Hatteras, se maintenait très voisin de la côte. En un mot, que pendant l'année 1887 le Gulf-Stream a eu une faible puissance.

B, *b*. — Le *Mary-Douglass*, abandonné le 22 août 1887 par 26°44′ Nord et 76°31′ Ouest (Paris), vint à la côte de l'île *Abaco* en octobre de la même année, après avoir tourbillonné presque sur place pendant deux mois et avoir été reconnu six fois. Ce parcours montre qu'en 1887, à l'automne, le courant équatorial qui longe au nord les Bahamas n'a pas existé, c'est une confirmation des observations précédentes sur la faible puissance du Gulf-Stream pendant cette année.

C, *c*. — Le *Vicenzo-Perrola*, abandonné le 18 septembre 1887 par 36° Nord et 56°20′ Ouest (Paris), a été rencontré en dernier lieu en septembre 1888 par 24° Nord et 69° Ouest (Paris). Ce parcours, dirigé vers le S.-O. passe à l'est des Bermudes et ressemble beaucoup à celui de l'*Ida-Francis*. Une boucle est signalée en décembre 1887, et un tourbillonnement qui paraît exister encore aujourd'hui, dure depuis le mois d'avril jusqu'au

mois de septembre dans les parages actuels, au nord de Saint-Domingue à 300 milles. Il a été rencontré seize fois. Cette carcasse a supporté sans être démolie le cyclone qui le 4 septembre dernier a ravagé l'île de Cuba.

D, *d*. — Le *Rowland-Hill,* abandonné le 27 février 1886 par 41°10′ Nord et 57° Ouest (Paris), a été rencontré en dernier lieu le 12 novembre 1886 par 36°20′ Nord et 59°40′ Ouest (Paris), ayant fait un parcours total de 2,820 milles en huit mois et quinze jours et ayant été rencontré dix-sept fois. Ce parcours est très extraordinaire: en février, mars et avril, il est dirigé vers l'E.-S.-E., ce qui est une direction un peu oblique au courant, mais en somme vers l'Est, tandis qu'en mai, juin et juillet, il remonte en contre-courant jusqu'au point de départ et là, pendant les mois d'août, septembre, octobre et novembre, décrit une énorme boucle vers le Sud de 300 milles de diamètre.

Ce parcours montre bien que la rive méridionale du Gulf-Stream, sous le méridien de Terre-Neuve, était en 1886 plus au Nord que le 37e parallèle, tandis qu'en 1887 elle se trouvait vers le 35e.

E, *e*. — Le *Télémach,* abandonné le 13 octobre 1887 par 37° Nord et 41°20′ Ouest (Paris), a été rencontré en dernier lieu le 20 août 1888 par 26° Nord et 58°20′ Ouest (Paris) après un parcours de 2,000 milles en dix mois, ayant été rencontré douze fois.

Ce parcours, dirigé vers le Sud en octobre, novembre et décembre 1887, montre encore le peu d'étendue du Gulf-Stream dans l'est de son parcours, tandis que sa force augmente dès les premiers mois de 1888, comme l'indique la dérive vers l'Est, pendant les mois de janvier, février et mars 1888. Il y a lieu de remarquer le stationnement des mois de mai, juin et juillet, et l'entraînement vers l'Ouest du mois d'août. Ce dernier mouvement dépend du courant équatorial qui, en 1888, aurait eu un redoublement d'activité dans ces parages à la fin de l'été.

F, *f*. — Le *White* a naufragé le 13 mars 1888, pendant la grande tempête de neige qui a ravagé l'état de New-York, à 80 milles de la côte, dans le contre-courant d'eaux froides qui longe la côte des États-Unis, par 38°30′ Nord et 75° Ouest (Paris);

cette épave a été rencontrée en dernier lieu par 51° Nord et par 37°40′ Ouest (Paris) au mois d'octobre 1888. Dans ces sept mois elle a été rencontrée vingt-neuf fois.

Ce parcours est très intéressant puisqu'il s'est effectué cette année même, au moment de l'expansion habituelle des eaux chaudes et du commencement de dérive des glaces. Le croquis montre bien le mouvement d'entraînement dû au Gulf-Stream en mars, avril et mai ; la carcasse est portée rapidement vers l'E.-N.-E. jusque par 42° Ouest (Paris). Mais là il se produit un arrêt avec des rétrogradations et des boucles nombreuses pendant les mois de juin, juillet, août; la marche vers le N.-E. reprend en septembre et octobre, mais avec lenteur et des directions variées qui indiquent un courant très affaibli.

Ce trajet est d'autant plus intéressant qu'il s'est produit cette année un fait très remarquable dans la dérive glaciaire. Cette dérive a commencé comme d'habitude vers le mois de février, mais les glaces se sont jetées sur la côte du Labrador, le détroit de Belle-Ile et la partie nord-est de Terre-Neuve; elles n'ont pas dépassé le Grand-Banc sur lequel elles ont été très rares, puisque il en a été signalé à peine cinq ou six, tandis que l'année dernière, en 1887, le bureau de New-York en avait signalé par câble-gramme environ 250. De plus les pilot-charts ont signalé pendant tout l'été des brumes intenses autour de Terre-Neuve, décelant la présence des eaux chaudes dans ces parages où elles ne remontent pas généralement.

Il semble donc que cette année, jusqu'au mois de mai, la branche nord du Gulf-Stream s'est répandue plus au Nord que d'habitude dans la partie occidentale de l'Atlantique : elle a enveloppé Terre-Neuve et refoulé les glaces polaires sur la côte du Labrador. Les conséquences climatériques de cet état de choses ont été que les trajets des cyclones et des dépressions barométriques longeant la rive gauche du Gulf-Stream se sont tenus près des côtes du Canada et du Groënland sans atteindre les côtes d'Europe; et que la partie européenne de l'Atlantique a joui jusqu'en novembre d'un calme relatif avec beau temps.

G, *g*. — Le *Warren*, abandonné le 27 décembre 1887 par 36° Nord et 66° Ouest (Paris), a été signalé en dernier lieu en août 1888 par 35° Nord et 39° Ouest (Paris), ayant parcouru 1,800 milles en huit mois; il a été rencontré douze fois. Ce parcours présente quelques étrangetés. D'abord en décembre un contre-courant vers l'Ouest, puis en janvier 1888 une direction au S.-E. et enfin en août dernier une poussée vers le Nord dans des parages où l'on pouvait s'attendre à une direction vers l'Est et le Sud. Pendant les mois de février, mars, avril, mai et juin, l'épave a suivi franchement la route vers l'Est bien que le parallèle fût très méridional. Ce trajet montre que la branche sud du Gulf-Stream s'est épanouie sur l'Atlantique à partir du mois de février et jusqu'au 40e méridien. Nous avons déjà vu, dans l'étude du trajet du *White*, que l'épanouissement vers le Nord avait été très considérable cette année et paraissait s'être arrêté aussi au 40e méridien; et qu'au mois d'août les courants avaient repris un peu de vigueur et portaient vers le Nord. Nous verrons le même fait se produire dans ces parages à propos du grand radeau.

H, *h*. — Le *Twenty-one-friends*, abandonné le 24 mars 1885 par 36°45′ Nord et 75° Ouest (Paris), a été rencontré pour la dernière fois par 45° Nord et 10°20′ Ouest (Paris), au nord du cap Finistère; il a parcouru 3,520 milles en huit mois et dix jours et avait été signalé vingt-deux fois. Ce navire, après avoir été entraîné dans le N.-E. pendant quatre mois et demi et avoir parcouru 2,100 milles, s'est arrêté brusquement pendant tout le mois d'août, a tourbillonné sur place vers le 50e parallèle, puis en septembre est entraîné à nouveau vers l'Est. En octobre et novembre les courants et les vents le portèrent au S.-E. vers la côte d'Espagne.

Si l'on compare ce trajet à celui du *White* qui eut lieu aux mêmes mois, mais dans deux années différentes, on ne peut manquer d'être frappé de ce fait que le *White*, en 1888, a été abandonné par le courant dès le mois de mai, tandis que le *Twenty-one-friends*, en 1885, avait été entraîné bien plus longtemps et bien plus loin. A remarquer encore la reprise du courant en septembre pour les deux navires.

K, *k*. — Le ***Manautico***, délaissé le 8 décembre 1886 par 39°10′ Nord et 74°20′ Ouest (Paris), a été rencontré en dernier lieu le 12 juillet 1887 par 28°10′ Nord et 38°45′ Ouest (Paris), ayant parcouru 2,100 milles en sept mois et cinq jours et ayant été signalé huit fois. Ce trajet offre cette particularité d'une direction vers le S.-E. dans les premiers mois de l'année 1887; c'est la même direction qu'avait suivie le ***Rowland-Hill*** en 1886, à la même époque et dans les mêmes parages; seulement, à partir du mois de mai jusqu'en juillet, les parcours deviennent absolument opposés: le ***Manautico*** montre l'expansion vers le Sud en 1887, tandis que le ***Rowland-Hill***, pris en contre-courant, indique en 1886 une extension vers le Nord et des courants plus faibles.

L, *l*. — Le ***Taulane***, abandonné le 17 février par 36° Nord et 75° Ouest (Paris), a été signalé en dernier lieu par 37° Nord et 54° Ouest (Paris) le 13 août. Ce parcours offre comme particularité une grande demi-boucle tournée vers le Sud pendant les mois d'avril et mai. L'année n'étant pas indiquée sur le pilot-chart, on ne peut comparer ce trajet à ceux qui ont eu lieu dans les mêmes parages, aux mêmes mois, tels que le parcours de l'***Ida-Francis*** qui, au mois de mai, a été de direction absolument contraire.

M, *m*. — Une bouée conique noire, rencontrée le 2 novembre 1887 par 46°15′ Nord et 51° Ouest (Paris), a été retrouvée le 18 décembre 1887 par 40°30′ Nord et 72° Ouest (Paris), ayant parcouru 970 milles en un mois et seize jours; elle avait été signalée quatre fois.

Ce parcours suit bien exactement la direction du courant froid qui, de Terre-Neuve, longe les bancs de Nautucket et la côte d'Amérique, en se dirigeant vers le S.-O.

Il confirme les précédentes observations sur la faible expansion du courant chaud vers le Nord à la fin de l'année 1887, et est une conséquence de la dérive considérable des glaces polaires pendant l'été de cette même année.

R, *r*. — Nous arrivons enfin au grand radeau, composé de 27,000 troncs d'arbres, qui fut disloqué le 18 décembre 1887 par 46°16′ Nord et 72°26′ Ouest (Paris). Les navires envoyés à sa

recherche trouvaient ses débris dispersés sur un vaste espace, le 24 décembre, à 100 milles de distance du point où six jours auparavant l'ouragan l'avait désagrégé. Ces troncs d'arbres étaient entraînés vers l'Est par le courant du Gulf-Stream, et au mois de juillet, le bureau de New-York avait enregistré cent cinquante avis de rencontre de troncs d'arbres paraissant avoir appartenu au radeau.

On a pu suivre ainsi mois par mois les épaves, et jusqu'au mois de mai on les a rencontrées portées vers l'Est et l'E.-S.-E. sans remonter au Nord du 40e parallèle. Au mois de mai, on en trouve en grande quantité par 37° Nord et 45° Ouest; mais en juin la dispersion s'accentue : une partie remonte vers le Nord; on en rencontre le long du 40e méridien, depuis 34° Nord jusque par 43° Nord; on en trouve aussi aux Açores. En juillet, on en rencontre près du 30e méridien par 34° et par 48° Nord; c'est un espace, dans le sens Nord et Sud, de 1,500 kilomètres. Enfin, en septembre, on en signale à 100 milles au nord de Madère.

En examinant d'un peu près ces trajets différents, il semble que l'ensemble se soit tenu assez compact jusque vers le 40e méridien, avec une directrice vers l'Est suivant le 36e parallèle, mais qu'à partir du mois de juin la branche gauche de l'éventail ait grandement obliqué vers le Nord et stationné dans ces parages en juin et juillet, ainsi qu'il est arrivé au *White* à la même époque.

Par l'analyse de ces différents parcours, on voit bien clairement que d'une année à l'autre les limites et la puissance du Gulf-Stream éprouvent des modifications considérables, et que, même dans une seule année, il se produit, pour des causes encore inconnues, des entraînements, des arrêts, des rétrogradations qui méritent d'attirer l'attention des observateurs et des marins.

Les Américains, qui étudient constamment leur grand courant, ont constaté qu'il subit l'influence lunaire des marées et qu'en syzygie le courant est plus violent que dans les quadratures. Ils ont aussi remarqué que les vents violents le font dévier d'une manière considérable dans sa direction et dans sa vitesse.

Enfin, la lutte qui s'établit au printemps entre le courant chaud

et le courant froid du Labrador a des conséquences qui rejaillissent sur le climat de l'Europe et nous intéressent grandement. Il est bien évident que deux états de choses aussi différents que l'a été l'état glaciaire des environs de Terre-Neuve en 1887 et en 1888, ont dû avoir une influence considérable sur l'état général de l'Atlantique dans la zone arctique et dans la zone tempérée.

Les glaces, si nombreuses en 1887, descendaient jusque par 40° de latitude et s'étendaient dans l'Est jusque vers le 45e méridien: c'est par centaines qu'on a signalé les ice-bergs sur la route transatlantique. En cette année 1888, les glaces sont restées confinées près du détroit de Belle-Ile; quelques-unes à peine ont paru sur la côte Est de Terre-Neuve. C'est-à-dire que, cette année, les glaces ont reculé de 600 milles, soit 1,100 kilomètres.

Cette différence thermale des environs de Terre-Neuve entre les années 1887 et 1888 est mise en évidence par les observations de température de la mer, faites à bord du *Château-Lafite,* capitaine Ollivier, dans ses traversées de Bordeaux-New-York des mois de février, mars et avril 1887 et 1888.

Températures de la mer.

Longitudes (O. Paris).		70		65		60		55		50		45		40		35
Latitudes...........				41		42				43		44		45		
Février... Tempéra-tures	1887	10	10	8	10	11	8	7	3	12	7	12	13	13	14	
	1888	4	8	9	11	9	3	5	4	1	5	13	14	14	14	
Latitudes...........				41		42		43		44		45				
Latitudes...........				41						42		43		45		
Mars..... Tempéra-tures	1887	0	1	1	1	14	5	— 2	5	5	12	6	10	11	8	
	1888	11	11	15	17	17	18	17	11	4	15	17	15	15	14	
Latitudes...........				40								41		43		
Latitudes...........				40						41		42		45		
Avril..... Tempéra-tures	1887	— 4	7	11	15	12	6	10	9	8	11	14	9	12	13	
	1888	7	11	14	18	17	14	14	11	6	16	16	14	15	14	
Latitudes...........				40						41		42		43		

La différence d'état, au mois de mars surtout, est saisissante, et le rapprochement anormal des eaux chaudes de la côte améri-

caine n'est probablement pas étranger à la production de la tempête de neige du 12 au 13 mars qui a ravagé l'état de New-York, au refoulement des glaces au nord de Terre-Neuve et à l'extension des brumes dans cette direction.

Aussi les brumes qui accusent la limite qui sépare les eaux chaudes des eaux froides ont été particulièrement persistantes autour de Terre-Neuve, et la pêche de la morue a ressenti, elle aussi, le contre-coup de cet état de choses; les poissons d'eaux froides qui servent d'appât pour la morue ont manqué dans le sud de l'île, et la pêche a diminué d'un quart sur le Grand-Banc.

Une autre conséquence de cet état glaciaire, c'est que les trajets des cyclones ou dépressions barométriques, qui suivent en général la ligne de séparation des eaux chaudes et des eaux froides, se sont maintenus tout l'été bien plus près des côtes américaines; ils se sont dirigés plus au Nord et ont passé entre l'Islande et le Groënland, laissant dans le calme la partie européenne de l'Atlantique; c'est ce qu'ont indiqué les pilot-charts de cette année.

Ainsi ces cartes ont signalé, depuis le 1er janvier jusqu'au 1er novembre 1888, quarante dépressions ou cyclones ayant longé les côtes américaines ou le Grand-Banc, et sur ce nombre trois seulement ont traversé l'Atlantique et atteint les côtes d'Europe.

En résumé, les épaves flottantes à la surface de l'Atlantique nous montrent des irrégularités considérables et de longue durée dans les grands courants généraux de l'Océan. On voit aussi que les limites des champs de glaces varient d'une année à l'autre sur de vastes espaces, que les brumes et les dépressions barométriques les accompagnent dans ces déplacements.

Il paraît évident que toutes ces perturbations qui se produisent dans la partie américaine de l'océan Atlantique se répercutent sur la partie européenne et affectent aussi nos climats.

Sans établir encore des relations trop étroites entre tous ces phénomènes, on peut, à titre de renseignement, donner le tableau des gelées et des pluies à Bordeaux, comme indice du climat que nous avons éprouvé pendant ces deux années 1887 et 1888; et

celui des glaces qui ont été signalées d'Amérique, sur la route des transatlantiques, comme indice de l'état glaciaire aux environs de Terre-Neuve.

	ANNÉES	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Octobre	Nov.	Décemb.
Pluies à Bordeaux en millimètres.	1887	85	9	23	43	71	30	58	87	46	55	168	88
	1888	16	50	108	75	75	65	104	75	21	42	»	»
Gelées à Bordeaux.	1887	12	11	6	2	»	»	»	»	»	4	2	11
	1888	15	18	10	4	»	»	»	»	»	»	»	»
Glaces signalées sur la route transatlantique.	1887	»	38	90	29	31	14	11	5	»	»	»	»
	1888	»	»	»	»	1	1	1	»	»	»	»	»

On sait que la caractéristique du printemps et de l'été de 1887 a été la sécheresse, et qu'au contraire en 1888 ces deux saisons ont été très humides; pendant l'automne et l'hiver les froids se sont beaucoup prolongés. Les différences climatériques de ces deux années ont été si marquées sur l'une et l'autre rive de l'Atlantique, les tempêtes de neige de mars et de novembre dans l'État de New-York ont eu une violence si extraordinaire, qu'il serait bien à désirer qu'une étude météorologique complète de ces deux années fût étendue à l'hémisphère Nord tout entier. Les observatoires américains et européens possèdent actuellement des données assez nombreuses, soit sur terre, soit sur mer, pour entreprendre un travail d'ensemble sur cette question. Les nombreux paquebots qui sillonnent l'Atlantique du Nord au Sud et de l'Est à l'Ouest, les pêcheurs d'Islande et de Terre-Neuve peuvent donner des renseignements journaliers sur l'état météorologique de l'Atlantique Nord depuis le 70e parallèle jusqu'à l'équateur. Le Canada et la Russie peuvent marquer toutes les fluctuations des centres froids et le mouvement des émissaires qui se répandent sur les États Unis par la région des grands lacs, et sur l'Europe centrale par la Finlande et la région des Ourals.

Ils peuvent nous donner des renseignements sur cette immense étendue qui, de l'Himalaya aux grands lacs, en passant par le pôle, n'a pas moins de 10,000 kilomètres de longueur sur 7,000 kilomètres de largeur; c'est là que pendant tout l'hiver se produisent les froids intenses et les hautes pressions; de là qu'elles se déversent sur les régions maritimes voisines, en moussons dans les mers des Indes et de Chine, en perturbations sur le Pacifique et sur l'Atlantique.

Il semble que les lois de ces mouvements atmosphériques soient plus sensibles lorsque les manifestations en ont été plus différentes; et les années 1887 et 1888 nous paraissent satisfaire à ces conditions.

Les Américains ont déjà signalé qu'aux États-Unis les centres des hautes pressions se déplaçaient avec une rapidité presque aussi grande que les centres des basses pressions, mais que leur direction était fort différente; que les centres des basses pressions se déplacent généralement vers le Nord-Est, en suivant à peu près la ligne de séparation des eaux chaudes et des eaux froides de l'Atlantique, tandis que les centres des hautes pressions, presque tous originaires du haut Canada, se meuvent dans la direction du Sud-Est. Les deux directions ne sont donc pas parallèles, ne se suivent pas comme les ondulations de la mer; elles sont au contraire perpendiculaires l'une à l'autre, ce qui amène les segmentations des basses pressions et produit les chapelets de tourbillons. Ils signalent aussi la fréquence des ouragans cycloniques des mois d'août, septembre et octobre, qui naissent en pleine mer des Sargasses, à la limite de la région des pluies équatoriales et suivent un parcours parabolique, analogue à celui que tracent à la surface de l'Atlantique le courant des eaux chaudes. Bien qu'il y ait des moussons sur la côte d'Afrique de mai à novembre, les cyclones ne suivent pas la loi de formation de ceux de l'océan Indien et de la mer de Chine. Ces derniers apparaissent en général aux époques des changements de moussons, en mai et novembre, tandis que ceux de l'Atlantique Nord naissent au milieu de la saison des pluies de la côte d'Afrique et en plein Atlantique.

De tout ce qui précède on peut conclure à l'intérêt considérable qu'offre la publication des pilot-charts mensuelles pour tous ceux qui, soit en agriculture, soit en navigation, ont à compter avec les perturbations atmosphériques.

Ces renseignements américains ont d'autant plus de valeur que c'est sur leurs côtes que se forment les perturbations qui bouleversent l'Atlantique, tandis qu'en Europe ces manifestations arrivent toutes formées, et nous ne pouvons en étudier l'origine.

Décembre 1888.

SUR LES TENTATIVES D'EXPLICATION

DE

LA GRAVITATION UNIVERSELLE

PAR M. PAUL TANNERY

---

1. Dans une *Note sur la genèse des forces attractives et répulsives*, insérée dans le tome II, des *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux* (1878), j'ai démontré, en étudiant la question au point de vue mathématique, que, si l'on cherche à établir des hypothèses rationnelles en vue de *substituer à des attractions et répulsions, s'exerçant à distance entre des molécules matérielles, l'action d'un milieu s'exerçant par pression sur ces molécules,* la possibilité de ces hypothèses subissait des limitations singulières, qu'il n'était guère facile de prévoir *a priori*.

J'ai indiqué en même temps la loi de gravitation universelle comme étant en tout cas une de celles qui rentrent dans les formes paraissant susceptibles d'explication au moyen de l'action d'un milieu. En revenant aujourd'hui sur cette question, je tiens, pour éviter tout malentendu, à bien préciser le point de vue auquel je me place.

Il n'est nullement clair, *a priori,* que le mode d'explication dont il s'agit soit possible pour le cas de la gravitation universelle. Je n'ai point d'ailleurs la prétention de prouver ni qu'il le soit, ni qu'il ne le soit pas. Mais je crois que les tentatives qui ont été faites jusqu'à présent dans ce sens sont, la plupart, plus ou moins illusoires, parce qu'elles ont été faites en dehors d'un

cercle restreint de conjectures qui, seules, mériteraient un examen approfondi. C'est ce cercle que je voudrais essayer de délimiter.

2. Comme dans la *Note* précitée, considérons seulement deux corps A et B plongés dans un milieu fluide indéfini dont l'action soit telle qu'on puisse la considérer comme équivalente à une attraction mutuelle entre A et B.

Supprimons par la pensée le corps B et remplaçons-le par un volume identique du milieu fluide que nous isolerons fictivement et que nous désignerons par B'. Cette substitution de B' à B doit nécessairement changer la distribution des pressions dans le milieu, puisqu'on suppose implicitement que ces pressions sont liées à la présence de A et de B. Toutefois, la distribution des pressions résultant de l'existence de A ne sera pas changée, et ce sont ces pressions seules qui sont à considérer comme produisant l'attraction de B vers A. Il suit de là que B' sera soumis à un ensemble d'actions extérieures qui équivaudra précisément à l'attraction de B vers A.

Par conséquent, l'hypothèse faite entraîne cette conséquence que toute partie du milieu sera soumise, de la part du reste, à une action précisément égale à l'attraction qu'éprouverait de la part de A un corps occupant le même volume.

Il est évidemment irrationnel de supposer une constitution du milieu telle que cette action ne soit pas annulée; la conclusion est donc qu'il faut admettre, entre tout volume du milieu et A, une répulsion (soit effective, soit par force d'inertie) égale et opposée à l'attraction de A sur un corps de même volume.

Si le milieu est en repos, il n'y a pas de forces d'inertie; l'attraction à distance entre deux corps peut donc théoriquement s'expliquer par l'action d'un milieu dont les molécules seraient soumises, de la part de ces corps, à une répulsion à distance suivant précisément la même loi que l'attraction. Mais il est clair qu'au lieu d'une simplification d'explication des phénomènes, on n'a alors qu'une inutile complication.

3. Le milieu ne peut donc être supposé en équilibre. Admettons

désormais (ce que nous avons le droit de faire) que A soit sphérique et, de plus, pour éviter toute difficulté, homogène ou composé de couches concentriques homogènes; qu'enfin il soit seul plongé dans le milieu. En tant que ce dernier doit seulement avoir l'effet qui a été précisé, il est irrationnel de concevoir les mouvements qui s'y exécutent autrement que distribués avec symétrie par rapport au centre de A, et, en tout cas, nous pouvons considérer isolément ceux qui s'effectuent suivant la direction des rayons partant de ce centre, et ceux qui, au contraire, ont lieu suivant des surfaces sphériques concentriques.

Il est aisé de reconnaître qu'il n'y a rien à tirer des mouvements dirigés suivant les rayons, car les forces d'inertie qui leur correspondraient nous ramèneraient à des actions à distance.

Bornons-nous donc à considérer les mouvements sur les surfaces sphériques concentriques à A, mouvements auxquels correspondent bien des forces centrifuges.

Nous avons à distinguer les mouvements d'ensemble d'une couche sphérique et les mouvements isolés des molécules.

Il est tout à fait irrationnel de supposer un mouvement d'ensemble, dû (car c'est là l'hypothèse) à la seule présence du corps A, si on suppose ce corps en repos. On ne peut donc trouver de cette façon l'explication cherchée; toutefois, comme les astres sont effectivement animés de mouvements de rotation, il y aura lieu d'examiner ultérieurement l'hypothèse de mouvements de rotation effectués autour d'un même axe par les couches sphériques du milieu.

Désormais nous considérerons ce milieu, pour nous en faciliter la représentation, comme constitué de molécules isolées.

Pour que chacune de ces molécules soit soumise à une force centrifuge dirigée suivant le rayon, comme il est demandé, il faut nécessairement que sa rotation élémentaire s'effectue autour d'un axe situé dans le plan perpendiculaire au rayon passant par le centre de cette molécule. Soit μ la masse de cette dernière, ω la vitesse angulaire, l le rayon de la surface sphérique, la force centrifuge sera $\mu\omega^2 l$.

Soit encore M la masse de A, k un coefficient constant, on devra, pour satisfaire à la condition imposée, avoir la relation

$$\omega^2 l = \frac{Mk}{l^2} \qquad \text{ou} \qquad \omega^2 l^3 = Mk.$$

Ainsi ω dépend exclusivement de l; les vitesses angulaires sont donc déterminées et identiques pour toutes les molécules d'une même surface sphérique.

Cette conclusion revient à admettre que toutes ces molécules ont, sur la surface sphérique, des vitesses de translation égales (estimées suivant les grands cercles), et que les chocs intervenant entre ces molécules n'altèrent pas ces vitesses. Ces hypothèses nous conduisent dès lors à concevoir un milieu tout à fait analogue à celui qui a été imaginé sous le nom d'éther, pour l'explication des phénomènes de lumière et de chaleur. Nous désignerons désormais notre milieu hypothétique précisément sous ce nom d'éther.

4. En général, les tentatives d'explication de la gravitation universelle partent naturellement de l'hypothèse que le milieu qui la produit est également propre à transmettre la lumière. Mais notre analyse ne s'est pas bornée à écarter les hypothèses qui auraient conduit à considérer des milieux doués de propriétés en contradiction avec celles que l'on admet pour l'éther, elle nous amène à lier l'explication de la gravitation avec la supposition de mouvements tout à fait analogues aux vibrations lumineuses; car, comme celles-ci sont supposées d'une très petite amplitude, il est évidemment indifférent de les considérer en théorie comme s'exécutant dans le plan tangent à la surface de l'onde ou sur cette surface même.

Or, c'est précisément dans cette analogie que réside la difficulté; car toute théorie supposant l'unité des forces physiques doit bien montrer l'indépendance des diverses manifestations de ces forces, et nous sommes arrivés à des conclusions qui ne permettent plus de distinguer aisément l'indépendance de la gravitation universelle et de la lumière.

D'un côté, en effet, il semble qu'on devrait être amené à considérer les vibrations lumineuses comme produisant une attraction spéciale, indépendante de la gravitation; d'un autre côté, les vibrations gravifiques se présentent comme suivant une autre loi que les vibrations lumineuses, mais néanmoins comme devant correspondre à d'autres phénomènes perceptibles que celui de la gravitation elle-même.

La première difficulté peut être levée comme suit. Si l'on considère les vibrations lumineuses comme s'effectuant sur une surface d'onde sphérique, chaque molécule d'éther est effectivement soumise à une force centrifuge $\mu\omega^2 l$; d'autre part, sur deux surfaces sphériques concentriques, la force vive est la même, en admettant la loi de variation d'intensité en raison inverse du carré de la distance. Soit δ la densité de l'éther à la distance l, on aura donc pour

$$\delta\omega^2 l^4 = C$$

et l'expression de la force centrifuge à laquelle est soumise la molécule deviendra $\frac{\mu C}{l^3 \delta}$.

Or, si l'on admet que δ reste constant (ainsi qu'on le fait d'ordinaire dans l'explication des phénomènes lumineux), il s'ensuit que la force centrifuge est inversement proportionnelle au cube de la distance à partir de la source. Mais une telle forme ne rentre point dans celles auxquelles on peut substituer l'action d'un milieu, ainsi que je l'ai démontré dans ma *Note* précitée. Il y aura donc rupture d'équilibre dans l'éther (¹), mouvement dans le sens du rayon, mais en tout cas il devient impossible de conclure à une attraction qui serait exercée par la source, et qui suivrait la loi indiquée.

5. Il me suffit de donner cette indication, la question de la variation ou de la constance de la densité de l'éther autour d'une

---

(¹) Pour éviter tout malentendu, je remarque simplement que cette rupture d'équilibre correspond au transport de force vive qui accompagne la propagation des radiations.

source lumineuse méritant d'être étudiée à part. D'ailleurs les observations qui vont suivre montreront que cette question devra spécialement être examinée pour ce qui concerne la transmission dans des milieux transparents et non dans l'éther seul, ce qui complique naturellement le problème.

Je me borne donc désormais à considérer la gravitation universelle s'exerçant dans l'éther d'astre en astre.

Si, dans la formule précédente, on suppose que $l\delta$ est constant ou que la densité de l'éther varie en raison inverse de la distance par rapport à l'astre considéré à la fois comme centre d'attraction et comme source de radiations lumineuses ou obscures, la force centrifuge varie précisément en raison inverse du carré de la distance. D'après l'analyse qui précède, cela suffirait pour expliquer la gravitation et pour identifier sans plus les vibrations gravifiques avec les radiations émises par les astres.

Cette hypothèse est simple et c'est la seule qui permette de résoudre la seconde difficulté que nous avons signalée, à moins toutefois que l'on ne considère la loi de variation d'intensité des radiations suivant la distance comme n'étant pas vérifiée pour la lumière ou la chaleur des astres.

Cette réserve pourrait mériter d'être approfondie; mais, même en l'écartant, il faut bien constater que l'hypothèse à laquelle nous avons finalement été ramenés, si plausible qu'elle puisse paraître à certains égards, est encore loin d'être solidement assise et qu'elle donne lieu à de nouvelles et nombreuses difficultés.

6. Je ne prétends pas, je l'ai dit, arriver à la solution définitive d'une question qui n'en a peut-être pas; je me contenterai donc, au moins pour aujourd'hui, de traiter l'objection qui me paraît à la fois la plus prochaine et la plus considérable.

Lier, au point où nous avons été conduits à le faire, la gravitation universelle avec les radiations astrales est une conséquence inadmissible pour qui admet que la gravitation universelle est une loi invariable, qu'au contraire les radiations astrales s'éteindront à la limite de l'entropie du monde, lorsque la température sera devenue la même sur tous les points de l'univers.

Nous avons donc affaire aux théories bien connues de Clausius. Mais sont-elles exactes, et ne se fait-on pas une idée fausse de la nature des radiations astrales, lorsqu'on les assimile de tout point à celles que nous observons sur la terre?

Toute source de chaleur tend à s'épuiser d'elle-même, parce que la force vive qui en émane sous forme de radiations se dissipe dans le milieu ambiant. Voilà le postulat essentiel sur lequel repose toute la théorie de l'entropie. Mais l'expérience sur notre planète restreinte est-elle valable contre l'expérience du soleil, qui dure depuis si longtemps sans se refroidir aucunement? D'autre part, l'effroyable déperdition apparente qui correspond à son rayonnement est-elle bien réelle?

Dans la conception à laquelle conduit l'hypothèse que j'ai présentée, les radiations émises par un astre ne correspondent évidemment à aucun transport, ni par conséquent à aucune perte de force vive. Ces radiations sont en liaison immédiate avec le volume même de l'astre, dont la seule présence au sein de l'éther entraîne autour de lui une certaine distribution de la force vive universelle, et c'est cette distribution, qui ne peut souffrir que des variations accidentelles et minimes, que nous percevons comme chaleur et comme lumière, tandis qu'elle fait suivre à notre planète un orbite déterminé.

Dans cette hypothèse, les phénomènes chimiques qui semblent donner lieu à des mouvements si considérables à la surface du soleil, loin d'être la cause de la chaleur de l'astre, en seraient la conséquence; il en résulte au plus, dans les radiations, ces variations accidentelles dont j'ai admis la possibilité, mais dont l'importance est relativement négligeable.

Il y aurait donc à distinguer, pour tout corps, d'une part, les radiations que l'on peut appeler gravifiques, et dont l'intensité serait en rapport direct avec sa masse; d'autre part, des radiations accidentelles, correspondant à une perte de force vive, s'il y a accroissement d'intensité, au contraire à un gain, dans le cas opposé.

7. Il me semble qu'une telle conception, si hypothétique qu'elle soit, n'offre rien d'absurde; qu'au contraire elle peut mettre dans les notions scientifiques un ordre plus satisfaisant que celui qui découle de la théorie de l'entropie. Elle peut donc mériter, en regard de celle-ci, d'être approfondie et discutée, au moins jusqu'à ce qu'on y reconnaisse une impossibilité.

Il faut en tout cas bien distinguer entre le point de fait et les hypothèses théoriques. Depuis que la science est constituée, il est constant que l'on n'a pu reconnaître aucune variation dans la quantité de chaleur reçue du soleil par la terre, pas plus qu'aucune variation de la gravitation universelle. Dans quelques siècles d'ici, il est possible que l'on constate un changement de la quantité de chaleur en question; mais on ne peut certainement prévoir s'il aura lieu dans un sens ou dans un autre, et il n'est pas absurde de supposer qu'une variation concomitante de la gravitation universelle puisse être constatée en même temps. Suivant ce qui arrivera d'un façon ou de l'autre, nos petits-neveux pourront avoir à modifier ou non les théories alors en cours; mais il suffit que nous leur réservions la question, et nous n'avons pas à nous en inquiéter davantage, car nos théories ne peuvent et doivent être fondées que sur les faits déjà connus ou immédiatement connaissables. La théorie de la gravitation universelle a dû s'établir sur une mesure de l'arc du méridien; la liaison de la gravitation avec les lois des phénomènes lumineux peut de même demander des vérifications expérimentales plus ou moins délicates, mais il n'y a pas lieu, pour discuter sa réalité, de tenir compte d'un avenir qui ne nous appartient pas. Newton n'a pas eu à se préoccuper de l'hypothèse invraisemblable, mais non absurde, de l'éventualité d'une variation dans la forme de la terre.

8. Il me reste, ainsi que je l'ai annoncé, à dire quelques mots des mouvements d'ensemble ou tourbillonnaires de l'éther.

Il ne me semble pas que la possibilité de tels mouvements puisse être invoquée pour expliquer la gravitation universelle. Mais peut-être pourraient-ils être considérés pour lever une grave

difficulté qu'entraîne l'hypothèse de l'éther et qui a été signalée depuis longtemps : celle de la résistance qu'ils devraient opposer aux mouvements planétaires.

Jusqu'ici nous n'avons considéré les pressions du milieu qu'à l'état statique; il est clair que, si une planète est en mouvement, ces pressions doivent changer; mais admettons qu'elle décrive son orbite, non pas dans l'éther immobile, mais dans l'éther animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe passant par le foyer de l'ellipse et perpendiculaire à son plan. Si la vitesse angulaire de ce mouvement de rotation est déterminée par la relation

$$\omega^2 l^3 = \text{constante},$$

en correspondance avec la troisième loi de Képler, on voit aisément que la planète sera en équilibre moyen par rapport à l'éther. Il pourra bien y avoir, comme conséquence de cette hypothèse, une action de ralentissement au périgée, mais il y aura à l'apogée une action compensatrice, et, en résumé, le grand axe de l'ellipse et la durée de la révolution ne subiront aucune altération.

Il est également facile de reconnaître qu'une hypothèse de ce genre peut se concilier sans difficulté avec celle qui a été précédemment exposée.

Il est évident au reste que, si on devait approfondir cette nouvelle supposition, il faudrait sans doute regarder le tourbillon comme parallèle, non pas au plan de l'orbite de chaque planète, mais bien au plan de l'équateur solaire. Il pourrait résulter de cette circonstance certaines conséquences intéressantes, mais il me suffira d'avoir donné une indication que je n'ai pas l'intention de développer pour le moment.

J'appelle toutefois l'attention sur une autre conséquence théorique importante : c'est que, si cette hypothèse était reconnue valable, il faudrait en conclure que tout mouvement de rotation d'un corps entraîne autour du même axe un tourbillon de l'éther environnant. Cette conséquence pourrait être facilement liée avec certains faits bien connus.

RECHERCHES

SUR

L'AMYLASE DE L'URINE

PAR M. E. DUBOURG

INTRODUCTION

La nature et l'origine des éléments nombreux de l'urine ont attiré dès longtemps l'attention des chimistes et des physiologistes; les modifications observées dans la composition de ce liquide ont également provoqué un nombre considérable de travaux concernant soit les produits minéraux, soit les produits organiques.

M. Béchamp étudia, en 1865 [1], un de ces derniers composés, auquel il donna le nom de *néfrozymase*, voulant indiquer par là sa fonction *diastase* et son origine rénale. Le savant professeur de Montpellier démontra que cette nouvelle diastase saccharifiait l'amidon et se rapprochait ainsi de la diastase de l'orge germée; il vit qu'elle était incapable d'intervertir le sucre; puis, adoptant aussitôt une méthode de dosage, il étudia les variations de la *néfrozymase* sous les diverses influences: le sexe, l'âge, le régime, et, enfin, dans divers cas pathologiques.

Lorsque M. Béchamp aborda l'étude de la *néfrozymase*, on savait encore bien peu de chose des modifications subies par l'amidon, sous l'influence des amylases. La découverte du maltose par Dubrunfaut [2] avait pour ainsi dire passé inaperçue, et les

---

[1] A. Béchamp, *Sur la Néfrozymase, matière albuminoïde-ferment de l'urine* (*Montpellier médical*, 1865).

[2] Dubrunfaut, *Note sur le Glucose* (*Annales de chimie et de physiques*, (3), t. XXI, 1847).

discussions de Payen et Musculus [1] avaient porté sur un point tout spécial; ce n'est que plus tard, en 1872, que O'Sullivan [2], après avoir confirmé les expériences de Dubrunfaut, fixa d'une manière précise les pouvoirs rotatoire et réducteur du maltose. C'est ce qui explique pourquoi M. Béchamp négligea l'étude des transformations provoquées par la néfrozymase.

Quelque intérêt que paraisse devoir présenter l'étude d'une diastase dont la présence est constante dans l'urine, ce travail n'a pas été repris, à ma connaissance du moins.

De nombreuses recherches ont été faites dans ces derniers temps concernant les diastases de l'urine, en Allemagne surtout; mais il semble que les expérimentateurs aient concentré tous leurs efforts sur l'étude de la pepsine qu'on a trouvée également dans l'urine, et c'est à peine si les ouvrages les plus récents mentionnent l'existence de la *néfrozymase :* je citerai les traités de physiologie de Beaunis, de Küss et Duval, la chimie biologique de Würtz, le volume de Schlagdenhauffen et Garnier *(Encyclopédie chimique)*.

J'ai essayé de combler cette lacune, dans l'espoir de contribuer à la solution des problèmes encore si obscurs touchant les transformations provoquées par les diastases de l'organisme.

J'ai divisé mon travail en quatre parties principales :

Un premier chapitre sera consacré à l'étude des meilleures conditions d'expérience.

Dans le second, je m'efforcerai d'établir le rôle de la diastase et par suite sa nature.

L'influence des conditions physiques, chimiques et physiologiques fera l'objet du troisième chapitre.

Le quatrième, enfin, comprendra les expériences réalisées dans le but de fixer l'origine de la diastase.

---

[1] Musculus, *Remarque sur la transformation de la matière amylacée en glucose et dextrine,* 1860 (même recueil, (3), t. LX). *De la Dextrine* (même recueil (4), t. VI).

Payen, *Réaction de la diastase sur la substance amylacée,* 1865 (même recueil, t. IV et VII).

[2] C. O'Sullivan, *Action de l'extrait de malt sur l'amidon* (*Journal of the chemical Society,* 1872. — *Moniteur scientifique,* (3), t. IV, 1874).

Toutes mes recherches ont été faites sous la direction bienveillante et éclairée de M. le professeur Gayon; je suis heureux de pouvoir remercier publiquement mon savant maître des utiles et affectueux conseils qu'il n'a cessé de me donner, durant tout le cours de mon travail. Je n'aurai garde d'oublier encore mon excellent ami P. Garnault, dont j'ai pu apprécier, maintes fois, la complaisance et l'habileté.

CHAPITRE I

Étude des meilleures conditions d'expérience.

I

Les diastases étant des composés mal définis, ni volatils ni cristallisables, on ne possède pas de moyen d'en faire un dosage exact. A la vérité, elles sont insolubles dans l'alcool, et, si on traite, par un excès de ce liquide, la solution de ce composé, on obtient un précipité qui le renferme; mais les diastases sont ordinairement accompagnées de matières albuminoïdes inertes et celles de l'urine ne font pas exception à cette règle. Si l'on fait un traitement de ce liquide à l'alcool, on précipitera donc, en même temps, les autres matières albuminoïdes, et aussi les sels minéraux et organiques insolubles dans ce liquide.

M. Béchamp a néanmoins employé le procédé de dosage qui suit : « L'urine étant soigneusement filtrée, afin d'éliminer le » mucus de la vessie et les autres matières qui peuvent être en » suspension, le meilleur moyen d'obtenir la précipitation de » la matière albuminoïde-ferment de l'urine, sans précipiter en » même temps une trop grande quantité de phosphates qu'elle » tient en dissolution, consiste à ajouter l'alcool par fractions et » s'arrêter au moment où le précipité devient floconneux. Pour » atteindre ce résultat, il faudra rarement employer plus de » trois volumes d'alcool à 88° pour un volume d'urine. Cela fait, » on laisse le précipité se rassembler pendant quelques heures; » quelquefois, il faut attendre vingt-quatre heures. On décante » ensuite la majeure partie du liquide surnageant et on recueille le

» produit précipité sur un filtre. Après l'avoir lavé avec de l'alcool » au titre de 75°, jusqu'à ce que celui-ci ne dissolve plus rien, on » le laisse égoutter pour dissiper l'alcool qui l'imprègne, on fait » dessécher à 100° et on pèse. On incinère ensuite et on pèse de » nouveau; cette dernière pesée donne le poids des cendres; par » différence, on aura le poids du ferment. »

C'est, à peu de chose près, le procédé employé par Dubrunfaut pour obtenir la diastase du malt, mais M. Béchamp est sans doute le premier qui ait utilisé cette méthode pour un dosage.

L'auteur a trouvé en moyenne 0 g. 60 de diastase par litre d'urine, et il remarque que la néfrozymase est beaucoup moins active que la diastase de l'orge germée.

Ce procédé laisse à désirer de deux manières: d'une part on pèse, comme diastase, les matières albuminoïdes d'une nature différente et, aussi, certains composés organiques (urée, urates, créatines, etc.) précipités par l'alcool, et qui sont altérés ou disparaissent par l'incinération; d'autre part, les filtrations entraînent des pertes ainsi que toutes les manipulations exigées par cette méthode de dosage. Les filtres en papier retiennent, en effet, une certaine quantité de diastase : Kulz (1), Ch. Richet (2), Roberts (3) ont observé ce fait avec du suc gastrique et du suc intestinal. J'ai pu moi-même obtenir, en vingt-quatre heures, 1 g. 2 de sucre réducteur par litre, en mettant, dans 100 centimètres cubes d'empois d'amidon, un filtre sur lequel j'avais fait passer 500 centimètres cubes d'urine.

Mais s'il n'est pas possible de doser ainsi la diastase, on peut heureusement résoudre le problème d'autre manière. Avec une diastase saccharifiant l'amidon, il suffira, en se plaçant toujours dans les mêmes conditions expérimentales, de connaître la quantité des produits formés par l'amylase, c'est-à-dire, dans le cas qui nous occupe, le sucre réducteur. On pourra négliger le dosage des dextrines qui ne sont que des produits intermédiaires de

(1) Kulz, *Deutsch. Zeitschr. für parck. Medicin.*, 1875.
(2) Ch. Richet, *Du Suc gastrique,* thèse pour le doctorat ès sciences.
(3) William Roberts; *Les Ferments digestifs* (traduction française).

l'action de la diastase; leur transformation finale en sucre devant d'ailleurs se produire.

J'aurai l'occasion de montrer plus loin que l'amylase de l'urine pousse l'hydratation de l'amidon jusqu'au glucose; mais, comme l'action est lente et que le maltose apparaît tout d'abord, j'ai ordinairement calculé le sucre réducteur en maltose.

Ces principes posés, il me reste à étudier précisément les conditions d'expérience dont j'ai parlé plus haut.

II

Une des difficultés qui troublent souvent les résultats dans l'étude des liqueurs contenant des matières albuminoïdes, provient de l'invasion des microorganismes. Les divergences d'opinion qu'on remarque n'ont la plupart du temps pas d'autre origine.

Je devais donc adopter une méthode qui me permît d'écarter cette cause d'erreur, sans gêner cependant l'action des diastases.

Pour obtenir des liquides purs ou stériles, on emploie d'ordinaire les températures élevées ou les températures basses, les filtres en terre poreuse et enfin les antiseptiques.

J'ai cité les températures élevées pour mémoire, car il est bien évident que l'étude d'une diastase n'est pas possible dans ces conditions.

L'emploi des glacières présente quelques inconvénients : Comme le fait observer M. Duclaux, dans une étude critique sur les diastases digestives (1), si le liquide est d'avance peuplé de germes, on peut redouter que le froid n'entrave pas d'une façon absolue la sécrétion des diastases par les microbes déjà présents. En outre, la méthode est lente, car les amylases n'agissent que faiblement à 0°; si même la diastase est affaiblie ou trop diluée, il pourra arriver qu'on n'ait pas de transformation appréciable après quarante-huit heures de contact, tandis qu'à 50° l'amylase aura manifesté sa présence après vingt-quatre heures.

(1) *Annales de l'Institut Pasteur*, novembre 1888, p. 613.

Avec le filtre Gautier ou le filtre Chamberland, on peut obtenir des milieux entièrement dépourvus de microbes. Malheureusement, ces filtres retiennent une certaine proportion de diastase, au début de la filtration surtout, ainsi que l'ont établi les expériences de Brown et Héron (1), de Dupetit (2), de M. Bourquelot (3), de M. Cazeneuve (4). Comme, dans l'étude que j'avais entreprise, je devais avoir à faire des dosages comparatifs, le procédé eût été infidèle.

Il me restait donc la méthode basée sur l'emploi des antiseptiques; c'est celle que j'ai adoptée, car elle est commode, rapide et aussi rigoureuse que la précédente.

M. Müntz a démontré depuis longtemps (5) que le chloroforme n'a pas d'action sur ce qu'il appelle les fermentations d'ordre chimique. Après lui, on a essayé les produits les plus variés et l'on a vu que les doses nécessaires pour enrayer l'action des diastases étaient ordinairement supérieures, chez la plupart des antiseptiques, à celles qu'il faut employer pour rendre stériles les milieux fermentescibles.

Comme le chloroforme réduit la liqueur de Fehling, après M. Kjeldahl (6), j'ai adopté le thymol qui ne présente pas cette cause d'erreur. M. Chamberland a d'ailleurs démontré (7) que le thymol est, avec le sublimé, un antiseptique des plus énergiques; à la dose de 1/2200e, il rend toutes les cultures stériles.

J'ai toujours eu soin d'additionner les liqueurs de 1/1000e de thymol, dose plus que suffisante pour prévenir le développement

---

(1) Brown et Héron, *Beiträge sur Kentniss. des Stärke und des Umwandlungen derselben* (*Ber. d. d. chem. Gesellsch.*, 12).

(2) Dupetit, *Mémoire sur les principes toxiques des champignons* (*Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 1887).

(3) E. Bourquelot, *Recherches sur les propriétés physiologiques du maltose.* (*Journal de l'anatomie et de la physiologie*, 1886).

(4) Cazeneuve, *Observations critiques sur l'emploi des filtres en plâtre pour stériliser les liquides à ferments* (*Bulletin de la Société chimique*, t. XLII).

(5) Müntz, *Comptes rendus*, t. LXXX, 1875.

(6) Kjeldahl, *Travaux du laboratoire de Carlsberg*, 1879.

(7) Chamberland, *Les Essences au point de vue de leurs propriétés antiseptiques* (*Annales de l'Institut Pasteur*, 1887).

de tous microbes; je me suis assuré, tout d'abord, que, dans ces conditions, le thymol ne gênait pas l'action de l'amylase :

J'ai mis à l'étuve (50°) des fioles contenant des doses croissantes de thymol et la même quantité d'urine et d'empois d'amidon (1).

	Maltose formé 0/0 après 4 heures.	Maltose formé 0/0 après 24 heures.
a Fiole témoin sans thymol.	0.48	1.35
b 1/2000e de thymol........	0.50	1.38
c 1/1000e id.	0.48	1.35
d 1/500e id.	0.46	1.37

La dose de 1/1000e, suffisante comme antiseptique, n'influe donc pas sur les transformations dues à l'amylase.

III

Je dois étudier maintenant l'influence de la coagulation, dans le but de déterminer si l'emploi de l'urine est préférable à celui de la diastase obtenue par le procédé Béchamp; je rechercherai ensuite la température optima, la meilleure proportion d'amidon, et, enfin, les doses d'urine les plus convenables.

1° *Influence de la coagulation par l'alcool.*

M. Duclaux (2) a démontré que l'alcool diminue considérablement l'activité des diastases : avec la présure, il a trouvé qu'après quarante-huit heures de contact, elle n'avait plus qu'environ le dixième de son activité initiale. Il était donc probable que l'amylase de l'urine devait subir les mêmes influences :

Je traite 50 centimètres cubes d'urine par 200 centimètres cubes d'alcool à 90°; j'attends que le précipité soit bien déposé au fond du vase; je siphone alors la plus grande partie du

(1) Dans toutes mes expériences, c'est d'amidon de blé que je me suis servi. Le maltose a été titré avec la liqueur de Fehling, selon les indications données par Soxhlet et M. Bourquelot *(loc. cit.)*.

(2) Duclaux, *Microbiologie*, p. 146.

liquide surnageant, et je jette le précipité sur un filtre; je laisse égoutter (1). Je broie le filtre dans un mortier avec de l'eau distillée récemment bouillie, jusqu'à ce que j'aie rétabli le volume primitif de 50 centimètres cubes.

Je mets alors 20 centimètres cubes de ce liquide dans 100 centimètres cubes d'empois thymolisé et je porte à l'étuve (50°) pendant vingt-quatre heures. J'avais gardé dans la glace une petite fiole de la même urine dont je mets aussi 20 centimètres cubes, dans les mêmes conditions.

	Maltose formé.
Liquide provenant de l'urine coagulée...	1 g. 08
Urine non traitée......................	2 g. 60

Il y a une différence de plus de 50 0/0 en faveur de l'urine non traitée par l'alcool.

L'emploi de l'urine thymolisée est donc préférable (2) : ce liquide, qui est ordinairement clair et limpide après l'émission, n'a même pas besoin d'être filtré pour séparer le mucus. Les flocons ne nuisent pas à l'expérience, et si on filtre, au contraire, on perd une partie de l'amylase.

2° *Influence de la température.*

En étudiant les conditions de l'action de la diastase, j'aurai l'occasion de revenir sur l'influence de cet agent physique; j'indique seulement ici une expérience qui justifiera les températures adoptées dans la suite de ce travail.

J'expose à diverses températures indiquées plus bas une série de fioles contenant toutes la même proportion d'urine et les mêmes quantités d'empois thymolisé.

---

(1) Il n'y a pas d'inconvénient à ce qu'il reste un peu d'alcool; je me suis assuré par une expérience directe que ce liquide n'influe pas sur l'action de l'amylase, même à la dose de 10 0/0. Aussi est-ce au moyen de solutions alcooliques que j'ai toujours introduit le thymol : 1 centimètre cube 0/0 d'une solution à 10 0/0.

(2) L'urine a toujours été neutralisée préalablement.

L'essai des liqueurs donne :

Température.	Maltose par décilitre après 2 heures.	après 4 heures.
—	—	—
25°	0 g. 46	0 g. 92
35°	0 g. 68	1 g. 38
45°	0 g. 64	1 g. 40
55°	0 g. 81	1 g. 82
65°	0 g. 75	1 g. 30
75°	0 g. 32	0 g. 62
85°	traces.	traces.

On le voit, l'amylase de l'urine se comporte à peu près comme la diastase de l'orge germée : à mesure que la température se rapproche de 60°, la proportion de sucre va en augmentant pour diminuer ensuite dès que l'on s'en éloigne.

3° *Influence de la proportion d'amidon.*

Après avoir fait dessécher la poudre d'amidon dans le vide, j'en mets dans des fioles de 100 centimètres cubes les poids indiqués ci-dessous; j'ajoute ensuite une certaine quantité d'eau distillée et je chauffe au bain-marie, jusqu'à formation d'empois. Je laisse refroidir; j'ajoute partout la même quantité d'urine et je complète le volume de 100 centimètres cubes avec de l'eau thymolisée. Je porte à l'étuve (50°).

Poids d'amidon.	Maltose formé par décilitre après 2 heures.	après 24 heures.
—	—	—
1 g.	0 g. 34	1 g. 71
2 g.	0 g. 33	1 g. 73
3 g.	0 g. 34	1 g. 70
4 g.	0 g. 32	1 g. 72
5 g.	0 g. 36	1 g. 70
8 g.	0 g. 30	1 g. 75
10 g.	0 g. 37	1 g. 72

Les différences sont à peine sensibles. J'ai adopté en général la proportion de 5 0/0, parce qu'à cette dose l'empois est plus maniable étant plus fluide.

4° *Influence de la proportion d'urine.*

Dans des fioles contenant même quantité d'empois d'amidon thymolisé j'ajoute des volumes croissants d'urine :

Voici les chiffres obtenus avec 100 centimètres cubes de liquide :

Volume d'urine par décilitre de liquide.	Maltose formé après 4 heures.	Maltose formé après 24 heures.
—	—	—
1 centimètre cube....	0 g. 05	0 g. 19
2 —	0 g. 09	0 g. 35
5 —	0 g. 24	0 g. 75
10 —	0 g. 44	1 g. 39
15 —	0 g. 52	1 g. 75
20 —	0 g. 80	2 g. 21

Il n'y a pas proportionnalité exacte; cependant la courbe serait bien peu infléchie, si on la construisait. C'est d'ailleurs un fait d'observation générale avec les amylases.

Dans les expériences qui suivent, j'ai adopté ordinairement la proportion de 10 centimètres cubes d'urine pour un volume total de 100 centimètres cubes de liquide. A cette dose, les transformations de l'amidon sont en effet très appréciables.

CHAPITRE II

Rôle de la diastase.

Lorsque M. Béchamp eut constaté, dans l'urine, la présence de la matière « albuminoïde-ferment », il dut se préoccuper de sa nature. Il démontra, comme je l'ai dit plus haut, que cette nouvelle diastase provoquait des transformations comparables à celles que produit la diastase de l'orge germée. Il établit également que la *néfrozymase* était incapable d'intervertir le sucre.

Mes expériences ont pleinement confirmé les observations de M. Béchamp, et l'étude plus complète qui va suivre précisera mieux encore le rôle véritable de l'amylase de l'urine.

J'ai recherché la sucrase dans une multitude d'urines des animaux les plus variés, et jamais je n'ai remarqué sa présence, pas plus chez les carnivores que chez les herbivores.

J'ai même absorbé 200 grammes de levure de bière essorée, et mes urines, essayées pendant les deux jours qui ont suivi, n'ont pas donné trace de réduction après addition de saccharose.

Dans l'urine des herbivores, j'ai fait de nombreux essais dans le but de constater la présence d'une diastase de la cellulose, mais toutes mes expériences ont été négatives.

Quant à la pepsine, je n'ai pu en observer que des traces douteuses; il est vrai que tous mes essais ont été faits directement avec l'urine. De nombreux travaux faits surtout en Allemagne semblent établir sa présence que je ne saurais dès lors contester. Les divers physiologistes qui l'ont étudiée se sont bornés à établir sa nature et à rechercher en outre l'influence des cas

pathologiques; je citerai particulièrement : G. Mya et Belfauti (1), W. Sahli (2), Gherig (3), Helwès (4) et enfin Stadelmann (5).

J'aurai l'occasion, dans le cours de ce mémoire, de rappeler certaines expériences faites surtout par Sahli et Stadelmann; elles viendront confirmer quelques-unes des conclusions que je formulerai.

L'urine contient donc au moins deux diastases : une pepsine et une amylase (6). C'est cette dernière que j'étudie seulement ici.

Je montrerai tout d'abord que la saccharification de l'amidon est bien due à une amylase; en second lieu, j'exposerai diverses recherches concernant cette saccharification; et enfin, j'établirai que la transformation de la matière féculente est poussée jusqu'au glucose.

I

L'essai qui suit prouve bien que la saccharification est due à une diastase.

Dans une fiole contenant 200 centimètres cubes d'empois thymolisé, j'ajoute 20 centimètres cubes d'urine; je porte à l'étuve (50°).

Maltose 0/0 après 24 heures........... 1 g. 92

Je partage alors le liquide en deux parties égales : une des parties est portée à 100° et la seconde conservée telle quelle; je remets à l'étuve.

	Maltose 0/0 après 24 heures.
Fiole portée à 100°.............	1 g. 93
Fiole non chauffée.............	3 g. 12

(1) G. Mya et Belfauti, *Archivio per la Scienze mediche*, t. X, 1886.
(2) W. Sahli, *Archiv. für die Gesammte Physiologie*, t. XXVI.
(3) Gherig, même recueil, t. XXXVIII.
(4) Helwès, même recueil, t. XLIV.
(5) Stadelmann, *Zeitschrift für Biologie*, t. XXV, 1888.
(6) W. Sahli a également trouvé de la trypsine, mais l'observation que j'ai faite au sujet de la pepsine se rapporte mieux encore à la trypsine.

La transformation est bien due à l'amylase, puisque la fiole dans laquelle la diastase a été détruite n'a pas donné d'augmentation.

II

A. Dans les expériences du premier chapitre, comme dans l'essai qui précède, on a pu voir que, lorsqu'on additionne l'empois d'amidon d'une certaine quantité d'urine, on observe, après un certain temps, la formation de sucre réducteur; il y a donc saccharification évidente.

Mais les chiffres obtenus sont peu élevés, et l'on peut se faire une idée des faibles doses d'amylase contenues dans l'urine si on compare aux chiffres que donnent ordinairement des infusions de malt étendues.

Voici une expérience qui pourra donner quelques indications:

Je traite par 50 centimètres cubes d'eau distillée 10 grammes de malt fraîchement moulu; je laisse une heure en contact et je filtre. J'ajoute ensuite les quantités ci-après du liquide dans 100 centimètres cubes d'empois thymolisé, je porte à l'étuve (50°).

Volume de la solution de malt.	Maltose formé après 24 heures.
—	—
1 goutte	0 g. 75
2 —	1 g. 08
5 —	2 g. 30
10 —	4 g. 05

Le maximum de sucre réducteur que j'ai pu obtenir a été de 3 g. 80 0/0 et la moyenne a été de 2 g. 05, avec 10 centimètres cubes d'urine. On voit par là, si on compare ces derniers chiffres à ceux de l'expérience ci-dessus, que l'amylase se trouve, dans l'urine, dans de faibles proportions. Elles sont suffisantes néanmoins pour que la saccharification apparaisse très nettement.

Il peut arriver quelquefois, si la dose d'amylase est encore plus faible, qu'on obtienne seulement la formation de produits dextriniformes, sans qu'il soit possible de constater la présence de sucre réducteur.

Dans quelques essais effectués avec des urines d'animaux (herbivores) contenant très peu d'amylase, j'avais remarqué que l'empois d'amidon était transformé d'une manière très sensible sans qu'il y eût formation de maltose; j'ai fait alors l'expérience suivante :

Dans cinq fioles contenant toutes la même quantité d'empois thymolisé, j'introduis des doses croissantes d'une urine préalablement dédoublée; je porte à l'étuve (50°) [1]

Volume d'urine par décilitre.	Maltose 0/0 après 12 heures.	Glucose total après sacchar.	Dextrines.
—	—	—	—
1 centimètre cube.......	0	4 g. 66	4.19
2 —	0	4 g. 88	4.39
5 —	traces	5 g. 00	4.50
10 —	0 g. 10	5 g. 10	4.42
20 —	0 g. 35	5 g. 15	4.32
20 cc. (chauffée à 100°)...	0	traces	traces

Ainsi les composés dextriniformes étaient déjà formés, alors qu'il n'y avait pas trace de sucre réducteur.

Payen avait observé des faits semblables avec la diastase de l'orge germée, et, pour le dire en passant, l'expérience qui précède semblerait peut-être mieux en rapport avec la théorie de ce dernier savant, au sujet des transformations de l'amidon, qu'avec celle de Musculus, au moins pour les premiers stades de la réaction.

B. L'amylase de l'urine ne saccharifie pas seulement l'empois d'amidon, elle attaque aussi l'amidon cru.

O'Sullivan pensait que la diastase de l'orge germée n'attaque pas l'amidon dans son état ordinaire, mais il avait expérimenté avec de la fécule de pommes de terre qui est très difficilement attaquable. Baranetsky [2], Kjeldahl [3] et M. Brasse [4] ont montré que l'amidon de blé est transformé à 50°.

---

[1] Dans tous les dosages, j'avais soin de traiter les liqueurs à l'acétate de plomb et de filtrer jusqu'à limpidité parfaite, afin d'éliminer l'amidon non attaqué.

[2] Baranetsky, *Stärkeumbildende Fermente*, cité par Kjeldahl.

[3] Kjeldahl, *loc. cit.*

[4] Brasse, *Action de la diastase de malt sur l'amidon cru* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1885).

J'ai recherché si la diastase de l'urine jouissait de la même propriété : j'ai fait l'expérience à la température de 37°5, afin d'être plus éloigné du point thermique où l'empois se forme et pour m'assurer en même temps que l'amylase était capable de solubiliser les matières féculentes dans les conditions où elles arrivent ordinairement dans l'organisme.

Je mets 5 grammes d'amidon de blé cru dans sept fioles de 100 centimètres cubes ; la première, qui servira de témoin, est additionnée simplement d'eau thymolisée.

Je porte à l'étuve (37°5).

	Maltose 0/0		
Volume d'urine.	après 1 jour.	après 2 jours.	après 3 jours.
a Témoin...........	0	0	0
b 5 cc. 0/0 urine.....	0	0 g. 16	0 g. 54
c 10 cc. 0/0 id.	0 g. 08	0 g. 25	0 g. 78
d 20 cc. 0/0 id.	0 g. 21	0 g. 69	2 g. 30
e 40 cc. 0/0 id.	0 g. 24	0 g. 80	2 g. 48
f 80 cc. 0/0 id.	0 g. 42	0 g. 90	2 g. 80

Les chiffres obtenus présentent quelques irrégularités, mais cela ne saurait surprendre : quand on opère avec l'empois d'amidon, l'amylase est disséminée dans toute la masse, tandis qu'avec l'amidon cru, une partie seulement de la diastase se trouve en contact avec la matière féculente. J'avais soin d'agiter pendant le jour, mais la nuit une très faible quantité d'amylase pouvait agir sur l'amidon. La matière transformée devait aussi former comme une barrière à l'action de la diastase ; des phénomènes de diffusion devaient sans doute se produire, mais d'une manière insuffisante néanmoins.

J'ai voulu vérifier également si l'amylase de l'urine attaquait la fécule de pommes de terre crue, et j'ai fait l'essai comparativement avec l'amidon de blé, afin de pouvoir apprécier la résistance de la fécule. J'ai complété l'expérience avec la diastase de l'orge germée.

Chaque fiole contient 5 0/0 de l'amidon indiqué et 10 0/0 d'urine

ou d'extrait de malt. Dans l'appréciation du sucre réducteur formé par l'amylase de l'orge, on a tenu compte du sucre introduit avec l'extrait de malt.

	URINE. Maltose 0/0		DIASTASE ORDINAIRE. Maltose 0/0	
	après 1 jour.	après 2 jours.	après 1 jour.	après 2 .
Amidon de blé............	0 g. 16	0 g. 28	0 g. 26	0 g. 47
Fécule de pommes de terre.	0 g. 09	0 g. 20	0	traces

Tandis que la diastase ordinaire n'attaque que l'amidon de blé, l'amylase de l'urine transforme également bien les deux amidons.

Comme M. Brasse semble admettre que la diastase précipitée par l'alcool ne peut pas attaquer l'amidon, j'avais réservé une certaine quantité de l'urine et de l'extrait de malt de l'expérience précédente.

L'essai, fait dans les mêmes conditions, a donné, avec les diastases précipitées :

	URINE. Maltose 0/0		DIASTASE PRÉCIPITÉE. Maltose 0/0	
	1 jour.	2 jours.	1 jour.	2 jours.
Amidon de blé............	0 g. 09	0 g. 26	0 g. 18	0 g. 34
Fécule....................	0 g. 07	0 g. 24	0	0

Si les diastases essayées par M. Brasse n'ont pas attaqué l'amidon cru, c'est qu'elles étaient sans doute trop affaiblies.

C. On admet communément, d'après les indications de Musculus, qu'il existe des dextrines inattaquables par la diastase de l'orge germée. Il était intéressant de vérifier si l'amylase de l'urine est dans le même cas; pour cela, j'ai fait l'expérience qui suit, en complétant l'essai par l'étude de la diastase ordinaire.

Dans deux fioles, j'introduis de l'empois d'amidon thymolisé en quantités à peu près égales; j'ajoute à l'une (*a*) 400 centimètres cubes d'urine et à l'autre (*b*) même volume d'extrait de malt. Je complète le volume d'un litre et je porte à l'étuve (50°).

Des dosages successifs faits après deux, quatre et huit jours, ont montré que la transformation, très active au début, se pour-

suit ensuite avec lenteur. Voici, à titre d'indication, les chiffres observés au dixième jour de l'expérience :

	Maltose 0/0.	Dextrines.
	—	—
a	4 g. 47	1 g. 09
b	5 g. 66	1 g. 30

Le sucre total calculé en glucose, après la saccharification sulfurique, avait donné pour (*a*) 6 g. 88, et pour (*b*) 7 g. 10; les poids des dextrines ont été déduits de ces derniers chiffres.

Comme un nouvel essai fait cinq jours plus tard n'accusait pas une diminution des dextrines, j'ai introduit alors, dans chaque fiole, une certaine quantité de la diastase correspondante, obtenue par précipitation, de manière à ne pas diluer les liqueurs, et j'ai répété la même addition, cinq jours après.

L'essai des liquides fait le surlendemain donne :

	Maltose 0/0.
	—
a	7 g. 77
b	6 g. 62

Si l'on compare ces derniers chiffres avec les quantités de sucre réducteur total trouvées après la saccharification sulfurique, on peut voir que la transformation est à peu près complète [1].

Il existe d'ailleurs un moyen de contrôler si les dextrines ont totalement disparu : il suffira d'ajouter aux liqueurs une levure pure *éprouvée déjà comme n'étant pas susceptible de faire fermenter ces hydrates de carbone.*

Pour obtenir ce résultat, je chasse le thymol par l'acétate de plomb, je me débarrasse ensuite de l'excès de métal, au moyen de l'hydrogène sulfuré, que je fais disparaître, à son tour, par un courant d'air stérilisé, jusqu'à ce que les liqueurs ne précipitent plus, par un sel de plomb.

J'ajoute alors une certaine quantité d'eau de levure, afin de

[1] Le nombre 7 g. 77 obtenu en *a* est supérieur à celui de 6 g. 88, à cause du mélange des deux sucres formés : maltose et glucose, sous l'influence de l'amylase de l'urine.

rendre le milieu nutritif, je verse dans des matras Pasteur, et je porte à l'ébullition, pour stériliser.

J'ensemence, après refroidissement, avec la levure pure, et quand la fermentation paraît terminée, je fais l'essai des liquides.

	Rotation en degrés saccharimétriques	
	avant la fermentation.	après la fermentation.
a	+ 69	+ 0.5
b	+ 83	+ 0

Tous les hydrates de carbone ont donc disparu, et, par suite, les achroodextrines de Musculus ne sont pas inattaquables par l'amylase de l'urine, ni d'ailleurs par la diastase ordinaire.

Pour bien démontrer que la transformation est due aux amylases, après les dix premiers jours de l'expérience, c'est-à-dire avant la seconde addition de diastase, j'avais réservé un certain volume de chacune des liqueurs.

Les dosages effectués à ce moment avaient donné les chiffres reproduits en haut de la page 128.

Les liquides, portés à 100°, furent ensuite mis à l'étuve, à côté des autres fioles. Traités plus tard comme ceux des fioles non chauffées, c'est-à-dire débarrassés du thymol et ensemencés avec la levure dont j'ai parlé, ils ont fourni les résultats suivants :

	Rotation en degrés saccharimétriques	
	avant fermentation.	après fermentation.
a	+ 86.25	+ 28.30
b	+ 94.08	+ 18.75

Les rotations ne correspondent pas aux quantités de sucre réducteur et de dextrines à cause de l'addition de l'eau de levure; mais l'influence de la diastase apparaît bien nettement, puisque les dextrines existent encore dans les liqueurs où elle a été détruite. L'expérience montre en outre que la levure employée n'a pu faire fermenter ces hydrates de carbone.

Nous avons déjà montré, M. Gayon et moi (1), que les produits dextriniformes du moût de bière, jusque-là réputés non fermen-

(1) Gayon et Dubourg, *De la Fermentation alcoolique de la dextrine et de l'amidon par les mucors* (*Annales de l'Institut Pasteur*, 1887).

tescibles, disparaissaient dans la fermentation par les *mucors;* il n'est pas nécessaire d'attribuer à ces moisissures une fonction spéciale, l'amylase ordinaire, aidée d'une levure pure, pouvant produire le même phénomène.

III

Il me reste enfin à montrer que l'amylase de l'urine pousse l'hydratation de l'amidon jusqu'au glucose. On doit distinguer en effet les amylases qui transforment l'empois d'amidon en dextrines et maltose et celles qui font des dextrines et du glucose. La diastase de l'orge germée ne fait que du maltose (1), mais il en est d'autres, et ce sont les plus nombreuses, qui poussent l'hydratation jusqu'au glucose. Je citerai les amylases sécrétées par l'*Aspergillus glaucus,* le *Penicillium glaucum, l'Eurotium orizæ.*

L'étude des transformations ultimes de l'amidon ne peut être faite avec l'empois, nous en avons exposé les diverses raisons, M. Gayon et moi, dans notre mémoire sur la fermentation de la dextrine; c'est avec des solutions de maltose pur qu'on doit expérimenter.

Dans un premier paragraphe, j'étudierai l'hydratation du maltose, réservant pour une deuxième partie quelques recherches entreprises dans le but de fournir l'explication de certains faits particuliers.

1° J'emploierai, dans cette étude, les méthodes adoptées par M. Bourquelot (2) et par M. Gayon et moi (3).

Première expérience. — Dans trois fioles, je mets 50 centi-

---

(1) De Mering pense que la diastase de l'orge germée fait du glucose à la longue. M. Bourquelot n'a pas obtenu d'hydratation du maltose après 24 heures. Dans une expérience qui a duré 20 jours, je n'ai pas eu trace de transformation du maltose. M. Effront a constaté plus récemment la présence du glucose dans une liqueur additionnée d'extrait de malt *trouble.* Si cet expérimentateur avait examiné ses liquides au microscope, il les aurait vus peuplés de microbes divers et aurait eu l'explication de cette apparente anomalie.

(2) E. Bourquelot, *loc. cit.*

(3) Gayon et Dubourg, *loc. cit.*

mètres cubes de la même solution de maltose [1] : la première (*a*) contient un égal volume d'urine thymolisée, la seconde (*b*) contient la même quantité d'urine préalablement chauffée à 100°, la troisième enfin (*c*) est additionnée d'eau thymolisée.

J'observe après trois jours d'étuve.

	Rotation en degrés saccharimétriques.	Volume de liqueur dédoublée pour décolorer 10 cc. de liqueur de Fehling.
a	+ 7.8	12 cc. 5
b	+ 14.2	14 cc. 4
c	+ 14.2	14 cc. 8

La diminution de la rotation et l'augmentation correspondante du pouvoir réducteur dans la fiole (*a*) seule prouvent qu'il y a bien hydratation du maltose. La transformation est due à l'amylase, car les deux témoins n'ont subi aucune modification.

Deuxième expérience. — Ici les volumes d'urine sont les mêmes, mais les proportions de maltose sont plus élevées et l'essai a duré plus longtemps.

Les lettres correspondent à des liqueurs respectivement semblables à celles de l'expérience précédente.

Une première observation faite après cinq jours a donné :

	Rotation en degrés saccharimétriques.	Volume de liqueur dédoublée pour décolorer 10 ce. de liqueur de Fehling.
a	+ 36.0	4.1
b	+ 42.0	5.0
c	+ 42.0	5.1
Après dix jours :		
a	+ 33.0	3.8
b	+ 42.25	5.0
c	+ 42.0	5.1

Comme on le voit, les transformations sont faibles. Si on calcule la proportion de maltose hydraté, on trouve sensiblement 1 g. 30 dans une liqueur en contenant 3 grammes au début de l'expérience, soit 50 0/0 environ du maltose employé.

---

[1] J'ai toujours eu soin de préparer les dissolutions de maltose, la veille, à cause des phénomènes de birotation.

Si l'on précipite un certain volume d'urine au moyen de l'alcool et qu'on verse la diastase ainsi coagulée dans une solution de maltose de faible volume, on pourra obtenir des résultats plus sensibles. J'ai pu de la sorte, avec l'amylase provenant de 200 centimètres cubes d'urine, transformer en vingt-quatre heures 3 g. 54 de maltose dissous dans 50 centimètres cubes d'eau thymolisée.

2° Les faibles quantités de maltose hydraté obtenues dans les expériences qui précèdent peuvent s'expliquer par la dilution de l'amylase, qui, on l'a vu, se trouve à doses très faibles dans l'urine; mais il est d'autres facteurs qui interviennent dans la marche du phénomène.

A. L'action des amylases s'exerce avec d'autant moins d'activité que le produit essayé se rapproche davantage du terme de la réaction. Musculus pensait même que les dernières achroodextrines sont inattaquables.

L'expérience suivante, faite avec l'urine, indique bien ces différences.

J'additionne d'un même volume d'urine : 1° 100 centimètres cubes d'empois d'amidon thymolisé, et 2° la même quantité d'une solution de dextrine pure dépourvue de sucre réducteur; je porte à l'étuve (50°) et j'examine les deux liqueurs après vingt-quatre heures.

	Maltose formé.
Empois d'amidon...........	1 g. 92
Solution de dextrine........	0 g. 36

L'amylase, en présence de l'empois d'amidon, a formé près de six fois autant de sucre réducteur que la même quantité de diastase en contact avec la solution de dextrine. Ce dernier produit offre une résistance plus grande à l'amylase; et, puisque le maltose est un composé se rapprochant encore davantage du terme de la réaction, on ne saurait être surpris de la plus grande difficulté qu'on éprouve à le transformer, même quand on le met en présence de quantités relativement notables d'amylase, comme on l'a vu page 131.

Peut-être les nombreux traitements à l'alcool auxquels on est obligé de soumettre les dextrines comme le maltose, afin de les obtenir à l'état de pureté, sont-ils de nature à rendre la molécule de ces corps plus résistante. On a démontré depuis longtemps que les matières albuminoïdes traitées par l'alcool deviennent en partie insolubles, mais il serait sans doute prématuré de vouloir établir une comparaison entre ces derniers corps, d'une nature spéciale, et les hydrates de carbone plus haut cités.

B. On sait que les produits des transformations dues aux diastases sont une cause de gêne pour l'action ultérieure de ces diastases. M. Duclaux (1) a montré, pour la sucrase, qu'il en est bien ainsi. Divers expérimentateurs ont contesté ces conclusions, mais M. Lindet (2) a prouvé récemment que, dans la saccharification par la diastase de l'orge germée, on peut observer les mêmes résultats.

Si j'ai pu transformer complètement l'empois d'amidon en sucre réducteur, on a vu que l'action se poursuit avec une très grande lenteur; cependant si on élimine le sucre à mesure de sa production, la transformation est complète après un temps très court.

Voici l'expérience que j'ai faite avec l'amylase de l'urine, qui vient ainsi confirmer les résultats déjà connus pour l'amylase de l'orge.

Je prépare de l'empois d'amidon avec de l'eau de levure dans deux matras Pasteur, je porte à l'ébullition pour stériliser. Les volumes sont les mêmes. Après refroidissement, j'ajoute dans chaque fiole même proportion de la diastase de l'urine préalablement précipitée. Je porte à l'étuve (37°5).

L'essai des liqueurs fait après quinze heures a donné :

	Maltose 0/0.	Dextrines 0/0.
	—	—
Fiole n° 1	3 g. 03	3 g. 11
Fiole n° 2	2 g. 98	2 g. 87

(1) Duclaux, *Microbiologie*, p. 165.

(2) Lindet, *Observations sur la saccharification par la diastase* (*Comptes rendus*, mars 1889).

Je verse alors dans la fiole n° 1 de la levure pure ([1]), et je remets les deux matras à l'étuve.

	Après 1 jour.		Après 2 jours.		Après 3 jours.	
	Maltose 0/0.	Dextrines.	Maltose 0/0.	Dextrines.	Maltose 0/0.	Dextrines.
Fiole n° 1.	traces	2.41	traces	0.11	traces	traces
Fiole n° 2.	3 g. 15	2.79	3.20	2.75	3.24	2.73

Tout l'amidon a été transformé en sucre fermentescible, après trois jours, dans la fiole n° 1, tandis que le liquide n° 2, essayé de nouveau huit jours après, contient encore 2 g. 57 de dextrines.

On a objecté que la levure pouvait jouer un rôle dans le phénomène, mais les expériences de M. Lindet sont venues démontrer le contraire : il a obtenu des résultats semblables, en séparant le maltose formé au moyen de la phénylhydrazine.

Les produits de la réaction sont donc une cause de gêne pour les diastases, ou tout au moins pour les amylases et la sucrase.

Il faudrait ajouter encore comme susceptible d'affaiblir l'action des amylases l'influence des agents physiques; je citerai en particulier l'air et la lumière.

Dans l'organisme, les diastases sont soustraites à toutes ces influences nocives; c'est toujours de la diastase fraîchement sécrétée qui agit; les produits de la réaction sont éliminés, à mesure de leur production; en un mot, les conditions sont telles que les transformations doivent atteindre leur maximum.

Se basant sans doute sur les faibles quantités de maltose hydraté que M. Bourquelot avait obtenues dans ses expériences, M. Dastre semble admettre que les amylases de l'organisme ne font que du maltose; sans que les expériences qui précèdent soient de nature à résoudre complètement le problème, elles semblent donner des indications nouvelles, en rappelant quelques-unes des causes principales susceptibles d'enrayer la transformation de ce sucre, quand on expérimente *in vitro*.

([1]) C'est la même levure qui avait servi dans l'expérience de la page 128.

CHAPITRE III

Conditions physico-chimiques et physiologiques de l'action de la diastase.

L'étude des agents physiques qui interviennent pour activer ou altérer les transformations provoquées par les diastases a donné lieu à un nombre considérable de travaux; mais il n'en est plus de même des influences chimiques. La littérature en est limitée aux recherches de M. Duclaux (1), de M. Petit (2), de Kjeldahl (3) et de Stadelmann (4).

Quant aux conditions physiologiques de l'action des diastases, M. Duclaux seul, en précisant le mécanisme de leur sécrétion, est parvenu à montrer la part considérable due à l'aliment dans les variations de ces composés.

Les expériences qui vont suivre m'ont fourni l'occasion de vérifier bien des faits déjà connus; j'ai ajouté quelques observations nouvelles, qui trouveront place, tout naturellement, dans ce chapitre.

I

Conditions physiques.

Le rôle des principaux agents physiques a été déjà implicitement étudié dans le premier chapitre; je n'aurai donc à y revenir que pour exposer quelques résultats complémentaires.

Action du temps. — Je rapporte ici une expérience dans laquelle on a dosé non seulement le sucre réducteur, mais aussi les dex-

---

(1) Duclaux, *Mémoire sur le lait* (*Annales de l'Institut agronomique*, 1882). *Microbiologie*, p. 164-179. — *Annales de l'Institut Pasteur*, nov. 1888, p. 613.
(2) Petit, *Recherches sur la pepsine*, Paris, 1880.
(3) Kjeldahl, *loc. cit.*
(4) Stadelmann, *loc. cit.*

trines. Cet essai démontrera que la saccharification se fait dans des conditions comparables à celles qu'on a pu remarquer avec la dilution de l'amylase, page 125.

Je mets dans quatre fioles de 100 centimètres cubes de l'empois d'amidon à 10 0/0 thymolisé, et j'ajoute des doses croissantes d'urine. Je porte à l'étuve (50°).

Volume d'urine.	Après 4 heures d'étuve.		Après 8 heures d'étuve.	
	Maltose 0/0.	Dextrines 0/0.	Maltose 0/0.	Dextrines 0/0.
	—	—	—	—
1 cc.	traces	3.90	0.16	5.95
2 cc.	0.06	4.16	0.30	7.00
4 cc.	0.30	5.20	0.60	7.80
8 cc.	0.54	6.25	1.24	8.65

On a donc ici encore une transformation presque totale de l'empois en produits solubles, alors qu'il n'existe que des traces de sucre réducteur formé.

Action de la température. — Si l'on répète l'expérience précédente soit à 65°, soit en employant une diastase préalablement exposée à cette température, on obtient des résultats qui se rapprochent beaucoup de ceux que je viens d'indiquer.

L'étude plus attentive des influences thermiques m'a permis d'observer en outre une particularité intéressante.

Si l'on expose une urine thymolisée, et je puis ajouter une solution d'extrait de malt (1), à une température de 50°, pendant un certain temps; si les liquides, mélangés ensuite avec de l'empois d'amidon, sont rapportés à l'étuve, on trouvera des différences notables dans l'activité de la diastase, comparativement à une même solution n'ayant pas été soumise à l'influence thermique.

Voici un essai très concluant :

Je prends une certaine quantité d'urine à laquelle j'ajoute un millième de thymol, je la divise en quatre parties égales que je distribue dans quatre fioles de même capacité.

Une fiole est placée à 10°, la seconde à 37°5, la troisième à 50°, la quatrième à 60°.

(1) L'expérience ne permettra évidemment de conclure qu'en ce qui regarde l'amylase de l'urine et celle de l'orge germée que j'ai essayée également; mais il est probable que toutes les autres amylases doivent subir la même influence.

Après quarante-huit heures, je prends 10 centimètres cubes de l'urine de chacune des fioles, que je mélange avec 100 centimètres cubes d'empois d'amidon thymolisé. Je porte à l'étuve à 50°.

		Maltose 0/0 après 24 heures.
Fiole de l'urine	à 10°.........	1 g. 16
Id.	à 37°5........	1 g. 13
Id.	à 50°.........	0 g. 58
Id.	à 60°.........	0 g. 27

L'expérience, répétée avec la même urine après cinq jours, donne :

Fiole de l'urine	à 10°.........	1 g. 12
Id.	à 37°5........	1 g. 15
Id.	à 50°.........	0 g. 29
Id.	à 60°.........	traces

Mais on pouvait faire une objection à l'essai qui précède et se demander si le thymol, même à la dose de 1/1000e, n'était pas de nature à modifier les résultats, en agissant d'une manière spéciale, à mesure que la température s'élevait. Dans le but d'éloigner cette cause d'erreur, si elle avait existé, j'ai préparé de l'urine pure, en la stérilisant au moyen d'un filtre Chamberland; je l'ai distribuée dans des matras Pasteur flambés avec toutes les précautions nécessaires, et j'ai repris l'expérience précédente avec cette urine, après m'être assuré qu'elle était restée pure de tout microbe. Je n'ai essayé ici que la température de 10° et celle de 50°.

Voici les chiffres obtenus après vingt-quatre heures d'étuve :

	Maltose 0/0.		Maltose 0/0.
Fiole à 10° depuis 48 heures.	1 g. 76	Fiole à 10° depuis 3 jours.	1 g. 68
Fiole à 50° id. .	0 g. 68	Fiole à 50° id .	0 g. 23

Si les produits de transformation de l'amidon par les amylases n'augmentent que lentement, lorsque l'expérience se prolonge, *un des facteurs* qui concourent à ce ralentissement est sans nul doute la température, même à la température considérée ordinairement comme la meilleure.

M. Kjeldahl a longuement étudié la marche de la saccharification à des températures diverses, mais il était obligé de chauffer l'extrait de malt à 65° pour observer un affaiblissement sensible; cela

provient sans nul doute du peu de durée de ses essais, qui ne dépassaient pas 120 minutes.

J'ajouterai que le retard apporté à la saccharification dans l'expérience qui précède est exclusivement imputable à la température, à l'exclusion de l'oxygène de l'air. La même urine qui m'a servi a subi pendant 5 jours l'action d'un puissant courant d'air pur, à l'aide d'une trompe, à la température ordinaire; cette urine, mise ensuite en contact avec l'empois d'amidon, m'a donné sensiblement les mêmes chiffres de sucre réducteur que l'urine provenant d'une fiole complètement remplie. Cela ne saurait surprendre, car, on le sait, l'oxygène de l'air affaiblit surtout les solutions alcalines de diastase, et mon urine *acide* était neutralisée seulement au moment de la mise en contact avec l'empois d'amidon.

II

Conditions chimiques.

Dans tous les essais qui vont suivre, j'ai rapporté les quantités de sucre réducteur formé à celles que donnait un témoin placé chaque fois dans les mêmes conditions, en adoptant le chiffre 10 comme coefficient du témoin. Si un composé chimique est suivi du chiffre 5, par exemple, cela voudra dire que si le témoin a donné 10 0/0 de sucre réducteur, toutes choses égales d'ailleurs, une fiole additionnée du composé chimique, dans la proportion indiquée, a donné seulement 5 0/0.

Action des acides. — J'ai essayé à peu près tous les acides minéraux et organiques; à l'exception de l'acide arsénieux et de l'acide borique, ils ont tous entravé complètement l'action de la diastase à la dose de 1/1000e.

Action des alcalis. — Les alcalis ont tous donné le même résultat que les acides.

Action des sels. — Je donne tout d'abord la liste des sels qui, à la dose de 1/100e, n'ont pas enrayé l'action de l'amylase : ils ont fourni la même quantité de sucre réducteur que le témoin, toutes choses égales d'ailleurs. Je citerai ensuite les sels qui ont montré une action retardatrice, avec leurs coefficients.

SELS QUI N'ONT PAS D'ACTION A 1/100e.

Chlorure de sodium.	Émétique.
Chlorure de calcium.	Lactate de chaux.
Chlorure de potassium.	Phosphate de soude.
Chlorhydrate d'ammoniaque.	Phosphate de potasse.
Sulfate de soude.	Phosphate d'ammoniaque.
Sulfate de magnésie.	Tartrate de soude.
Sulfate ferrique.	Tartrate de potasse.
Sulfate d'ammoniaque.	Tartrate d'ammoniaque.
Hyposulfite de soude.	Sel Seignette.
Iodure de potassium.	

SELS QUI RETARDENT A 1/100e.

Oxalate d'ammoniaque..	7.0	Sulfite de soude.........	8.5
Oxalate de potasse.....	7.6	Bicarbonate de soude....	8.1
Nitrate de potasse......	5.8	Carbonate de soude......	0.5
Acétate de potasse......	4.7	Carbonate de potasse....	0.5
Chlorate de potasse.....	8.1	Carbonate d'ammoniaque	1.7
Borate de soude........	6.1	Salicylate de soude......	0.8
Biiodure de mercure....	4.3	Salicylate d'ammoniaque.	1.3
Bisulfite de soude......	1.8		

SELS QUI RETARDENT COMPLÈTEMENT A 1/100e.

Sulfate de zinc.	Sous-acétate de plomb.
Acétate de zinc.	Crème de tartre soluble.
Chlorure de zinc.	Les trois aluns.
Sulfate ferreux.	Acétate mercureux.
Sulfate de cuivre.	Oxalate acide de potasse.
Acétate de plomb.	

Je laisse de côté le sublimé, dont je m'occuperai plus loin.

Action des alcaloïdes. — J'ai fait toutes les expériences avec les alcaloïdes à la dose de 1/1000e.

ALCALOÏDES SANS ACTION RETARDATRICE A 1/1000e.

Morphine.	Thébaïne.	Caféine.	Digitaline.	Cubébine.
Vératrine.	Papavérine.	Narcotine.	Santonine.	Nicotine.

Les alcaloïdes suivants retardent, mais faiblement :

Cinchonine	8.4	Sulfate de quinine.......	8.3
Codéine.................	6.9	Atropine................	7.9
Aconitine...............	7.8	Strychnine..............	8.2
Picrotoxine	4.7		

Tous ces composés ont été introduits, en solutions alcooliques, dans l'empois d'amidon.

Action des alcools et des aldéhydes. — Les essais suivants ont été faits à la dose de 1/100e :

Alcool méthylique	7.7	Alcool allylique	7.6
Alcool éthylique	10.0	Glycol	6.6
Alcool propylique	8.8	Glycérine	10.0
Alcool iso —	10.0	Phénol	7.4
Alcool butylique	8.6	Aldéhyde	0
Alcool amylique	8.4	Acétone	4.8

L'aldéhyde n'ayant pas donné de réduction, j'ai repris l'expérience à doses diverses; voici les coefficients obtenus :

A la dose de 1/100e	0
— 1/200e	7.1
— 1/350e	8.2
— 1/500e	8.9
— 1/1000e	10.0

Action des essences. — A la dose de 1/100e, les essences n'ont pas enrayé l'action de l'amylase; il faut excepter toutefois l'essence d'amandes amères et les essences de cannelle. Ce dernier fait concorde avec les expériences de M. Chamberland, dans lesquelles il a établi que l'essence de cannelle était un excellent antiseptique.

Action du sublimé. — En essayant les composés acides et certains antiseptiques, j'avais eu l'occasion de remarquer que, si quelquefois les liqueurs ne contenaient pas de sucre réducteur, il y avait eu cependant fluidification de l'amidon. Le sublimé étant le plus énergique des antiseptiques connus, j'en ai fait une étude plus complète, que je transcris ci-après.

Je prépare des fioles d'empois dans lesquelles j'introduis le même volume d'urine et des doses croissantes de l'antiseptique. Après vingt-quatre heures d'étuve (50°), j'obtiens :

Proportion de sublimé.	Maltose 0/0.	Dextrines 0/0.
1/4000e	0 g. 31	4 g. 22
1/3500e	0 g. 20	3 g. 26
1/3000e	0 g. 11	2 g. 39
1/2500e	0 g. 05	1 g. 50
1/2000e	traces	0 g. 86
1/1500e	0	traces
1/1000e	0	0

On pourra juger de l'influence de ce corps, si je dis que le témoin a donné 2 g. 20 de maltose 0/0.

Si on soumet préalablement l'urine à l'influence du sublimé pendant un, deux ou trois jours, on arrive aux mêmes résultats,

Cette expérience est à rapprocher de celles de la page 125 et de la page 136.

On voit ainsi que la dilution, le temps, la température, les antiseptiques, produisent des phénomènes de même ordre.

Si les différences entre les proportions de dextrines et celles du sucre réducteur sont moins sensibles avec le sublimé qu'avec l'amylase diluée, cela s'explique aisément par l'action retardatrice énergique de cet antiseptique.

On remarque, en outre, qu'il y a bien deux actions séparées : l'une portant sur la formation des dextrines, l'autre sur la formation du sucre réducteur. Comme je l'ai dit plus haut, ces observations tendraient bien à faire admettre, avec Payen et Schwarzer, la formation première de la dextrine, puis l'hydratation de cette dernière, et non pas une série de dédoublements successifs avec hydratation simultanée, comme le disait Musculus.

III

Conditions physiologiques.

C'est au moyen de son procédé de dosage que M. Béchamp suivait les variations de la *néfrozymase*. Pour les raisons déjà données, je n'ai pas suivi la même méthode : c'est toujours en calculant le sucre réducteur obtenu, toutes choses égales d'ailleurs, que j'ai établi les résultats ci-après.

Quand on étudie les conditions physiologiques de l'action d'une diastase de l'organisme, il intervient un grand nombre de faits contingents qui peuvent enlever aux expériences quelque peu de leur rigueur. Je citerai, par exemple, le tempérament de chaque individu, sa profession, le régime alimentaire auquel il est soumis.

En outre, c'est avec l'urine des vingt-quatre heures qu'il eût

fallu expérimenter pour avoir des résultats plus précis; mais ceci était en dehors du cadre de mon travail actuel. Par suite, les observations recueillies, concernant l'influence de l'âge et du sexe, ne sauraient avoir qu'une valeur relative.

Je me suis toujours procuré le plus grand volume d'urine possible; j'en ai prélevé 10 centimètres cubes, que j'ai mélangés avec 100 centimètres cubes d'empois thymolisé. L'essai des liqueurs a été fait, après vingt-quatre heures d'étuve, à 50°.

1° Influence de l'age et du sexe.

	Hommes		Femmes		Enfants	
Maltose 0/0.	Adultes.	Vieillards.	Adultes	Vieillards.	Au-dessous de 10 ans.	De 10 à 20 ans.
—	—	—	—	—	—	—
Maximum.	2 g. 12	3 g. 80	1g . 15	1 g. 98	1 g. 28	1 g. 96
Minimum.	1 g. 04	1 g. 03	0 g. 40	0 g. 51	0 g. 10	0 g. 31
Moyenne..	1 g. 68 (1)	2 g. 05 (2)	0 g. 98 (3)	1 g. 20 (4)	0 g. 84 (5)	0 g. 88 (6)

Les indications données par ce tableau montrent que l'amylase est en proportions plus considérables dans l'urine des hommes que dans celle des femmes et des enfants; en outre, on voit que les vieillards éliminent plus de diastase que les adultes.

2° Influence de l'alimentation.

A. Mes premiers essais ont porté sur des animaux soumis d'ordinaire à un régime à peu près constant.

Chiens. — L'urine de tous les animaux mis en expérience n'a donné que des traces de sucre réducteur. Je m'étais assuré, il est vrai, que la viande était leur nourriture à peu près exclusive.

Herbivores. — J'ai fait de très nombreux essais avec des urines

(1) Moyenne de 56 essais.
(2) Moyenne de 28 essais.
(3) Moyenne de 18 essais.
(4) Moyenne de 11 essais.
(5) Moyenne de 24 essais.
(6) Moyenne de 35 essais.
Avec l'urine d'un enfant de 15 jours, je n'ai obtenu que des traces de sucre réducteur après 24 heures.

de bœuf, de veau, de mouton et je n'ai ordinairement obtenu que fort peu de maltose, quelquefois même j'ai constaté seulement la présence de produits dextriniformes, comme je l'ai déjà dit.

Porcs. — Avec l'urine de ces animaux, j'ai toujours constaté une réduction considérable.

B. *Lapins*. — Les expériences ont été plus précises avec ces animaux. Voici un essai comparatif des alimentations purement végétales (herbacées) et amylacées; j'ai complété l'observation en soumettant l'animal au régime lacté.

Je mets un lapin en cage, de façon à pouvoir recueillir toute son urine sans qu'elle soit souillée par les matières fécales.

Dès le premier jour, l'animal est soumis à un régime exclusivement végétal (choux); mais je rejette l'urine des premières vingt-quatre heures : la nourriture variée qu'on donnait précédemment à l'animal étant de nature à modifier quelque peu les résultats.

Voici le tableau indiquant les chiffres obtenus dans cette expérience :

	RÉGIME.	URINE des 24 heures en cent. cubes.	URÉE PAR LITRE.	URÉE des 24 heures.	MALTOSE avec 10 cc. d'urine dans 100 cc. empois.	MALTOSE TOTAL dans les mêmes conditions.
1er jour.	Végétal (choux).	275	2 g. 0	0 g. 55	0 g. 44	12 g. 10
2e jour.	Id. ..	330	1 g. 5	0 g. 49	0 g. 26	8 g. 38
3e jour.	Id. ..	520	0 g. 5	0 g. 26	0 g. 33	11 g. 96
4e jour.	Amylacé (avoine)	140	16 g. 0	2 g. 24	2 g. 38	33 g. 30
5e jour.	Id. ..	165	20 g. 0	3 g. 30	2 g. 44	40 g. 20
6e jour.	Id. ..	160	18 g. 0	2 g. 88	2 g. 50	40 g. 00
7e jour.	Lacté........	170	14 g. 0	2 g. 38	1 g. 00	17 g. 00
8e jour.	Id. ..	170	7 g. 6	1 g. 19	0 g. 66	11 g. 22
9e jour.	Id. ..	160	6 g. 0	0 g. 96	0 g. 69	11 g. 10
10e jour.	Végétal......	180	9 g. 5	1 g. 71.	0 g. 24	4 g. 32
11e jour.	Amylacé.....	154	14 g. 0	2 g. 16	2 g. 02	31 g. 10

La moyenne de sucre réducteur obtenu est de 10 g. 81 avec le régime herbacé, de 37 g. 83 avec le régime amylacé et de 13 g. 10 avec le régime lacté.

L'amylase a donc augmenté avec le régime amylacé et diminué considérablement sous l'influence des alimentations végétale et lactée.

Un lapin soumis à une alimentation végétale pendant dix jours a donné seulement 1 g. 38 0/0 de sucre réducteur pour l'urine totale de vingt-quatre heures.

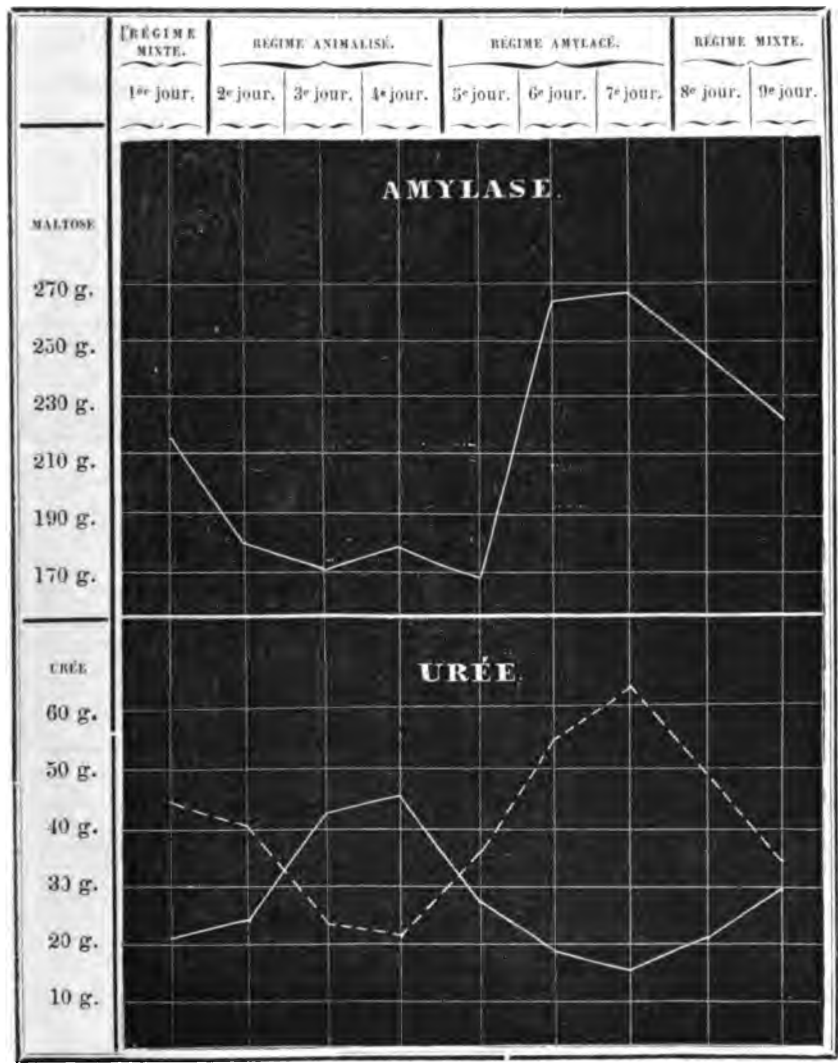
C. M. Béchamp avait observé que l'alimentation animalisée provoquait une hypersécrétion de la diastase. Comme cette conclusion me semblait *a priori* en contradiction avec mes premières recherches, j'ai fait une expérience sur moi-même, mais en me soumettant au régime indiqué d'une manière très rigoureuse; j'ai supprimé le pain pendant les trois jours qu'a duré le régime animalisé. Comme comparaison, j'ai poursuivi l'essai avec l'alimentation amylacée *exclusive*.

	RÉGIME.	URINE des 24 heures en cent. cubes.	URÉE PAR LITRE.	URÉE des 24 heures.	MALTOSE pour 10 cc. d'urine dans 100 cc. empois.	MALTOSE TOTAL dans les mêmes conditions.
1er jour.	Mixte......	975	22 g. 0	21 g. 45	2 g. 20	214 g. 50
2e jour.	Animalisé..	1350	18 g. 0	24 g. 30	1 g. 33	179 g. 55
3e jour.	Id. ..	1420	30 g. 0	42 g. 60	1 g. 26	170 g. 10
4e jour.	Id. ..	1860	24 g. 5	45 g. 57	0 g. 96	178 g. 56
5e jour.	Amylacé....	1270	21 g. 5	27 g. 30	1 g. 33	168 g. 90
6e jour.	Id. ..	1180	16 g. 0	18 g. 88	2 g. 24	264 g. 32
7e jour.	Id. ..	1170	13 g. 5	15 g. 79	2 g. 28	266 g. 76
8e jour.	Mixte......	1750	12 g. 0	21 g. 00	1 g. 40	245 g. 00
9e jour.	Id. ..	1430	20 g. 5	29 g. 32	1 g. 53	220 g. 79

Contrairement à l'opinion de M. Béchamp, le régime amylacé a provoqué une hypersécrétion notable d'amylase, puisque la moyenne du sucre réducteur formé par l'urine de ce régime est de 233 grammes, alors que celle du régime animalisé est seulement de 175 grammes; et l'on peut remarquer, en outre, que l'influence du régime peut se faire sentir encore vingt-quatre heures après qu'on l'a cessé.

Si l'on traduit par une courbe les variations obtenues, on se rend mieux compte de l'expérience. J'ai placé en dessous la courbe de l'urée, afin de bien démontrer les différences observées dans l'excrétion des deux composés.

Et pour mieux comparer les variations de l'urée à celles de l'amylase, j'ai figuré, par une courbe ponctuée, les inverses des proportions d'urée.



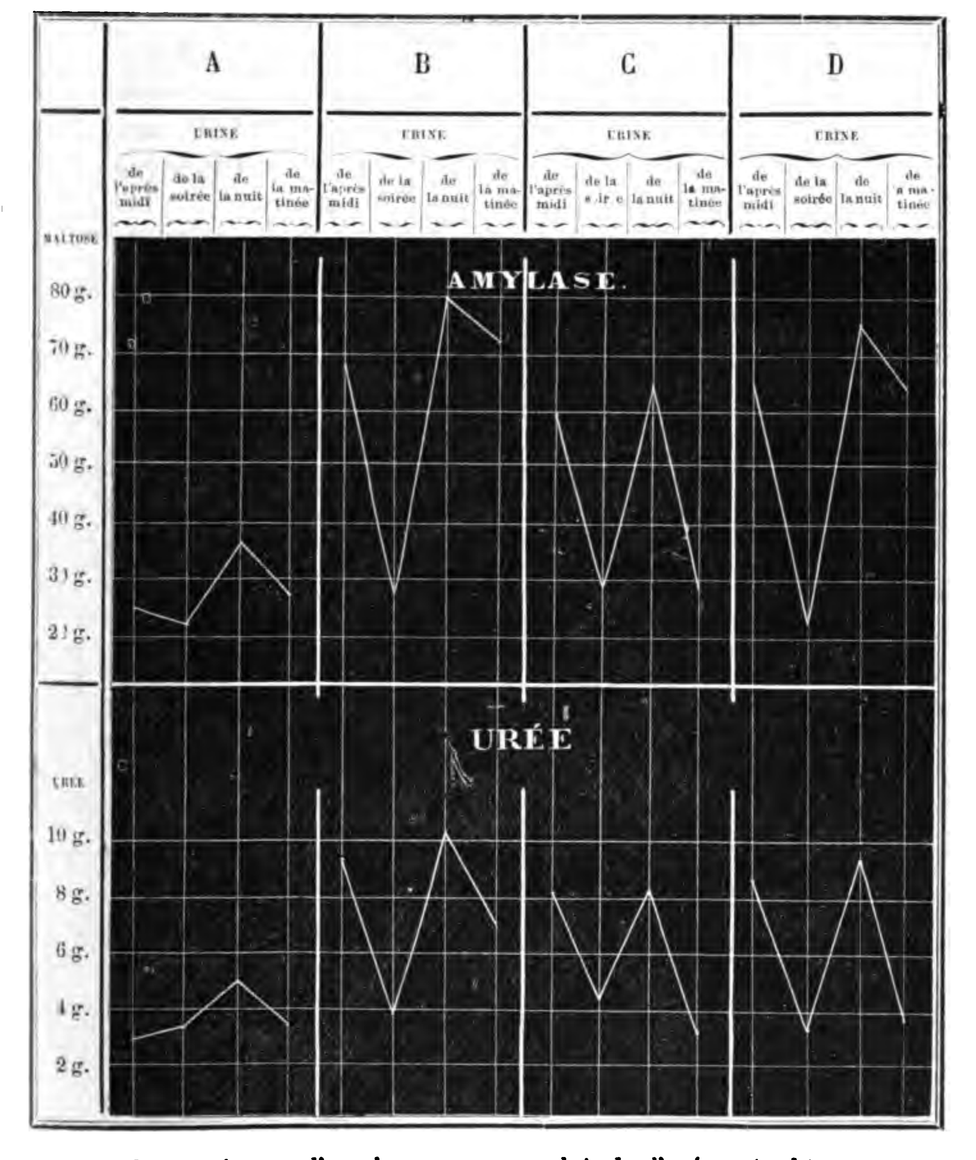
Si l'urée suit en sens inverse les oscillations de l'amylase sous l'influence de régimes exclusifs, il n'en est pas de même avec un régime mixte, comme va nous le montrer l'expérience suivante.

Cet essai avait pour but de rechercher à quel moment de la journée se trouvaient les maxima et minima de diastase.

L'expérience a été faite avec l'urine de quatre personnes à peu près du même âge, ayant le même genre d'occupation et soumises à un régime alimentaire sensiblement le même. Je les désigne par les lettres A, B, C, D.

	URINE ÉMISE.	URÉE PAR LITRE.	URÉE TOTALE.	SUCRE RÉDUCTEUR pour 10 cc. d'urine dans 100 cc. empois.	SUCRE TOTAL.
		1° Urine de midi à 6 heures.			
A	190	16 g. 0	3 g. 01	1 g. 34	25 g. 48
B	600	15 g. 5	9 g. 30	1 g. 14	68 g. 40
C	430	19 g. 0	8 g. 17	1 g. 39	59 g. 77
D	415	21 g. 0	8 g. 71	1 g. 56	64 g. 74
		2° Urine de 6 heures à 9 heures du soir.			
A	190	18 g. 25	3 g. 46	1 g. 26	23 g. 94
B	220	18 g. 00	3 g. 96	1 g. 26	27 g. 72
C	260	17 g. 25	4 g. 48	1 g. 11	28 g. 86
D	175	19 g. 50	3 g. 41	1 g. 56	24 g. 20
		3° Urine de la nuit.			
A	380	13 g. 0	4 g. 94	0 g. 96	36 g. 48
B	500	20 g. 2	10 g. 1	1 g. 59	79 g. 50
C	420	19 g. 5	8 g. 19	1 g. 56	65 g. 52
D	480	19 g. 75	9 g. 45	1 g. 59	76 g. 32
		4° Urine de la matinée.			
A	200	14 g. 0	2 g. 80	1 g. 38	27 g. 60
B	510	14 g. 0	7 g. 14	1 g. 41	71 g. 91
C	175	18 g. 0	3 g. 15	1 g 65	28 g. 87
D	205	19 g. 0	3 g. 89	2 g. 07	64 g. 35

Voici les courbes de l'amylase et de l'urée.



Le maximum d'amylase comme celui de l'urée est obtenu avec l'urine de la nuit et, en outre, il y a bien ici un certain rapport entre la sécrétion de l'urée et celle de la diastase.

On peut s'expliquer aisément cette concordance par l'influence du régime mixte.

M. Béchamp avait remarqué que l'urine de la nuit était la plus riche en néfrozymase; de même W. Sahli a observé des variations correspondantes à celles qu'établit l'expérience précédente, avec la diastase peptique de l'urine; mais pas plus que M. Béchamp il n'a pu se rendre compte de la cause de ces différences.

L'explication devient des plus faciles pour nous après l'étude précédemment faite concernant l'influence de l'alimentation. Ainsi se trouvent vérifiées d'une manière remarquable les expériences de M. Duclaux concernant le mécanisme de la sécrétion des diastases.

CHAPITRE IV

Origine de la diastase.

L'étude des phénomènes de la nutrition, chez les êtres vivants, nous enseigne que les aliments ingérés ne peuvent devenir assimilables qu'après avoir été modifiés, transformés par les diastases de l'organisme. A la pepsine, sécrétée par certaines glandes de l'estomac, échoit le rôle de solubiliser les matières albuminoïdes ou fibrineuses; le pancréas, aidé de la bile, émulsionne les graisses et saccharifie les matières féculentes; l'intestin grêle partage cette dernière fonction avec le pancréas. Les matières ainsi solubilisées sont emportées ensuite dans le torrent circulatoire.

En remarquant que chacun de ces organes sécrétait une diastase, M. Béchamp fut « amené à penser » que le rein devait aussi en contenir une; il rechercha la néfrozymase dans l'urine, mais il affirma qu'elle était secrétée par le rein.

M. Béchamp n'apporta, il est vrai, aucune preuve à l'appui de ses conclusions; toutefois dans son livre sur les Microzymas (1), il invoque une expérience de MM. J. Béchamp et E. Baltus (2) qui ont trouvé de la néfrozymase dans les uretères d'un chien. Cela pouvait démontrer que la diastase ne se formait pas dans la vessie, mais cela ne prouvait point qu'elle fût sécrétée par le rein.

Admettre la sécrétion d'une diastase par cet organe, n'était-ce pas lui attribuer un rôle physiologique comparable à celui qu'on lui avait longtemps prêté au sujet de la formation de l'urée? Or

(1) A. Béchamp, *Les Microzymas*, Paris, 1883.
(2) J. Béchamp et E. Baltus, *Sur l'origine rénale de la néfrozymase* (*Comptes rendus*, t. XCII).

personne ne conteste plus aujourd'hui le rôle négatif du rein, après la belle expérience de Dumas et Prévost, et les savantes recherches de Gréhant et Quinquaud.

J'espère montrer que le rein est aussi étranger à la formation de l'amylase qu'à celle de l'urée.

I

Je me suis borné tout d'abord à quelques essais comparatifs sans grande précision avec de l'urine et des portions de rein d'un même animal. J'ai vu que, toutes choses égales d'ailleurs, une faible quantité d'urine pouvait transformer beaucoup plus d'empois que le rein. J'ai même constaté la présence de l'amylase dans la vessie en proportions plus notables que dans le rein.

Voici une expérience plus précise.

Je mets un lapin en cage de façon à pouvoir recueillir l'urine des vingt-quatre heures. Après ce temps, je sacrifie l'animal et j'obtiens les résultats suivants :

	Volume d'urine.
Urine des 24 heures............	80 cent. cubes.
Urine trouvée dans la vessie....	32 id.

Dans trois fioles de 100 centimètres cubes contenant de l'empois thymolisé, j'ajoute (*a*) 10 centimètres cubes de l'urine trouvée dans la vessie, (*b*) même volume de l'urine des vingt-quatre heures, (*c*) un rein entier haché (1).

Après vingt-quatre heures d'étuve on trouve, après calcul (2) :

	Maltose 0/0.
Urine de la vessie........	4 g. 50
Urine des 24 heures.....	10 g. 88
Rein entier..............	3 g. 20

Voilà donc un organe qui sécrète une diastase et qui en contient

(1) J'avais haché les deux reins, une moitié avait été portée à 100°, pour l'utiliser comme témoin ; elle n'a pas donné trace de réduction.

(2) (*a*) avait donné 1 g. 43 de maltose et (*b*) 1 g. 36.

moins que l'urine d'une émission, car j'admets qu'on peut considérer comme telle l'urine trouvée dans la vessie, après la mort.

Voici une expérience plus probante faite avec une lapine sur le point de mettre bas : 10 centimètres cubes d'urine donnèrent dans les conditions ordinaires 1 g. 75 0/0 de maltose ; le rein entier ne donna que 0 g. 92, c'est-à-dire moins que 10 centimètres cubes d'urine, et il y avait 70 centimètres cubes d'urine dans la vessie qui auraient fourni 12 g. 25 de sucre réducteur.

Enfin, on verra page 159 qu'il est possible de trouver des reins ne contenant plus d'amylase alors qu'on en peut caractériser dans l'urine.

Dans les tableaux des pages 143 et 144, on peut voir que la diastase n'augmente pas, en valeur absolue, quand le volume de l'urine s'accroît ; elles permettent même d'observer le contraire. Or, si le rein était le siège de la sécrétion de la diastase, il paraît probable que plus la trame de son tissu serait traversée par des volumes croissants d'urine, et plus on devrait trouver d'amylase dans le liquide.

Ces mêmes expériences ont montré à quelles variations est soumise la sécrétion de l'amylase, sous l'influence du régime alimentaire, variations des plus faciles à expliquer si on admet que cette diastase n'est pas sécrétée par le rein, peu compréhensibles dans le cas contraire.

Si on remarque enfin que l'urine contient une diastase digestive, il sera facile d'entrevoir la véritable origine des deux diastases.

II

Si l'amylase de l'urine n'est pas sécrétée par le rein, encore faut-il pouvoir démontrer que cette *matière albuminoïde* est susceptible de traverser cet organe.

A priori, il ne paraît pas impossible qu'il puisse en être ainsi, car les diastases sont dyalisables.

On sait que la sucrase sécrétée par la levure de bière traverse très bien la membrane du champignon et il en est de même de

toutes les diastases sécrétées par les moisissures. Nous avons pu, M. Gayon et moi ([1]), obtenir, dans certains cas déterminés, jusqu'à 60 0/0 de la matière albuminoïde des levures et des moisissures, sans que celles-ci fussent tuées par les traitements auxquels nous les avions soumises. Et ces expériences se rapprochent beaucoup plus des conditions naturelles, au point de vue de la perméabilité des membranes cellulaires de l'organisme, que les essais qu'on peut faire dans les laboratoires avec les diverses membranes artificielles.

M. Gayon ([2]) a d'ailleurs établi le rôle respectif des membranes vis-à-vis des diastases en général.

Pour compléter ces recherches, j'ai fait une expérience avec l'amylase de l'urine.

Je mets dans un endosmomètre 10 centimètres cubes d'urine thymolisée et dans la fiole inférieure 30 centimètres cubes d'eau distillée également thymolisée.

Après trente heures, je recueille :

a............	L'urine de l'endosmomètre.
b............	Le liquide inférieur.
c............	La membrane (en papier parchemin).

Je prépare quatre fioles dont les trois premières contiennent chacun des liquides et la membrane, la quatrième, 10 centimètres cubes de la même urine que j'avais réservée dans une fiole à côté de l'appareil. Je complète le volume de 100 centimètres cubes avec de l'empois thymolisé. Après vingt-quatre heures d'étuve (50°), j'obtiens :

		Maltose 0/0.
a............	0 g. 83	1 g. 71
b............	0 g. 52	
c............	0 g. 36	
d......................		1 g. 98

([1]) Gayon et Dubourg, *Sur la sécrétion anormale des matières azotées de levures et de moisissures* (*Comptes rendus*, avril 1886).

([2]) Gayon, *Procès-verbaux de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 1883.

a, b, c ne donnent pas des chiffres formant un total égal à celui de *d*, car il y a évidemment des pertes dans les diverses manipulations; mais la dyalise de l'amylase résulte bien de l'expérience.

III

Pour que la démonstration soit complète, il suffira de démontrer qu'une diastase est susceptible de traverser le rein.

Si j'injecte dans le système veineux la solution d'une diastase, si elle passe à travers le rein et se retrouve dans l'urine, la preuve sera faite.

J'ai choisi la sucrase, car elle n'existe ni dans le rein ni dans l'urine, à l'état normal, du moins, comme je m'en suis assuré maintes fois.

Première expérience.

Je mets un lapin en cage, de façon à pouvoir recueillir son urine. Après vingt-quatre heures, je fais un essai en ajoutant à 100 centimètres cubes de ce liquide 5 grammes de sucre de canne; je n'ai pas trace de réduction après douze heures d'étuve (50°).

J'injecte alors dans la veine fémorale 20 centimètres cubes d'une solution de sucrase, dont 1 centimètre cube réduit 2 g. 90 de sucre dans 100 centimètres cubes d'eau, après dix heures d'étuve.

Je remets le lapin dans la cage. Après quelques heures, j'ai recueilli 120 centimètres cubes d'urine. Je les partage en deux parties : une fiole (*a*) est portée à 100°, puis, après refroidissement, additionnée de 5 grammes de sucre de canne; la deuxième (*b*) est également additionnée de sucre, mais sans aucun traitement préalable. J'ajoute 1/1000e de thymol et je porte à l'étuve (50°).

Après 12 heures.

a...........	Pas de réduction.
b...........	0 g. 55 0/0 de sucre interverti.

J'ai obtenu les mêmes résultats dans deux autres expériences. Une diastase peut donc passer du sang dans l'urine.

Deuxième expérience.

Après avoir éprouvé l'urine d'un animal (lapin) comme précédemment, j'injecte 30 centimètres cubes d'une solution de sucrase dont 1 centimètre cube transforme 3 g. 65 0/0 de sucre après dix heures.

Une heure après l'opération, l'animal est sacrifié; il avait déjà uriné 65 centimètres cubes de liquide : j'ai obtenu avec ce volume 0 g. 28 0/0 de sucre interverti en douze heures.

Mais j'avais pris également les deux reins dans le but de rechercher si cet organe ne localiserait pas la sucrase.

Après les avoir bien lavés extérieurement, je les ai coupés en petits morceaux avec des ciseaux flambés. Une moitié de la masse fut portée à 100°, puis, après refroidissement, additionnée d'eau thymolisée contenant 5 0/0 de sucre de canne. Une deuxième fiole, contenant le rein non chauffé, fut additionnée de la même eau sucrée.

	Après 12 heures d'étuve (50°).
1re fiole.....	Traces de réduction.
2e fiole	2 g. 62 0/0 de sucre interverti.

Ainsi, en une heure, le rein avait déjà localisé une proportion notable de la sucrase injectée. Nul doute que si l'animal avait survécu, l'urine n'eût entraîné peu à peu la diastase retenue par le rein avec tant d'activité.

Cette expérience explique pourquoi le rein peut contenir quelquefois une proportion assez élevée de l'amylase de l'urine et apporte ainsi une preuve nouvelle de la non-sécrétion de la diastase par cet organe.

IV

Puisque le rein ne sécrète pas l'amylase, il reste enfin à rechercher sa véritable origine.

J'étudierai l'amylase contenue dans le sang et si je démontre qu'elle possède les mêmes propriétés physiologiques que celle de l'urine, que ses variations sont soumises aux mêmes influences, il me sera sans doute possible de les faire dériver l'une de l'autre.

J'irai plus loin : en étudiant la diastase du foie, je prouverai que, pareille à celle du sang et de l'urine, elle possède les mêmes propriétés physiologiques et obéit aux mêmes lois.

J'exposerai d'abord les expériences relatives à la nature des deux amylases, ramenant ensuite dans un même paragraphe l'étude de leurs variations.

A. Amylase du sang.

Magendie et Claude Bernard avaient observé que le sérum du sang peut saccharifier l'amidon. Les essais qui suivent confirment les observations des illustres savants.

Première expérience.

Je sacrifie un lapin soumis à un *régime amylacé,* je recueille le sang à la sortie de la veine. J'en verse ensuite 20 centimètres cubes dans une fiole de 100 centimètres cubes, et je complète le volume de 100 centimètres cubes avec de l'empois thymolisé. Une seconde fiole additionnée aussi d'empois, mais contenant le même volume de sang préalablement chauffé à 100°, est portée avec la première à l'étuve (37°) (1). Après vingt-quatre heures, on a :

	Maltose 0/0.
1re fiole.....................	1 g. 42
2e fiole.....................	traces

On n'obtient pas toujours des chiffres aussi élevés, parce que, d'une part, le caillot retient une partie de la diastase, et, d'autre part, pour faire les essais à la liqueur de Fehling, il faut coaguler le liquide par la chaleur, puis filtrer sur du noir, toutes manipulations qui entraînent des pertes.

(1) Les expériences avec le sang ont été faites à 37°5 afin d'éviter la coagulation des matières albuminoïdes qui commence quelquefois à 50°.

Deuxième expérience.

Dans le but de rechercher si l'amylase du sang poussait l'hydratation jusqu'au glucose, je prépare une solution de maltose dont je prends 50 centimètres cubes, que je verse dans une fiole de 100 centimètres cubes; j'ajoute 25 centimètres cubes de sang provenant d'un animal (lapin) soumis à un régime amylacé depuis cinq jours (*a*). Une deuxième fiole contient les mêmes volumes de solution de maltose et de sang chauffée à 100° (*b*). Après deux jours d'étuve (37°5), on obtient :

	Rotation en degrés saccharimétriques.	Différence.	Volume de liqueur dédoublée pour décolorer 10 cc. liqueur de Fehling.	Différence.
	—	—	—	—
a....	16.80	»	8.2	»
b....	20.50	3.7	9.6	1.4

Il y a eu hydratation, puisque le pouvoir réducteur a augmenté en (*a*) lorsque la rotation diminuait.

Les transformations provoquées par l'amylase du sang sont donc de même nature que celles qu'on observe avec la diastase de l'urine.

B. Amylase du foie.

Depuis le jour où Claude Bernard annonça la présence, dans le foie, d'une diastase susceptible de transformer le glycogène en sucre assimilable, des travaux considérables ont été entrepris dans le but de vérifier les conclusions de l'illustre physiologiste.

Dans un mémoire récent (1), M. Dastre, après avoir fait un historique complet de la question, après avoir rappelé et discuté les assertions contradictoires de divers savants, conclut, après de nombreuses expériences, à la non-existence d'une diastase isolable, séparable. Cependant, comme il a observé formation de sucre réducteur, il attribue le phénomène à l'activité vitale des cellules hépatiques.

(1) Dastre, *Physiologie du foie. Recherches sur les ferments hépatiques* (*Archives de physiologie normale et pathologique*, 1888).

M. Dastre, il est vrai, expérimente à la température de 0°; or, comme la diastase est en très faible quantité dans le foie, dans les conditions où il opère, on ne saurait être surpris des résultats négatifs obtenus.

J'ai fait mes essais avec des foies hydrotomisés, selon le procédé indiqué par M. Dastre lui-même; j'ai même poussé quelquefois les lavages plus loin, et, jamais, je n'ai pu débarrasser complètement ces organes de l'amylase. Mais au lieu de porter les mélanges d'empois et de foie à la glacière, j'expérimentais à 50°, après addition de 1/500e de thymol : les liquides étant ici plus susceptibles d'être altérés.

J'ai eu l'occasion de prendre deux parties d'un même foie, l'une était portée à la glacière après addition d'empois, l'autre à 50°; cette dernière seulement me donnait du sucre réducteur, en proportions dosables.

Avec les foies longuement lavés, on obtient quelquefois des traces de maltose, tandis que si l'on a soin, quand le lavage est commencé depuis quelques minutes, de détacher un des lobes, il fournit souvent, toutes choses égales d'ailleurs, dix fois plus de sucre réducteur qu'un poids égal du même organe lavé.

On se trouve dès lors en présence de deux hypothèses : ou bien l'amylase est sécrétée par les cellules du foie ou elle est apportée par le sang.

La diminution de la diastase, sous l'influence du lavage, n'implique pas, en effet, sa présence exclusive dans le sang. Puisqu'elle est dyalisable, elle peut être entraînée par l'eau et traverser les membranes cellulaires, car il se produit évidemment des phénomènes d'osmose pendant le lavage.

Cependant, il est beaucoup plus probable que l'amylase du foie provient du sang : j'appuie cette opinion sur les faibles quantités de diastase qu'on trouve ordinairement dans cet organe, même non lavé, mais aussi sur les variations que nous verrons se produire sous l'influence du régime alimentaire.

En ce qui concerne son rôle physiologique, peu importe qu'elle soit sécrétée par les cellules hépatiques ou apportée par le sang;

dans ce dernier cas, rien ne s'oppose à admettre que les échanges osmotiques continuels qui s'opèrent entre le sang des capillaires et les liquides des tissus dont il parcourt la trame, ne doivent permettre à l'amylase de traverser les membranes et de se trouver en présence du glycogène localisé dans le foie.

En terminant, voici quelques chiffres obtenus avec des foies provenant tous d'animaux soumis *à un régime amylacé.*

Après avoir broyé l'organe, j'en ajoute 10 grammes à 100 centimètres cubes d'empois thymolisé à 1/500e.

Après vingt-quatre heures d'étuve (50°) :

	Maltose 0.0.
	—
a Foie non lavé	1 g. 12
b Témoin (foie préalablement chauffé à 100°)	traces
c Foie lavé	0 g. 12
d Témoin	traces

L'expérience avec le maltose a donné les chiffres suivants après trois jours d'étuve :

	Rotation en degrés saccharimétriques.	Quantité de liqueur dédoublée pour décolorer 10 cc. liqueur Fehling.
	—	—
a	19.20	7 cc. 2
b	23.50	8 cc. 7
c	23.30	8 cc. 6
d	23.45	8 cc. 8

La différence est sensible en *a*, mais à peine sensible en *c*. Le foie a donc hydraté le maltose, et cette transformation est bien due à une diastase, puisque les témoins n'ont pas subi de modifications.

Comme l'avait vu Claude Bernard, le foie contient bien une amylase, et cette amylase possède les mêmes propriétés physiologiques que celles du sang et de l'urine.

C. Variations des deux amylases.

Je réunis ici deux expériences faites exactement dans les mêmes conditions, avec les organes de deux lapins soumis depuis huit

jours au régime indiqué. J'ai ajouté le rein et l'urine, afin que la comparaison fût complète.

Les chiffres indiquent les quantités de maltose formé après vingt-quatre heures d'étuve.

	Lapin n° 1. Régime amylacé.	Lapin n° 2. Régime végétal (herbacé).
Sang	1 g. 05	0 g. 62
Foie non lavé	1 g. 32	traces
Foie lavé	0 g. 12	traces
Rein	1 g. 92	traces
Urine	1 g. 75	0 g. 37

Les essais ont été faits avec 10 centimètres cubes de sang, 10 grammes de foie, un rein entier, 10 centimètres cubes d'urine.

J'ai trouvé dans la vessie du premier lapin 70 centimètres cubes d'urine : ce volume aurait donné dans les mêmes conditions 12 g. 25 de sucre réducteur; l'urine trouvée dans la vessie du second (45 centimètres cubes) eût fourni seulement 1 g. 67.

Ces expériences montrent bien que l'alimentation n'influe pas seulement sur l'amylase de l'urine; la sécrétion de la diastase du foie, du sang est également atteinte.

Si l'on remarque, en se reportant aux recherches de M. Bourquelot, que les amylases sécrétées ou retenues par le pancréas et l'intestin possèdent exactement les mêmes propriétés physiologiques, on peut se demander si toutes ces diastases n'ont pas la même origine, ne proviennent pas des viscères abdominaux.

Mais des expériences qui précèdent se dégage aussi une nouvelle conclusion : puisque ces amylases poussent l'hydratation des matières féculentes jusqu'au glucose, elles rendent compte de la nature du sucre de diabète.

On trouve, en effet, constamment du glucose et non du maltose dans l'urine des diabétiques. J'ai eu l'occasion d'examiner un nombre considérable de ces urines, et j'ai toujours trouvé du glucose.

Mais lorsqu'on fait des expériences en faisant agir des urines de diabétique sur des solutions de maltose, on remarque que les transformations sont ordinairement faibles et d'autant moins

sensibles que le diabète présente un caractère plus grave. On pourrait sans aucun doute trouver une explication à ces anomalies apparentes, mais ceci est en dehors du cadre de mon travail actuel.

Quant à la nature du sucre contenu dans le sang, il semble qu'il soit plus malaisé de se prononcer. C'est probablement du glucose, mais rien n'empêche de supposer qu'il puisse y avoir un mélange des deux sucres, comme l'ont affirmé Musculus et de Mering.

Quelques expériences tentées dans le but d'élucider le problème n'ont pu me fournir que des résultats douteux.

Si on provoque la glycosurie chez divers animaux au moyen d'injections de glucose, on trouve toujours du glucose seul dans l'urine. Je l'ai observé dans quatre expériences.

Le diabète expérimental obtenu avec la phlorizine conduit aux mêmes résultats, comme l'ont observé récemment MM. Germain Sée et Gley (1).

Je citerai cependant une observation dans laquelle j'ai obtenu des chiffres autorisant peut-être quelques doutes.

J'avais injecté à un lapin de l'eau de levure pour me rendre compte du passage de la sucrase à travers le rein; l'animal eut un accès de glycosurie passagère.

J'obtins avec l'urine essayée :

Rotation en degrés saccharimétriques.	Sucre calculé d'après la rotation.	Sucre calculé d'après la réduction.
4°1	0 g. 84 en glucose.	0 g. 60 en glucose.
»	0 g. 30 en maltose.	0 g. 90 en maltose.

En chauffant à 105°, comme l'indique M. Bourquelot, j'ai obtenu une légère diminution de rotation, en même temps que le pouvoir réducteur de la liqueur augmentait sensiblement. Malheureusement, il m'a été impossible de provoquer de nouveau un accident semblable avec l'eau de levure.

D'ailleurs, tant qu'on n'aura pu parvenir à isoler le sucre du

(1) Germain Sée et Gley, *Comptes rendus*, février, 1889.

sang, il restera un doute à ce sujet. MM. Dastre et Bourquelot, en opérant avec cinq litres de sang, ont obtenu une matière réductrice, qui, d'après eux, aurait pu être transformée en glucose, par suite des manipulations subies par les liqueurs, dans le cas où il y aurait eu du maltose.

J'ai moi-même fait un essai avec vingt litres de sérum de sang de bœuf; j'ai obtenu une matière réductrice très dosable, puisqu'elle correspondait à 6 g. 80 par litre calculée en glucose; mais, chose singulière, j'avais en même temps une rotation gauche légère que ni la chaleur ni les acides n'ont pu faire disparaître : je l'ai attribuée à une matière albuminoïde.

Il reste donc là une lacune que des difficultés expérimentales particulières rendent très difficile à combler.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

1° Après avoir fixé les meilleures conditions d'expériences, j'ai établi la nature et le rôle de la *néfrozymase* de M. Béchamp : c'est une amylase poussant l'hydratation de l'amidon jusqu'au glucose; caractère qui la distingue de la diastase du malt.

2° L'étude des conditions physiologiques de l'action de cette amylase m'a permis de confirmer les expériences de M. Duclaux, concernant le mécanisme de la sécrétion des diastases.

3° En rapprochant les diverses propriétés de l'amylase de l'urine de celles des autres amylases de l'organisme, j'ai pu montrer leur identité et apporter des preuves suffisantes en faveur de leur origine commune : les viscères abdominaux.

Si l'on admet, avec M. Duclaux [1], que dans l'acte de la digestion intestinale, la part des diastases sécrétées par les micro-organismes est au moins comparable, pour sa puissance, à celles des diastases provenant des liquides normaux de l'organisme, on peut se rendre compte, d'après les recherches qui viennent d'être exposées, du rôle considérable joué par les microbes, dans les phénomènes généraux de la nutrition.

4° La nature des transformations provoquées par ces diverses amylases nous fournit l'explication de la présence constante du glucose seul dans les urines sucrées.

---

(1) *Microbiologie*, p. 804.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

CONNEXITÉ ET GÉNÉRALISATION

DE TROIS LIEUX GÉOMÉTRIQUES REMARQUABLES

PAR M. L'ABBÉ ISSALY

INTRODUCTION

Les trois lieux géométriques que nous avons en vue sont : 1° le cône de Malus; 2° l'hyperboloïde de Plücker; 3° la surface de l'onde de Fresnel.

Nous ferons voir d'abord que le cône de Malus donne naissance à un second cône qui en est l'*orthogonal.*

Ce nouveau cône, bien distinct du supplémentaire, jouit vis-à-vis du premier de propriétés corrélatives. Si le cône de Malus, en effet, correspond d'une manière générale aux lignes de courbure, soit des systèmes rectilignes, soit des surfaces, le second correspond à leurs lignes asymptotiques.

Entre ces deux cônes, il en existe une infinité d'autres, du second degré comme eux, et dont les propriétés généralisent celles des deux cônes extrêmes.

L'hyperboloïde de Plücker se rattache, on le sait, au cône de Malus. Il en est encore de même d'une autre quadrique comprenant celle de Plücker comme cas particulier et que nous aurons occasion de faire connaître.

Quant à la surface de l'onde, soit qu'on la prenne sous sa forme ordinaire, soit qu'on la généralise par le même procédé que la surface précédente, elle se rattache directement à l'orthogonal du cône de Malus.

Mais, pour mettre en pleine évidence cette connexité multiple, quelques développements préparatoires nous paraissent indispensables.

I

Pseudo-surfaces coordonnées. — Formules préliminaires.

1. Considérons un trièdre tri-rectangle mobile OXYZ dont les arêtes aient respectivement pour cosinus directeurs (a, b, c), (a', b', c'), (a'', b'', c'') par rapport à un trièdre tri-rectangle fixe $Oxyz$.

Soient (s), (s'), (s'') trois courbes gauches variables de forme et de position. Prises tout d'abord deux à deux, ces courbes peuvent, par leurs déplacements successifs, engendrer trois de ces réseaux de quadrilatères infinitésimaux *non fermés*, mais dans lesquels la distance de deux côtés adjacents n'excède pas un infiniment petit du second ordre, que nous avons, dans un Mémoire antérieur [1], qualifiés de *pseudo-surfaces*.

Voilà, sous sa définition la plus simple, l'élément géométrique nouveau qui seul, bien que non susceptible d'être représenté par une équation finie en x, y, z, comme sa limite, la surface, correspondra d'une manière adéquate à la généralité de nos formules.

C'est à cet élément, du reste, et non aux surfaces, ajoutons-le en passant, que se rapportent, sans exception aucune, toutes les formules de cinématique relatives aux mouvements à deux ou à trois variables d'un corps solide.

Du mode de génération indiqué ci-dessus il résulte que trois systèmes orthogonaux de pseudo surfaces constituent un système de coordonnées analogue à celui que forment les trois familles de surfaces orthogonales qu'elles ont pour limites.

Le point commun à ces pseudo-surfaces nous servira à représenter notamment les positions diverses que peut occuper le sommet du trièdre mobile autour de sa position initiale O prise pour origine. — Mais revenons à nos directrices coordonnées.

[1] *Nouveaux principes de la théorie des congruences de droites.* — Mémoire inséré au tome XVI du *Bulletin de la Société mathématique de France.*

On peut les considérer comme étant en contact ou, pour mieux dire, en pseudo-contact au point O avec les arêtes du trièdre OXYZ et, de plus, comme se confondant (aux infiniment petits du second ordre près) avec les intersections deux à deux des trois pseudo-surfaces coordonnées.

Ceci posé, soient $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{R'}$, $\frac{1}{R''}$, les premières courbures des directrices (s), (s'), (s''). On a les relations immédiates :

$$\frac{\partial a}{\partial s}=\frac{\cos(R,x)}{R}=\frac{a'}{R_Y}+\frac{a''}{R_Z},$$
$$\frac{\partial a'}{\partial s'}=\frac{\cos(R'.x)}{R'}=\frac{a''}{R'_Z}+\frac{a}{R'_X},$$
$$\frac{\partial a''}{\partial s''}=\frac{\cos(R'',x)}{R''}=\frac{a}{R''_X}+\frac{a'}{R''_Y}.$$

Posons, par analogie :

$$\frac{\partial a}{\partial s'}=\frac{\cos(N',x)}{N'}=\frac{a'}{N'_Y}+\frac{a''}{N'_Z},\qquad \frac{\partial a}{\partial s''}=\frac{\cos(M'',x)}{M''}=\frac{a'}{M''_Y}+\frac{a''}{M''_Z},$$
$$\frac{\partial a'}{\partial s''}=\frac{\cos(N'',x)}{N''}=\frac{a''}{N''_Z}+\frac{a}{N''_X},\qquad \frac{\partial a'}{\partial s}=\frac{\cos(M,x)}{M}=\frac{a''}{M_Z}+\frac{a}{M_X},$$
$$\frac{\partial a''}{\partial s}=\frac{\cos(N,x)}{N}=\frac{a}{N_X}+\frac{a'}{N_Y};\qquad \frac{\partial a''}{\partial s'}=\frac{\cos(M',x)}{M'}=\frac{a}{M'_X}+\frac{a'}{M'_Y};$$

puis, différentions successivement par rapport à s, s', s'' les trois relations

$$a'a''+b'b''+c'c''=0,$$
$$a''a+b''b+c''c=0,$$
$$a\,a'+b\,b'+c\,c'=0.$$

En adoptant pour nos trois variables la notation en usage en cinématique, on aura :

$$p=\frac{1}{M_Z}=-\frac{1}{N_Y},\qquad p'=\frac{1}{R'_Z}=-\frac{1}{M'_Y},\qquad p''=\frac{1}{N''_Z}=-\frac{1}{R''_Y},$$
$$q=\frac{1}{N_X}=-\frac{1}{R_Z},\qquad q'=\frac{1}{M'_X}=-\frac{1}{N'_Z},\qquad q''=\frac{1}{R''_X}=-\frac{1}{M''_Z},$$
$$r=\frac{1}{R_Y}=-\frac{1}{M_X},\qquad r'=\frac{1}{N'_Y}=-\frac{1}{R'_X},\qquad r''=\frac{1}{M''_Y}=-\frac{1}{N''_X}.$$

Substituant dans les dérivées partielles ci-dessus, il vient d'abord :

$$
(1)\qquad \left\{
\begin{aligned}
\frac{\partial a}{\partial s} &= a'r - a''q,\\
\frac{\partial a'}{\partial s} &= a''p - a\,r,\\
\frac{\partial a''}{\partial s} &= a\,q - a'p,
\end{aligned}
\right.
$$

système fondamental connu, où la variable s remplace la variable usuelle t, et qui se complète ici de deux autres n'en différant qu'en ce que p, q, r, s s'y trouvent remplacés par p', q', r', s' et par p'', q'', r'', s''.

2. *Cas particuliers.* — 1° Supposons qu'en leur point commun on ait respectivement pour chacune des pseudo-surfaces coordonnées :

$$
(2)\qquad r' = q'', \qquad p'' = r, \qquad q = p',
$$

c'est-à-dire :

$$
\frac{1}{R'_x} + \frac{1}{R''_x} = 0, \qquad \frac{1}{R''_y} + \frac{1}{R_y} = 0, \qquad \frac{1}{R_z} + \frac{1}{R'_z} = 0;
$$

par définition alors ces trois pseudo-surfaces seront des ***pseudo-surfaces minima***.

Par extension de mots, nous dirons que les conditions (2) sont des ***conditions minima***.

2° Supposons qne l'on ait semblablement :

$$
(3)\qquad q' = -r'', \qquad r'' = -p, \qquad p = -q',
$$

et par suite :

$$
(3')\qquad p = q' = r'' = 0.
$$

C'est le cas où les trois pseudo-surfaces coordonnées deviennent des surfaces. En effet, on peut vérifier, soit directement, soit à l'aide du Mémoire cité, que la condition $p = -q'$, par exemple,

est celle qui transforme en indicatrice de surface l'indicatrice de la pseudo-surface coordonnée tangente, à l'origine, au plan des XY.

Que si l'on a, en particulier, $p = 0$, $q' = 0$, c'est qu'alors les axes OX, OY coïncident avec les axes de figure de l'indicatrice de la surface.

Enfin, lorsque avec $p = 0$, $q' = 0$, on a aussi $r'' = 0$, une transformation de même nature s'opère sur les plans des YZ et des ZX simultanément.

3. Actuellement, différentions par rapport à s le système suivant :

$$x = aX + a'Y + a''Z,$$
$$y = bX + b'Y + b''Z,$$
$$z = cX + c'Y + c''Z,$$

où X, Y, Z seront traités comme des constantes; nous aurons :

$$\frac{\partial x}{\partial s} = X\frac{\partial a}{\partial s} + Y\frac{\partial a'}{\partial s} + Z\frac{\partial a''}{\partial s},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

et si l'on projette ces trois composantes sur les axes mobiles, il viendra :

$$(4)\qquad \begin{cases} u_x = qZ - rY, \\ u_y = rX - pZ, \\ u_z = pY - qX. \end{cases}$$

La différentiation par rapport à s' et à s'' fournirait des valeurs pour u'_x, u''_x ..., qu'on peut déduire des précédentes en y affectant les coefficients des variables d'un ou de deux accents.

4. A chaque couple de valeurs attribuées aux rapports arbitraires $\frac{ds}{ds''}$, $\frac{ds'}{ds''}$ correspond, dans l'espace, une direction unique et bien déterminée OA, qu'on peut qualifier de *direction de départ*, parce qu'elle n'est autre que celle de la tangente à la

directrice résultante (S) produite par les directrices composantes (s), (s'), (s'').

Désignons par α, β, γ les angles que fait OA avec les axes mobiles. Comme on a

(5) $$\frac{ds}{\cos\alpha} = \frac{ds'}{\cos\beta} = \frac{ds''}{\cos\gamma} = \frac{dS}{1},$$

l'arc élémentaire dS situé dans la direction OA prendra convenablement aussi, par analogie, le nom d'*élément de départ*.

5. Ceci nous mène à former les dérivées totales des cosinus directeurs des axes coordonnés; ce sont :

$$\frac{da}{dS} = \frac{\partial a}{\partial s}\cos\alpha + \frac{\partial a}{\partial s'}\cos\beta + \frac{\partial a}{\partial s''}\cos\gamma,$$

....

Posant, pour abréger :

(6) $$\left\{\begin{aligned} P &= p\cos\alpha + p'\cos\beta + p''\cos\gamma,\\ Q &= q\cos\alpha + q'\cos\beta + q''\cos\gamma,\\ R &= r\cos\alpha + r'\cos\beta + r''\cos\gamma,\end{aligned}\right.$$

ou bien

(6') $$P\,dS = p\,ds + p'\,ds' + p''ds'',$$

....

les calculs de différentiation, par rapport à s, effectués ci-dessus, prouvent que, repris par rapport à S, ils donneront les systèmes généraux suivants :

(7) $$\left\{\begin{aligned} \frac{da}{dS} &= a'R - a''Q,\\ \frac{da'}{dS} &= a''P - a\,R,\\ \frac{da''}{dS} &= a\,Q - a'P,\end{aligned}\right.$$

(8) $$\left\{\begin{aligned} U_x &= QZ - RY,\\ U_y &= RX - PZ,\\ U_z &= PY - QX.\end{aligned}\right.$$

II

Cône directif ou de Malus.

6. Soient OL une direction quelconque issue de l'origine, O'L' la position infiniment voisine qu'elle prend quand O devient O'.

Désignons par (λ, μ, ν) les cosinus directeurs de OL par rapport aux axes fixes, et par $d\sigma$, $d\sigma'$, $d\sigma''$ les projections de l'élément de départ OO' ou dS sur ces mêmes axes.

La condition de rencontre de OL avec O'L' pourra s'écrire :

$$\begin{vmatrix} d\sigma & d\sigma' & d\sigma'' \\ \lambda & \mu & \nu \\ d\lambda & d\mu & d\nu \end{vmatrix} = 0.$$

Concevons maintenant qu'il existe une relation quelconque entre λ, μ, ν et σ, σ', σ'', on aura, par hypothèse :

$$(9) \qquad d\lambda = \frac{\partial\lambda}{\partial\sigma}\,d\sigma + \frac{\partial\lambda}{\partial\sigma'}\,d\sigma' + \frac{\partial\lambda}{\partial\sigma''}\,d\sigma'',$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

et comme les équations de dS sont

$$\frac{x}{d\sigma} = \frac{y}{d\sigma'} = \frac{z}{d\sigma''},$$

le lieu de cet élément sera représenté par

$$(10) \qquad \begin{vmatrix} x & y & z \\ \lambda & \mu & \nu \\ d\lambda & d\mu & d\nu \end{vmatrix} = 0,$$

ou bien

$$(10') \quad (\mu d\nu - \nu d\mu)x + (\nu d\lambda - \lambda d\mu)y + (\lambda d\mu - \mu d\lambda)z = 0.$$

En développant, à l'aide de (9), les dérivées totales qui y entrent, on obtient un cône du second degré passant par OL.

C'est, sous sa forme, à la fois la plus générale et la plus simple, le célèbre cône de Malus.

Pour interpréter géométriquement les différentielles totales $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$, désignons par a_ε, b_ε, c_ε les cosinus directeurs de la perpendiculaire OK élevée sur OL dans le plan de l'angle de contingence LOL'_1 ou $d\varepsilon$; on a

$$(11) \qquad \frac{a_\varepsilon}{d\lambda} = \frac{b_\varepsilon}{d\mu} = \frac{c_\varepsilon}{d\nu} = \frac{1}{\sqrt{d\lambda^2 + d\mu^2 + d\nu^2}} = \frac{1}{d\varepsilon}.$$

Ainsi les différentielles $d\lambda$, $d\mu$, $d\nu$ sont proportionnelles aux cosinus directeurs de la perpendiculaire OK.

Cette remarque nous sera utile dans la suite.

7. *Application.* — Faisons coïncider le trièdre mobile avec le trièdre fixe, et prenons successivement pour OL les trois arêtes du premier de ces trièdres. Il faudra poser :

$$(12) \qquad \begin{cases} \lambda = a = 1, & \mu = b = 0, & \nu = c = 0, \\ \lambda = a' = 0, & \mu = b' = 1, & \nu = c' = 0, \\ \lambda = a'' = 0, & \mu = b'' = 0, & \nu = c'' = 1, \end{cases}$$

puis substituer ds, ds', ds'' à $d\sigma$, $d\sigma'$, $d\sigma''$. On obtient ainsi les trois cônes directifs :

$$\frac{dc}{dS}\,\mathrm{Y} - \frac{db}{dS}\,\mathrm{Z} = 0,$$

$$\frac{da'}{dS}\,\mathrm{Z} - \frac{dc'}{dS}\,\mathrm{X} = 0,$$

$$\frac{db''}{dS}\,\mathrm{X} - \frac{da''}{dS}\,\mathrm{Y} = 0,$$

ou

$$(q\mathrm{X} + q'\mathrm{Y} + q''\mathrm{Z})\mathrm{Y} + (r\mathrm{X} + r'\mathrm{Y} + r''\mathrm{Z})\mathrm{Z} = 0,$$

$$(r\mathrm{X} + r'\mathrm{Y} + r''\mathrm{Z})\mathrm{Z} + (p\mathrm{X} + p'\mathrm{Y} + p''\mathrm{Z})\mathrm{X} = 0,$$

$$(p\mathrm{X} + p'\mathrm{Y} + p''\mathrm{Z})\mathrm{X} + (q\mathrm{X} + q'\mathrm{Y} + q''\mathrm{Z})\mathrm{Y} = 0.$$

Voici quelques conséquences :

1° Si l'on forme les équations des traces de ces cônes en faisant

respectivement X = 0, Y = 0, Z = 0, et qu'on y remplace les coordonnées courantes par ds, ds', ds'', il vient le nouveau système :

$$q'ds'^2 + (r' + q'')ds'ds'' + r''ds''^2 = 0,$$
$$r''ds''^2 + (p'' + r)ds''ds + p\,ds^2 = 0,$$
$$p\,ds^2 + (q + p')ds\,ds' + p'ds'^2 = 0.$$

Ce sont, comme on pouvait s'y attendre, les équations des lignes de courbure (angulaires) des trois pseudo-surfaces coordonnées.

2° Quand ces pseudo-surfaces deviennent des surfaces, ce qui exige (n° 2) que l'on ait

$$p = q' = r'' = 0,$$

leurs lignes de courbure se réduisent à

$$ds'ds'' = 0, \qquad ds''ds = 0, \qquad ds\,ds' = 0.$$

Elles sont donc tangentes aux trois arêtes du trièdre OXYZ et par suite aux courbes d'intersection des trois *surfaces orthogonales* coordonnées. C'est le théorème de Dupin.

III

Cône normo-directif ou orthogonal de Malus.

—

8. Dans le cône de Malus, l'élément de départ reste situé dans le plan de l'angle de contingence $d\varepsilon$. Assujettissons maintenant cet élément à rester dans le plan mené par OL perpendiculairement au plan de cet angle.

Soient (a'_1, b'_1, c'_1) les cosinus directeurs de la perpendiculaire OK' au plan de l'angle $d\varepsilon$. On a les conditions :

$$\begin{vmatrix} d\sigma & d\sigma' & d\sigma'' \\ \lambda & \mu & \nu \\ a'_\varepsilon & b'_\varepsilon & c'_\varepsilon \end{vmatrix} = 0,$$

(13) $$\frac{a'_\varepsilon}{\mu d\nu - \nu d\mu} = \frac{b'_\varepsilon}{\nu d\lambda - \lambda d\nu} = \frac{c'_\varepsilon}{\lambda d\mu - \mu d\lambda} = \frac{1}{d\varepsilon};$$

d'où l'on conclut pour le lieu géométrique actuel de l'élément dS :

(14) $$\begin{vmatrix} x & y & z \\ \lambda & \mu & \nu \\ \mu d\nu - \nu d\mu & \nu d\lambda - \lambda d\nu & \lambda d\mu - \mu d\lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Simplifiée, cette équation se réduit à

(14') $$x d\lambda + y d\mu + z d\nu = 0.$$

C'est encore un cône du second degré contenant OL et coupant *orthogonalement*, suivant cette direction, le cône proprement dit de Malus.

9. *Application.* — Faisons coïncider OL successivement avec OX, OY, OZ (12); nous obtiendrons les trois cônes normo-directifs :

$$\frac{db}{dS}\,Y + \frac{dc}{dS}\,Z = 0,$$

$$\frac{dc'}{dS}\,Z + \frac{da'}{dS}\,X = 0,$$

$$\frac{da''}{dS}\,X + \frac{db''}{dS}\,Y = 0,$$

ou bien

$$(rX + r'Y + r''Z)Y - (qX + q'Y + q''Z)Z = 0,$$
$$(pX + p'Y + p''Z)Z - (rX + r'Y + r''Z)X = 0,$$
$$(qX + q'Y + q''Z)X - (pX + p'Y + p''Z)Y = 0.$$

1° Si dans les équations des traces de ces cônes sur les plans coordonnés on remplace X, Y, Z par ds, ds', ds'', on trouve :

$$r'ds'^2 - (q' - r'')ds'ds'' - q''ds''^2 = 0,$$
$$p''ds''^2 - (r'' - p)ds''ds - r\,ds^2 = 0,$$
$$q\,ds^2 - (p - q')ds\,ds' - p'ds'^2 = 0.$$

Ce sont là, comme nous l'avions annoncé, les équations des lignes asymptotiques des trois pseudo-surfaces coordonnées.

2° Lorsqu'il s'agit de surfaces (coordonnées), ces équations se réduisent (3') à

$$r'ds'^2 - q''ds''^2 = 0,$$
$$p''ds''^2 - r\,ds^2 = 0,$$
$$q\,ds^2 - p'ds'^2 = 0.$$

Les lignes asymptotiques ont donc alors pour bissectrices les axes OX, OY, OZ; et comme ces axes coïncident (n° 7) avec les tangentes aux lignes de courbure, le théorème de Dupin se trouve démontré à nouveau.

3° Les trois cônes obtenus ci-dessus pouvant s'écrire

$$\frac{X}{pX + p'Y + p''Z} = \frac{Y}{qX + q'Y + q''Z} = \frac{Z}{rX + r'Y + r''Z} = \frac{1}{\Omega},$$

on en déduit l'équation du 3e degré :

$$\begin{vmatrix} p - \Omega & p' & p'' \\ q & q' - \Omega & q'' \\ r & r' & r'' - \Omega \end{vmatrix} = 0.$$

Donc, les trois cônes orthogonaux de Malus relatifs aux arêtes du trièdre mobile se coupent suivant trois génératrices communes dont une au moins est toujours réelle. — Cette propriété est utile en cinématique.

IV

Cônes intermédiaires.

---

10. Cherchons s'il existe aussi un cône du second degré tel que l'élément de départ reste situé dans le plan LOK_i, faisant avec le plan LOK', perpendiculaire à l'angle de contingence $d\varepsilon$, un angle i constant, mais quelconque.

En désignant par (a_i, b_i, c_i) les cosinus directeurs de OK_i, trace de LOK_i sur le plan KOK', les relations géométriques qui existent entre les directions OL, OK, OK', OK_i, jointes aux conditions (11) et (13), fournissent les quatre équations linéaires que voici :

$$
\begin{gathered}
(\nu d\sigma' - \mu d\sigma'')a_i + (\lambda d\sigma'' - \nu d\sigma)b_i + (\mu d\sigma - \lambda d\sigma')c_i = 0,\\
(\mu d\nu - \nu d\mu)a_i + (\nu d\lambda - \lambda d\nu)b_i + (\lambda d\mu - \mu d\lambda)c_i = d\varepsilon \cos i,\\
d\lambda . a_i + d\mu . b_i + d\nu . c_i = d\varepsilon \sin i,\\
\lambda a_i + \mu b_i + \nu c_i = 0.
\end{gathered}
$$

Pour obtenir le lieu cherché, il suffit d'égaler à zéro le déterminant de ce système, et d'y remplacer $d\sigma$, $d\sigma'$, $d\sigma''$ par x, y, z.

Une combinaison convenable des lignes et des colonnes permet de lui donner la forme

$$
\mathfrak{C}_1 \sin i + \mathfrak{C}_2 \cos i = 0, \tag{15}
$$

équation dans laquelle $\mathfrak{C}_1$ et $\mathfrak{C}_2$ représentent les premiers membres des équations des cônes (10) et (14), limites extrêmes de la série des cônes intermédiaires, visiblement du second degré, eux aussi, qui nous occupent.

11. *Application.* — Posons pour abréger

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{P} &= pX + p'Y + p''Z,\\
\mathfrak{Q} &= qX + q'Y + q''Z,\\
\mathfrak{R} &= rX + r'Y + r''Z.
\end{aligned}
$$

Comme on a, par rapport aux arêtes du trièdre mobile,

$$-\mathfrak{C}_1 = \mathfrak{Q}Y + \mathfrak{R}Z, \qquad \mathfrak{C}_2 = \mathfrak{R}Y - \mathfrak{Q}Z,$$
$$-\mathfrak{C}'_1 = \mathfrak{R}Z + \mathfrak{p}X, \qquad \mathfrak{C}'_2 = \mathfrak{p}Z - \mathfrak{R}X,$$
$$-\mathfrak{C}''_1 = \mathfrak{p}X + \mathfrak{Q}Y, \qquad \mathfrak{C}''_2 = \mathfrak{Q}X - \mathfrak{p}Y,$$

on obtiendra les équations des cônes intermédiaires correspondants en portant ces valeurs dans l'équation (15). On trouve ainsi

$$(\mathfrak{Q}\sin i - \mathfrak{R}\cos i)Y + (\mathfrak{R}\sin i + \mathfrak{Q}\cos i)Z = 0,$$
$$(\mathfrak{R}\sin i - \mathfrak{p}\cos i)Z + (\mathfrak{p}\sin i + \mathfrak{R}\cos i)X = 0,$$
$$(\mathfrak{p}\sin i - \mathfrak{Q}\cos i)X + (\mathfrak{Q}\sin i + \mathfrak{p}\cos i)Y = 0.$$

Nous nous arrêterons aux cas particuliers suivants :

1° Des équations des traces de ces cônes sur les faces du trièdre mobile on déduit, en introduisant les arcs élémentaires :

$$(q'\sin i - r'\cos i)ds'^2 + [(r' + q'')\sin i + (q' - r'')\cos i]ds'ds'' + (r''\sin i + q''\cos i)ds''^2 = 0.$$

. . . .

Ce sont les équations des lignes *pseudo-conjuguées*, à angle constant i, relatives aux pseudo-surfaces coordonnées.

2° Pour $i = \frac{\pi}{2}$ et $i = 0$, on retrouve les lignes de courbure et les lignes asymptotiques de ces mêmes pseudo-surfaces.

3° Quand les conditions (3') sont remplies, c'est-à-dire dans le cas de trois surfaces coordonnées, les lignes pseudo-conjuguées deviennent les lignes *conjuguées* suivantes :

$$r'\cos i\, ds'^2 - (r' + q'')\sin i\, ds'\, ds'' - q''\cos i\, ds''^2 = 0,$$

. . . .

Elles se trouvent rapportées aux axes de leurs indicatrices respectives.

V

Quadrique focale généralisant l'hyperboloïde de Plücker.

—

12. Introduisons tout d'abord les fonctions binômes suivantes:

$$(16)\left\{\begin{array}{lll} G = q'r'' - r'q'', & G' = q''r - r''q, & G'' = qr' - rq', \\ H = r'p'' - p'r'', & H' = r''p - p''r, & H'' = rp' - pr', \\ K = p'q'' - q'p'', & K' = p''q - q''p, & K' = pq' - qp'. \end{array}\right.$$

Il est aisé de voir qu'elles dérivent, soit directement, soit par différentiation, des trois systèmes fondamentaux dont (1) est le type. On a en effet :

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial a}{\partial s'} & \frac{\partial a}{\partial s''} \\ \frac{\partial b}{\partial s'} & \frac{\partial b}{\partial s''} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} a' & a'' \\ b' & b'' \end{vmatrix} = \frac{\partial p'}{\partial s''} - \frac{\partial p''}{\partial s'} = q'r'' - r'q'' = G,$$

et ainsi des autres.

Ceci posé, proposons-nous de trouver le lieu géométrique des *foyers optiques* relatifs à toutes les directions possibles émanant de l'origine.

Ces foyers, on le sait, ne sont autres, pour une direction donnée OL, que les points de rencontre de cette semi-droite avec sa position infiniment voisine O'L' (n° 5) dans les deux cas particuliers où l'élément dS appartenant au plan KOK', perpendiculaire à OL, s'y trouve par là-même dirigé suivant OK.

On a dès lors par définition

$$\frac{d\lambda}{d\sigma} = \frac{d\mu}{d\sigma'} = \frac{d\nu}{d\sigma''} = -\frac{1}{F};$$

d'où l'on tire

$$
(17)\qquad \begin{vmatrix}
\dfrac{\partial\lambda}{\partial\sigma}+\dfrac{1}{F} & \dfrac{\partial\lambda}{\partial\sigma'} & \dfrac{\partial\lambda}{\partial\sigma'} \\
\dfrac{\partial\mu}{\partial\sigma} & \dfrac{\partial\mu}{\partial\sigma'}+\dfrac{1}{F} & \dfrac{\partial\mu}{\partial\sigma'} \\
\dfrac{\partial\nu}{\partial\sigma} & \dfrac{\partial\nu}{\partial\sigma'} & \dfrac{\partial\nu}{\partial\sigma'}+\dfrac{1}{F}
\end{vmatrix} = 0,
$$

équation dont le terme indépendant est nul et qu'on peut, en conséquence, abaisser au second degré.

Ces principes posés, différentions par rapport à σ le système

$$
\begin{aligned}
a\lambda + b\mu + c\nu &= \cos(L,X),\\
a'\lambda + b'\mu + c'\nu &= \cos(L,Y),\\
a''\lambda + b''\mu + c''\nu &= \cos(L,Z).
\end{aligned}
$$

Comme OL est supposé invariablement lié à OXYZ, on aura

$$
\Sigma a\frac{\partial\lambda}{\partial\sigma} + \Sigma\lambda\frac{\partial a}{\partial\sigma} = 0,
$$

....

et si l'on fait coïncider ce dernier trièdre avec le trièdre fixe, il viendra simplement

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\lambda}{\partial s} &= -\left(\mu\frac{\partial b}{\partial s} + \nu\frac{\partial c}{\partial s}\right),\\
\frac{\partial\mu}{\partial s} &= -\left(\nu\frac{\partial c}{\partial s} + \lambda\frac{\partial a}{\partial s}\right),\\
\frac{\partial\nu}{\partial s} &= -\left(\lambda\frac{\partial a}{\partial s} + \mu\frac{\partial b}{\partial s}\right).
\end{aligned}
$$

D'autre part, soient (X, Y, Z) les coordonnées de l'un quelconque des deux foyers situés sur OL; nous avons les conditions suivantes :

$$
\frac{X}{\lambda} = \frac{Y}{\mu} = \frac{Z}{\nu} = \rho = F,
$$

et par suite (n° 2), celles-ci :

$$(18)\quad \begin{cases} \rho \dfrac{\partial \lambda}{\partial s} = qZ - rY = u_x, \\ \rho \dfrac{\partial \mu}{\partial s} = rX - pZ = u_y, \\ \rho \dfrac{\partial \nu}{\partial s} = pY - qX = u_z. \end{cases}$$

La différentiation par rapport à s' et à s'' donnant deux autres systèmes analogues, il suffira de porter toutes ces valeurs dans l'équation (17) pour en déduire le lieu cherché.

Abstraction faite de l'origine (qui devait, *a priori*, faire partie du lieu), on trouve la quadrique :

$$(19)\begin{cases} GX^2 + H'Y^2 + K''Z^2 + (K'+H'')YZ + (G''+K)ZX + (H+G')XY \\ \qquad + (r'-q'')X + (p''-r)Y + (q-p')Z + 1 = 0. \end{cases}$$

En introduisant dans cette équation les conditions caractéristiques des surfaces

$$p = q' = r'' = 0,$$

on obtient précisément l'hyperboloïde de Plücker ([1]), savoir :

$$\begin{aligned} r'q''X^2 + p''rY^2 + qp'Z^2 - (p''q + rp')YZ - (qr' + p'q'')ZX \\ - (r'p'' + q''r)XY \\ + (q''-r')X + (r-p'')Y + (p'-q)Z - 1 = 0. \end{aligned}$$

Mais, prise dans sa généralité, la *quadrique focale* (19) ne représente pas qu'un hyperboloïde, elle est donc la première des surfaces généralisantes que nous avons annoncées.

On peut remarquer que les foyers optiques des arêtes du trièdre mobile, intersections de la quadrique (19) avec les axes, sont fournis par le système :

$$\frac{1}{X^2} + (r' - q'')\frac{1}{X} + (q'r'' - r'q'') = 0,$$

$$\frac{1}{Y^2} + (p'' - r)\frac{1}{Y} + (r''p - p''r) = 0,$$

$$\frac{1}{Z^2} + (q - p')\frac{1}{Z} + (pq' - qp') = 0.$$

([1]) Mémoire lu à la Société royale de Londres le 2 février 1865.

Cette dernière équation, bien connue d'ailleurs, peut servir de vérification à nos calculs.

13. *Cas particuliers.* — 1° Supposons que les conditions minima (n° 2) :

$$r' = q'', \qquad p'' = r, \qquad q = p',$$

soient vérifiées. La quadrique (19) deviendra par cela seul *centrale*, et comme ces conditions équivalent à celles-ci :

$$K' = H'', \qquad Q'' = K, \qquad H = G',$$

à un facteur près,

$$\Delta = \begin{vmatrix} p & q & p'' \\ q & q' & r' \\ p'' & r' & r'' \end{vmatrix},$$

qu'on suppose ne pas être nul, elle prendra la forme simple

(17) $GX^2 + H'Y^2 + K''Z^2 + 2K'YZ + 2G''ZX + 2HXY + 1 = 0.$

Son équation en S est alors :

$$S^3 - (G + H' + K'')S^2 + \Delta(p + q' + r'')S - \Delta^2 = 0.$$

Si l'on exprime qu'elle admet une racine double, on trouve comme conditions générales :

$$\frac{K'}{r'} = \frac{G''}{p''} = \frac{H}{q}.$$

Les équations de l'axe de révolution correspondant sont donc :

$$r'X = p''Y = qZ.$$

2° Supposons que, nous bornant à deux variables, on fasse $ds'' = 0$ et par suite $p'' = q'' = r'' = 0$, la quadrique focale (19) devient alors le *paraboloïde hyperbolique :*

$$Z(G''X + H''Y + K''Z) + r'X - rY + (q - p')Z + 1 = 0,$$

lequel se réduit à

$$\frac{r'X}{1 - p'Z} - \frac{rY}{1 + qZ} + 1 = 0,$$

quand les conditions (3') ont lieu.

VI

Surface normo-directive du 4e ordre généralisant la surface de l'onde de Fresnel.

—

14. Quand l'élément de départ OO′ ou dS est perpendiculaire au plan de l'angle de contingence $d\varepsilon$, il n'y a pas rencontre entre les directions OL et O′L′; mais si l'on élève dans le plan KOK′ perpendiculaire à OL, OO′ égal et perpendiculaire à OO′, la parallèle O′L′ à O′L′ rencontrera nécessairement OL. On pourra donc, par analogie, qualifier d'*anoptiques* les foyers ainsi construits.

D'après leur définition, on a pour les déterminer :

$$\frac{\mu\,d\nu - \nu\,d\mu}{d\sigma} = \frac{\nu\,d\lambda - \lambda\,d\nu}{d\sigma'} = \frac{\lambda\,d\mu - \mu\,d\lambda}{d\sigma''} = \frac{1}{f}.$$

En développant les différentielles totales et posant, pour abréger,

$$\begin{vmatrix} \mu & \nu \\ \frac{\partial\mu}{\partial\sigma} & \frac{\partial\nu}{\partial\sigma} \end{vmatrix} = \left(\mu\frac{\partial\nu}{\partial\sigma}\right),$$

on obtient l'équation (symbolique) :

$$(20)\qquad \begin{vmatrix} \left(\mu\frac{\partial\nu}{\partial\sigma}\right) - \frac{1}{f} & \left(\mu\frac{\partial\nu}{\partial\sigma'}\right) & \left(\mu\frac{\partial\nu}{\partial\sigma''}\right) \\ \left(\nu\frac{\partial\lambda}{\partial\sigma}\right) & \left(\nu\frac{\partial\lambda}{\partial\sigma'}\right) - \frac{1}{f} & \left(\nu\frac{\partial\lambda}{\partial\sigma''}\right) \\ \left(\lambda\frac{\partial\mu}{\partial\sigma}\right) & \left(\lambda\frac{\partial\mu}{\partial\sigma'}\right) & \left(\lambda\frac{\partial\mu}{\partial\sigma''}\right) - \frac{1}{f} \end{vmatrix} = 0.$$

Cette équation a, elle aussi, comme (17), son terme indépendant nul. Elle tombe donc au second degré et fournit ainsi les foyers cherchés pour chaque direction de OL.

Mais ce n'est pas le lieu géométrique de tous ces foyers qui généralise la surface de l'onde de Fresnel. C'est le lieu de ces

foyers *réduits*, pour ainsi dire, en remplaçant $\frac{1}{f}$ par $\frac{1}{f^2}$ dans l'équation précédente qui jouit de cette propriété.

En effet, si l'on introduit, dans l'équation (20) ainsi modifiée, les valeurs (18) qui sont tout à fait générales, on trouve, en effectuant les calculs, la surface du 4e ordre :

$$(21)\quad \left\{\begin{aligned} &[GX^2 + H'Y^2 + K''Z^2 + (K' + H'')YZ + (G'' + K)ZX \\ &\qquad + (H + G')XY](X^2 + Y^2 + Z^2) \\ &- [(q' + r'')X^2 + (r'' + p)Y^2 + (p + q')Z^2 - (r' + q'')YZ \\ &\qquad - (p'' + r)ZX - (q + p')XY] + 1 = 0. \end{aligned}\right.$$

Or cette surface, dont, remarquons-le, l'origine est le *centre*, n'est autre que la surface de l'onde hautement généralisée.

Pour le voir, supposons que les six quantités dont se composent les conditions minima (2) soient nulles simultanément, c'est-à-dire que l'on ait

$$r' = q'' = p'' = r = q = p' = 0,$$

l'équation (21) se réduit à

$$(21')\quad \left\{\begin{aligned} &(q'r''X^2 + r''pY^2 + pq'Z^2)(X^2 + Y^2 + Z^2) \\ &\qquad - [(q' + r'')X^2 + (r'' + p)Y^2 + (p + q')Z] + 1 = 0. \end{aligned}\right.$$

Or, ceci peut s'écrire

$$(21'')\quad \frac{\frac{X^2}{p}}{R^2 - \frac{1}{p}} + \frac{\frac{Y^2}{q'}}{R^2 - \frac{1}{q'}} + \frac{\frac{Z^2}{r''}}{R^2 - \frac{1}{r''}} = 0,$$

en faisant

$$R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2.$$

C'est bien l'équation de Fresnel.

On remarquera que, pour l'obtenir, nous n'avons pas eu besoin de supposer que les trois quantités p, q', r'' soient positives. Quand cela a lieu, l'*ellipsoïde* qui sert, par ses sections centrales, à construire la surface de l'onde (21'') a pour équation

$$pX^2 + q'Y^2 + r''Z^2 = 1.$$

En remontant à la quadrique focale (19), on trouve que les hypothèses présentes en font l'*ellipsoïde imaginaire :*

$$q'r''X^2 + r''pY^2 + p'qZ^2 + 1 = 0,$$

circonstance remarquable que nous laisserons aux physiciens le soin d'interpréter.

Ajoutons seulement que lorsqu'on a $p = q' = r''$, la surface de l'onde devient une sphère et les trois pseudo-surfaces coordonnées deviennent trois *pseudo-plans*. Ce qui les caractérise, c'est que le pinceau, à directrice circulaire, des verticales autour de l'origine forme un hyperboloïde de révolution à une nappe et non plus un cylindre ([1]).

15. Il ne sera pas sans intérêt de donner une vérification beaucoup plus complète de l'équation (21), en appliquant la construction rappelée plus haut pour la surface de l'onde à la quadrique,

$$(22) \qquad pX^2 + q'Y^2 + r''Z^2 + 2r'YZ + 2p''ZX + 2qXY = 1,$$

que l'on déduit de celle-ci, plus générale :

$$pX^2 + q'Y^2 + r''Z + (r' + q'')YZ + (p'' + r)ZX + (q + p')XY = 1,$$

en y introduisant les conditions minima (2).

Soit donc

$$(23) \qquad \lambda X + \mu Y + \nu Z = 0,$$

le plan perpendiculaire à OL qui détermine dans la quadrique (22) une section centrale dont il s'agit tout d'abord de calculer les axes. Cela revient à chercher le maximum et le minimum de la fonction $R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$, dans laquelle les variables X, Y, Z sont liées entre elles par les conditions (22) et (23). Prenant les dérivées par rapport à une variable quelconque, on forme sans peine cette quatrième relation :

$$\begin{vmatrix} pX + qY + p''Z & qX + q'Y + r'Z & p''X + r'Y + r''Z \\ X & Y & Z \\ \lambda & \mu & \nu \end{vmatrix} = 0.$$

([1]) *Mémoire sur les Congruences de droites*, p. 51.

Finalement, on trouve pour équation aux demi-axes de la section (supposée elliptique) demandée :

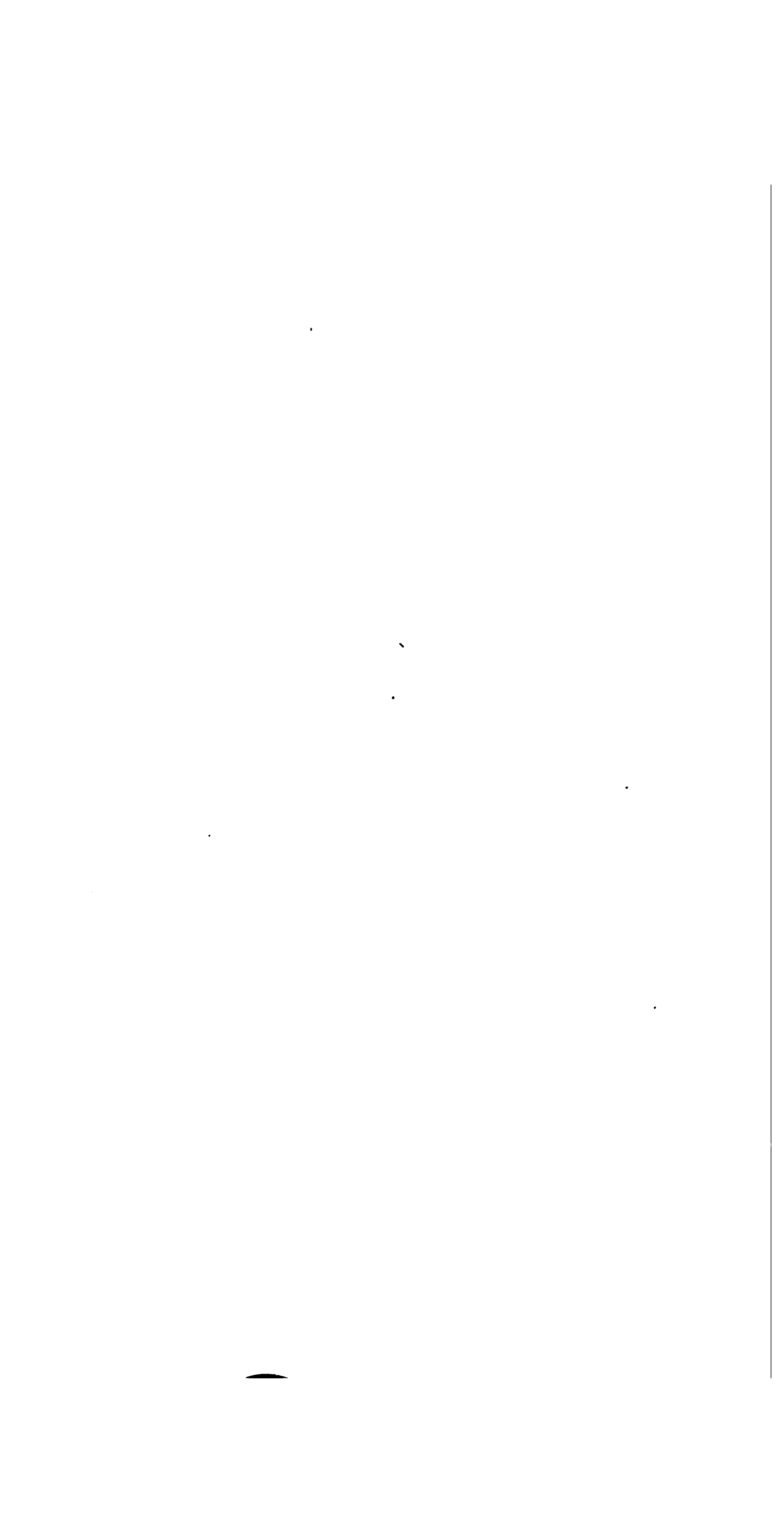
$$\begin{vmatrix} p-\frac{1}{R^2} & q & p' & \lambda \\ q & q'-\frac{1}{R^2} & r' & \mu \\ p' & r & r'-\frac{1}{R^2} & \nu \\ \lambda & \mu & \nu & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

De cette équation on déduit tout aussitôt celle de l'onde.

On n'a, en effet, qu'à y remplacer λ, μ, ν par X, Y, Z et à y considérer les deux valeurs de $\frac{1}{R}$ qu'elle fournit comme comptées sur la normale OL. Or, le résultat de la substitution coïncide parfaitement avec l'équation (21), où l'on aurait préalablement introduit les conditions minima (2), c. q. f. d.

16. *Remarque générale.* — En permutant les dénominateurs dans les suites de rapports égaux d'où nous avons tiré les déterminants (18) et (20), on parvient aux équations de deux nouvelles quadriques focales et de deux surfaces d'onde *dérivées*, de même forme que les premières et jouissant de propriétés analogues.

Celles de ces surfaces notamment qui correspondent à l'équation (21) de Fresnel s'en déduisent à vue, car il suffit d'y changer $\frac{1}{p}, \frac{1}{q'}, \frac{1}{r'}$ d'abord en $\frac{1}{q}, \frac{1}{r'}, \frac{1}{p'}$, puis en $\frac{1}{r}, \frac{1}{p'}, \frac{1}{q'}$.



RECHERCHES

SUR

LA NITRIFICATION

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

du rôle de la circulation de l'air atmosphérique, par thermodiffusion, à travers les corps poreux,

PAR M. HENRY BORDIER

Préparateur de physique à la Faculté de médecine et de pharmacie de Bordeaux.

INTRODUCTION

La question de la nitrification est une des plus importantes des sciences physiques et chimiques et de leurs applications à l'agriculture.

On s'est préoccupé de tout temps de ce sel curieux que les Latins appelaient *nitrum* et auquel nous avons donné le nom de *nitre* ou *salpêtre*.

Il avait attiré l'attention des premiers alchimistes, qui avaient des idées bizarres (1) sur son mode de formation et sur les causes de sa déflagration quand on le projetait sur des charbons ardents.

L'emploi du salpêtre dans la confection de la poudre de guerre contribua vivement à rendre plus nombreuses les recherches faites sur ce corps. A diverses reprises, les différents États d'Europe encouragèrent par des prix les savants de leur pays à trouver les moyens d'augmenter la production du salpêtre. En 1747, le Conseil de guerre de Suède publia une instruction détaillée sur l'établissement de nitrières artificielles, en pro-

(1) Voir le *Cours de chimie* fait à l'Académie royale des Sciences, par Nicolas Lémery, p. 432.

mettant des encouragements à ceux qui monteraient des ateliers de fabrication.

Un an après, le roi de Prusse chercha aussi à augmenter la production du nitre et prescrivit la construction de nitrières.

En France, l'Académie des Sciences publia, en 1776, un précieux *Recueil de mémoires et d'observations sur la formation et la génération du salpêtre.*

En 1777, les Régisseurs des poudres publièrent aussi une instruction essentiellement pratique sur la fabrication du salpêtre.

C'est d'ailleurs à des savants français qu'appartiennent les plus importantes découvertes sur le phénomène de la nitrification.

A cette étude des nitrates, de leur formation ou de leur décomposition sont attachés les noms de Thouvenel, Lavoisier, Gay-Lussac, Longchamp, Kuhlmann, Chevreul, Boussingault, G. Ville, Cloëz, le colonel Chabrier, Schlœsing et Müntz, L. Grandeau, Berthelot, Gayon et Dupetit que je me contente de citer, car il n'entre pas dans le cadre de mon travail de faire l'historique d'un sujet aussi étendu que celui de la nitrification.

Aussi bien, ai-je restreint mon sujet à l'étude de quelques circonstances particulières du mécanisme de la nitrification dans des sols artificiels, et, en particulier, à la formation d'acide azotique dans le cas de la circulation de l'air dans les interstices des corps poreux et pulvérulents.

Des recherches de ce genre ont été faites vers 1858, au Muséum d'histoire naturelle, par Cloëz, qui obtint des résultats, les uns positifs, les autres négatifs, suivant que les expériences étaient accompagnées ou non d'un phénomène d'oxydation.

D'autre part, M. le professeur Merget, dans le cours de ses expériences sur la *Thermodiffusion gazeuse des corps poreux et pulvérulents humides,* avait constaté, en 1875, sur l'un de ses appareils des efflorescences dues à des nitrates, et publia ce résultat en le communiquant, en 1879, à la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux.

A la même date, un autre physicien, M. Neyreneuf, de Caen, lui annonça qu'il avait trouvé des résultats de même nature.

Enfin, en 1889, M. Figuier trouva qu'il était possible de faire la synthèse de l'acide azotique et de l'acide azoteux par la dialyse de l'air et de la vapeur d'eau.

C'est après que M. Merget eut appelé mon attention sur l'intérêt qu'il y aurait à reprendre les expériences de Cloëz en utilisant la thermodiffusion des corps poreux et pulvérulents, que j'ai entrepris ces recherches.

Comme il y a lieu de penser que, dans le sol, la circulation de l'air atmosphérique intervient comme un des facteurs probables de la nitrification, le phénomène de la thermodiffusion se montrait comme un moyen commode d'exagérer cette circulation et de l'obtenir continue et prolongée.

Le temps nécessaire à une expérience comprenant le lavage des diverses substances, la circulation de l'air et les analyses, a varié de trente à quarante jours.

Ce travail a été commencé en novembre 1888 et a été fait au laboratoire de physique de la Faculté de médecine et de pharmacie de Bordeaux. Je ne saurais trop remercier publiquement M. le professeur Merget qui, non seulement a mis à ma disposition les ressources du laboratoire de physique, mais encore n'a cessé de me prodiguer ses précieux et affectueux conseils.

CHAPITRE I[er]

Expériences de Cloëz.

En 1854, une Commission académique, composée de Chevreul, Dumas, Regnault, Payen, Decaisne et Péligot, résolut de vérifier les résultats annoncés par G. Ville à propos de l'assimilation directe de l'azote par les plantes, et elle l'invita à établir ses appareils dans une dépendance du Muséum d'histoire naturelle de Paris.

« L'expérience devant durer plusieurs mois, dit Cloëz (1), et » exiger des soins minutieux et pour ainsi dire continus, je fus » chargé d'aider l'auteur et de le suppléer même au besoin. Cette » circonstance toute fortuite me rendit naturellement témoin des » incidents survenus dans le cours de l'expérience que je dus » suivre jusqu'au bout, et je pus ainsi me rendre compte des » grandes difficultés inhérentes au sujet. »

L'expérience dont parle Cloëz étant terminée, on constata dans la récolte des plantes une quantité d'azote bien supérieure à celle qui était contenue primitivement dans les graines semées. Quelle était l'origine de l'excès de l'élément assimilé?

« Évidemment, ajoute Cloëz, elle devait être attribuée à l'air » atmosphérique; ici encore tout le monde était d'accord. Le » doute se faisait jour seulement quand on se demandait sous » quelle forme cet azote avait été absorbé. Avait-il été pris simple- » ment à l'état d'azote libre, tel qu'il existe dans l'air, ou bien à » l'état de composé binaire formé aux dépens des éléments de » l'air, dans les conditions de l'expérience? — J'ai pensé dès le » principe que l'expérience instituée pourrait donner lieu à une

(1) Leçon faite à la Société chimique de Paris, 1861.

» production d'acide nitrique par la combinaison directe de l'azote » avec l'oxygène de l'air. Il m'a semblé que les précautions » minutieuses prises pour empêcher l'arrivée de l'ammoniaque » de l'air dans les appareils ne suffisaient pas pour arrêter les » vapeurs nitreuses, un simple flacon laveur à moitié rempli » d'une solution de bicarbonate de soude ne pouvait pas absorber » complètement les composés nitreux de l'air qui traversait le » liquide sous la forme de grosses bulles et avec une vitesse » d'environ cent litres par heure. Il était tout à fait indispensable » de faire des expériences comparatives et rigoureuses pour se » faire une idée de l'influence de ces causes d'incertitude. »

Dans ce but, Cloëz entreprit une série d'expériences : il voulait chercher si un courant d'air pur peut fournir de l'acide nitrique et des nitrates en passant à travers diverses substances poreuses, préalablement lavées, calcinées et additionnées ensuite de substances basiques telles que des carbonates alcalins ou alcalino-terreux et de plus d'une certaine quantité d'eau.

Le fluide aérien arrivait par la tubulure latérale inférieure dans des flacons de dix litres de capacité, qui contenaient les matières poreuses concassées en fragments *gros comme des noisettes* et humectés préalablement avec de l'eau alcaline, ou trempés dans une bouillie claire de carbonate de chaux.

Le premier flacon où l'air pénétrait contenait de la porcelaine dégourdie de la manufacture de Sèvres.

Le second, de la ponce calcinée.

Le troisième, de la brique de Paris lavée.

Dans chacun de ces flacons, il y avait 10 grammes de carbonate de potasse.

Les trois flacons suivants, n°s 4, 5 et 6, contenaient, dans le même ordre, les mêmes corps poreux que les trois premiers, ils étaient imprégnés de carbonate de chaux pur, à la place de carbonate de potasse; pour cela les fragments étaient *trempés* séparément dans une bouillie claire de ce sel calcaire, on les desséchait ensuite incomplètement avant de les mettre dans les flacons.

Le septième flacon renfermait de la craie *nitrifiable* [1] de Meudon lavée et séchée.

Le huitième, de la terre arable argileuse lavée soigneusement et chauffée ensuite de manière à carboniser les matières organiques sans fritter l'argile.

Le neuvième contenait la même terre arable lavée et séchée, *mais non calcinée.*

Enfin le dixième, de la ponce humide avec du carbonate de chaux pur, et de plus 10 grammes d'urée.

L'expérience ainsi disposée dura huit mois; elle marchait nuit et jour sans interruption; 160,000 litres d'air circulèrent dans l'appareil. Voici les résultats :

Dans le premier flacon contenant la porcelaine dégourdie et du carbonate de potasse, Cloëz constata la présence d'une très faible quantité d'azotate de potasse.

Le flacon n° 2, à ponce alcaline, ne donna rien.

La brique du flacon n° 3 lessivée donna une quantité notable de nitrate : il se produisit une coloration rouge intense avec le sulfate de fer et l'acide sulfurique.

Le flacon n° 4, à porcelaine dégourdie et à carbonate de chaux, ne donna rien.

Le n° 5, à ponce et carbonate de chaux, rien non plus.

Le n° 6, à brique de Paris et carbonate de chaux, contenait du nitrate de calcium, mais la quantité était moins forte que celle du nitrate de potassium du n° 3.

Le n° 7, à craie de Meudon, et le n° 8, à terre calcinée, contenaient tous les deux un peu de nitrate.

Le n° 9, où se trouvait la terre arable *non calcinée,* donna beaucoup plus d'azotates que les précédents.

Enfin, dans le flacon n° 10, contenant de l'urée pure, de la ponce calcinée et du carbonate de chaux, il ne se forma rien.

De ces expériences, Cloëz conclut que « la porosité seule ne

[1] Cloëz ne donne pas l'explication du mot *nitrifiable*.

suffit pas pour déterminer la production de l'acide nitrique aux dépens des éléments de l'air, même en présence de l'eau et des alcalis ».

Quant à la présence du nitrate de potassium trouvé dans le flacon renfermant la brique de Paris, Cloëz l'explique par ce fait que la brique contenait une matière oxydable de nature minérale, probablement du sulfure de fer. Ces briques avaient été faites, en effet, avec de l'argile de Gentilly et on avait ajouté à la pâte une certaine quantité de mâchefer. C'est l'oxydation de ces matières qui avait déterminé par entraînement la formation d'acide nitrique.

Ce fait est constant et l'on sait très bien aujourd'hui que dans toutes les oxydations, même les plus lentes (1), il y a production d'acide nitrique.

Je ferai remarquer que Cloëz passa bien près de la découverte faite en 1877 par MM. Schlœsing et Müntz (2). Dans le flacon n° 8, où il y avait de la terre arable calcinée, il se forma très peu de nitrate; dans le flacon suivant, où la terre arable n'avait pas été calcinée, mais seulement desséchée légèrement, on trouva beaucoup plus de nitrates que dans les autres flacons.

Si les découvertes de Pasteur avaient été, à cette époque, aussi avancées qu'elles le sont aujourd'hui, cette différence très nette aurait, sans doute, averti Cloëz qu'il y avait, dans le phénomène de la nitrification, une part à faire à des organismes infiniment petits fonctionnant comme ferments.

Quand on examine de près comment, dans l'expérience de Cloëz, se faisait la circulation de l'air dans les flacons, on arrive à voir que la porosité des corps expérimentés n'est pour rien dans la circulation : porcelaine, ponce, brique, craie, etc., étaient concassées en fragments gros comme des noisettes; il est évident que l'air passait sinon en totalité, du moins en très grande proportion, entre les fragments, où la résistance était à peu près nulle, au lieu de pénétrer dans les interstices des corps poreux,

---

(1) Berthelot, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CVIII, p. 543.
(2) Schlœsing et Müntz, *Comptes rendus*, t. LXXXIV, p. 301.

où la résistance au passage des gaz est beaucoup plus grande. De plus, les fragments avaient été humectés ou trempés dans des solutions et dans des bouillies alcalines qui diminuaient ou annulaient leur porosité.

L'air n'a donc pas circulé à l'intérieur même des corps poreux mis en expérience : il n'a fait que lécher leur surface pendant huit mois. Sans doute, Cloëz avait bien purifié l'air qui était en contact avec ces substances concassées; mais il ne dit pas si le lavage a été continué jusqu'à complète disparition des nitrates de ces substances.

Enfin Cloëz s'est borné à une simple reconnaissance qualitative de l'acide nitrique, sans faire de dosages exacts et rigoureux. Cependant la connaissance précise de la quantité d'acide nitrique formé aurait été très intéressante surtout pour les flacons n°s 3, 6 et 9.

Malgré ces lacunes et quelques conditions défectueuses d'expériences, les résultats de Cloëz ont été acceptés par tout le monde et sont restés classiques jusqu'à présent.

Témoin journalier des expériences de M. Merget sur la circulatiou des gaz dans les corps poreux produite par *thermodiffusion*, j'étais dans les meilleures conditions pour reprendre les recherches de Cloëz, en utilisant la force thermodiffusive, dans le but de résoudre la question ainsi posée : la porosité est-elle capable de produire de l'acide nitrique aux dépens des éléments de l'air en présence de l'eau et des alcalis?

CHAPITRE II

Description succincte du phénomène de la thermodiffusion.

Avant d'entrer dans l'exposé de mes expériences, il est utile que j'indique brièvement quelles sont les manifestations les plus essentielles du phénomène de la thermodiffusion gazeuse des corps poreux et pulvérulents humides, car j'aurai besoin plus tard d'en rappeler quelques conditions.

Le phénomène de la thermodiffusion, d'après les travaux de M. Merget, peut être résumé comme il suit :

Quand un corps poreux ou pulvérulent humide, environné d'un gaz quelconque, est mis dans des conditions propres à déterminer la vaporisation de son eau d'imbibition, le mouvement de sortie de celle-ci, à l'état de vapeur, provoque, en sens contraire, un mouvement de rentrée du gaz ambiant qui afflue par tous les pores superficiels et s'accumule à l'intérieur, sous pression.

L'échauffement, par cela même qu'il est le moyen de vaporisation le plus commode et le plus puissant, est aussi celui qui convient le mieux pour la production du phénomène de la thermodiffusion gazeuse. Ce phénomène ne dépend d'ailleurs nullement de la nature du corps poreux qui le présente, mais seulement des dimensions des pores de ce corps : on l'obtient avec tous les liquides indifféremment, à la condition cependant que ceux-ci soient volatils, et, dans ce cas, leur activité est en proportion de leur volatilité.

Le mode le plus direct de vérification expérimentale du fait essentiel qui ressort des détails précédents, consiste à prendre un bloc d'un corps poreux quelconque, de plâtre par exemple, dans

lequel on creuse une cavité cylindrique, où l'on engage un tube ouvert aux deux bouts qu'on scelle au plâtre gâché et qu'on met en relation avec un manomètre à mercure.

Si le plâtre est bien sec, l'échauffement du bloc dans une étuve, dans la flamme d'une lampe à alcool, dans celle d'un bec de gaz ou au-dessus d'un feu clair, détermine la dilatation de l'air intérieur qui, libre de s'échapper au dehors par les ouvertures des pores superficiels, reste constamment en équilibre de pression avec l'air extérieur, ainsi que le montre le stationnement du mercure dans le manomètre.

Les choses ne se passent plus de la même façon lorsqu'il y a eu préalablement imbibition du bloc par l'eau ou par un liquide volatil quelconque; dans ce cas, dès qu'on commence à le chauffer, la dénivellation du mercure accuse un accroissement immédiat de la pression intérieure et cet accroissement est toujours en rapport avec celui de la température de l'échauffement.

Si l'on sépare le manomètre et qu'on fasse plonger l'extrémité du tube dans l'eau, l'air qui afflue sous pression à l'intérieur du bloc par tous les pores superficiels, rencontrant une résistance qu'on peut toujours rendre inférieure à sa pression, se dégage par cet orifice avec une vitesse qui se règle toujours, elle aussi, sur la marche de l'échauffement.

On répète plus commodément ces expériences en substituant au bloc poreux des appareils de construction très élémentaire auxquels M. Merget a donné le nom de thermodiffuseurs.

Un vase poreux de pile, vide ou rempli d'une substance pulvérulente et portant suivant son axe un tube de verre scellé par du plâtre gâché, constitue un bon thermodiffuseur. A défaut de vases poreux, on se procurerait plus économiquement encore un thermodiffuseur en prenant de vulgaires pipes de terre bourrées avec de la terre de pipe pulvérisée, le tuyau de la pipe elle-même servant alors de tube de dégagement.

En s'arrêtant dans les essais auxquels il les a soumis, à la limite du rouge sombre, et en opérant sur des thermodiffuseurs d'un très petit modèle, M. Merget a vu la pression de l'air

intérieur atteindre le chiffre de trois atmosphères qu'on dépasserait certainement avec des appareils de plus grandes dimensions.

La chaleur qui augmente la vitesse du mouvement évaporatoire détermine une augmentation correspondante dans l'excès de la pression intérieure. Quand l'évaporation se régularise, sous l'influence d'une température stationnaire, l'excès de pression est lui-même remarquable alors, par sa constance, et il tombe brusquement à zéro, dès qu'il n'y a plus d'eau d'imbibition à vaporiser.

Ces résultats font facilement prévoir ceux qu'on obtient en chauffant un thermodiffuseur amorcé dont le tube, séparé du manomètre, sert de tube abducteur. Le dégagement de gaz qui se produit alors, et dont la vitesse est toujours en rapport avec celle de la sortie des vapeurs, marche très uniformément quand l'évaporation est également uniforme et finit exactement en même temps qu'elle.

Il reste bien établi par une série d'expériences faites par M. Merget (1) que le phénomène de thermodiffusion diffère essentiellement des phénomènes d'échanges gazeux entre des atmosphères de composition différente, par diffusion simple. Une seule considération suffit d'ailleurs pour le prouver : c'est que la pression indiquée par le manomètre qui ne saurait être supérieure, dans le cas de la diffusion simple, à la pression atmosphérique augmentée de la tension de la vapeur d'eau à la température de la paroi froide dans l'appareil (15 à 20°), surpasse de plusieurs atmosphères la pression atmosphérique.

Ces faits de thermodiffusion, découverts par M. Merget, jouent un rôle important dans certains phénomènes naturels. Les pierres de nos maisons, le sol, nos vêtements même, lorsqu'ils sont tant soit peu échauffés après humectation préalable, fonctionnent comme des appareils thermodiffuseurs et cela avec une activité parfois surprenante.

Chez les végétaux, enfin, les phénomènes thermodiffusifs

---

(1) *Association française pour l'avancement des sciences*, 4e session, p. 358.

interviennent dans la respiration proprement dite et dans l'acte de la fonction chlorophyllienne, et ont, par suite, une importance capitale (1).

M. Merget rechercha si le gaz oxygène ne s'ozonisait pas pendant cette circulation à travers les corps poreux et il communiqua ses recherches au Congrès de l'Association française pour l'avancement des sciences (2) en disant : « Ces expériences sont » importantes en ce qu'elles peuvent permettre de rendre compte » de la fixation ordinaire de l'azote dans les tissus par suite de la » formation d'acide azotique en présence des bases alcalines que » renferment les végétaux. »

Quelques années plus tard, en 1879, M. Merget, en répétant ses expériences de thermodiffusion devant la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, disait que (3) « l'air qui sort » d'un thermodiffuseur est légèrement ozonisé et qu'un de ses » appareils avait pu contenir assez de nitrates pour donner des » efflorescences qui, dans ses expériences et dans celles de » M. Neyreneuf, ont été très marquées. La thermodiffusion, » continuait M. Merget, est donc accompagnée de phénomènes » chimiques sensibles. »

---

(1) La question de la circulation des gaz dans les végétaux, par thermodiffusion, est exposée par M. Lanessan dans son livre intitulé : *La Botanique*, p. 362.

(2) *Association française pour l'avancement des sciences*, 5e session, p. 305.

(3) *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, séance du 3 avril 1879.

CHAPITRE III

Méthodes d'expérimentation.

En tassant fortement les corps pulvérulents, afin de produire le phénomène de la thermodiffusion, on force les gaz à circuler dans des espaces capillaires très restreints, en même temps qu'il y a conflit avec la vapeur d'eau qui sort en sens inverse. Il se produit des frottements qui peuvent être une cause de l'ozonisation que M. Merget a constatée dans les végétaux. Dans ces conditions particulières de frottements, de chaleur et d'humidité, on peut penser que la circulation de l'air donne naissance à des équilibres chimiques différents de l'équilibre initial; et par suite, on peut concevoir que les gaz contractent une aptitude spéciale à engendrer des combinaisons diverses.

Pour les recherches dont je vais exposer les détails, j'ai choisi, comme thermodiffuseurs, des cornues poreuses portant une tubulure. Les vases cylindriques de pile ne se prêtaient pas aussi bien à la nature de mes expériences. La tubulure des cornues était utile pour livrer passage à un thermomètre qui pénétrait dans l'intérieur de la masse poreuse et qui devait donner le degré d'échauffement du thermodiffuseur. D'autre part, comme un vase de pile doit être fermé par du plâtre ou du ciment, il eût été difficile et long d'introduire l'eau d'imbibition par ce tube; un bouchon de liège remplaçant le plâtre, aurait été brûlé au bout de peu de temps. Au contraire, il est facile d'obturer le col d'une cornue par un bouchon que traverse le tube abducteur et qu'on peut enlever à volonté pour introduire l'eau qui rendra humide la masse poreuse; le bouchon d'ailleurs ne risquait pas d'être brûlé, à cause de son éloignement de la source de chaleur.

Les cornues poreuses que j'ai employées avaient une capacité

d'un demi-litre : je me suis servi de deux catégories de cornues : les unes faites à Paris, les autres faites à Mussidan (Dordogne).

Les premières avaient été exposées pour la cuisson à une température peu élevée, tandis que les secondes avaient été chauffées très fortement; ce qui est un avantage dans les expériences qui nous occupent.

Mais il y avait de nombreuses et longues précautions à prendre pour arriver à des résultats précis.

1° Il fallait se mettre en garde contre les produits de la combustion du gaz d'éclairage qui alimentait le fourneau, car ces produits contiennent des composés de l'azote qui auraient pu pénétrer avec l'air dans la cornue poreuse.

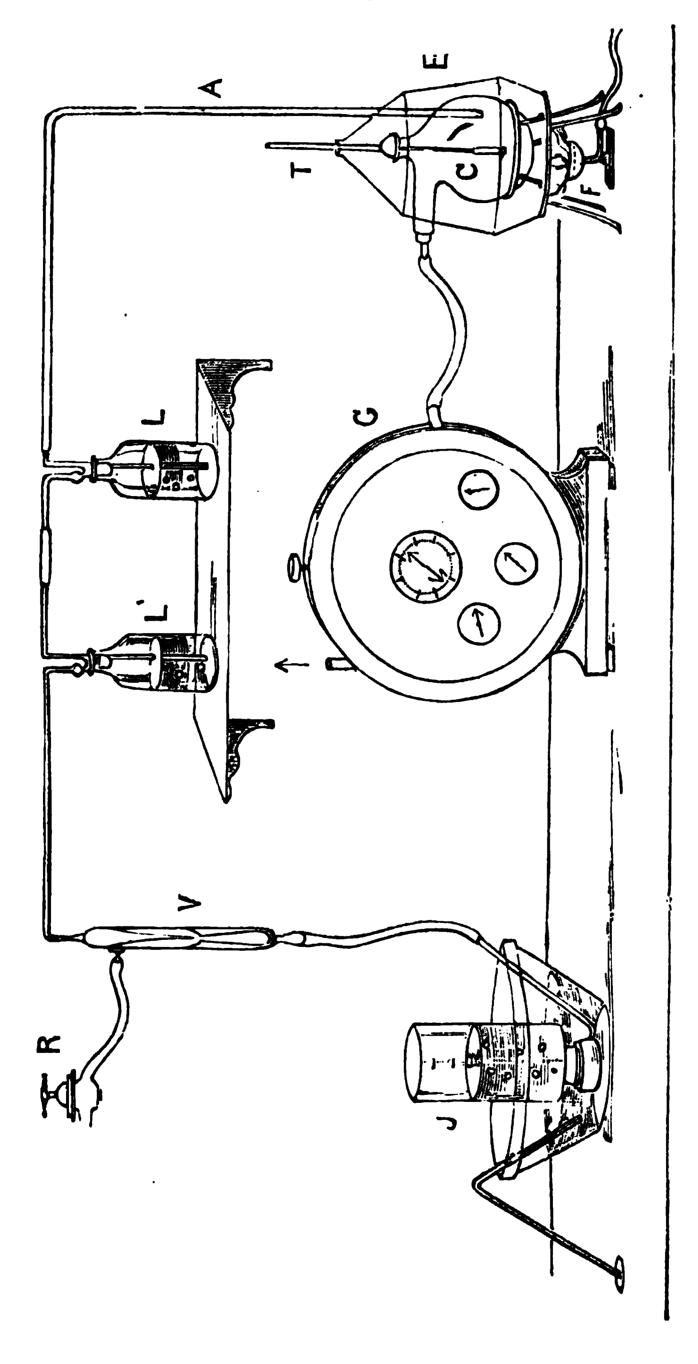
2° Il était indispensable d'employer comme corps pulvérulent destiné à remplir la cornue, une substance calcinée *absolument exempte de nitrate.* Cette substance, devant être mélangée à des bases diverses ou à des carbonates, on devait s'assurer de la pureté de ces produits.

3° La cornue elle-même, dans laquelle, après chaque expérience, l'acide nitrique était recherché, devait ne pas en renfermer d'avance et par conséquent devait être lavée pendant longtemps (opération délicate), ou bien on devait connaître, avant l'expérience, la proportion d'acide azotique contenu dans la terre de la cornue.

4° Enfin, il était très important d'avoir une méthode d'analyse très sensible et donnant des résultats rigoureux.

Voici les moyens dont je me suis servi pour assurer l'exactitude de mes expériences.

I. Pour empêcher l'introduction des composés résultant de la combustion du gaz du fourneau, j'ai employé des manchons, les uns en tôle, les autres en cuivre, dans lesquels les cornues en expérience étaient placées. La forme de ces enveloppes était telle que les cornues en étaient distantes, en tous les points de leur surface, d'environ 4 centimètres. Chaque manchon protecteur E se composait d'un tronc de cône dont la petite base représente le



DISPOSITIF D'UNE EXPÉRIENCE.

fond du manchon, d'un autre tronc de cône ajusté au premier par sa grande base et d'un cône servant de couvercle mobile; son sommet porte un orifice destiné à laisser passer la tige du thermomètre T de la cornue.

A ce manchon est faite une échancrure permettant le passage du col de la cornue C. De plus, le couvercle est muni d'un trou par lequel pénètre un petit tube en plomb A servant à puiser l'air qui entoure la cornue. *(Voir la planche ci-contre.)*

Dans ces conditions, le thermodiffuseur reçoit son échauffement, non pas directement de la flamme du fourneau F, mais du rayonnement de l'enveloppe métallique. Tout autour de ce manchon, il y a un mouvement gazeux déterminé par l'échauffement de l'air par convexion : dans ce courant ascendant sont entraînés les produits de la combustion du gaz du fourneau, qui sortent au dehors par la cheminée de la hotte sous laquelle les appareils étaient placés.

Dans quelques-unes de mes expériences, l'atmosphère contenue entre l'enveloppe et la cornue poreuse était aspirée au moyen d'une trompe à eau V; cet air barbotait dans deux flacons laveurs L et L' qui, renfermant une solution de carbonate de potassium pur, pouvaient retenir l'acide azotique renfermé dans cette atmosphère intérieure. Par des expériences préliminaires, je me suis assuré que, vu la vitesse de l'air barbotant dans la solution alcaline, deux flacons laveurs étaient nécessaires et suffisants.

J'ai fait aussi une expérience en plaçant la cornue poreuse dans une étuve de Wiesnegg émaillée à l'intérieur, la porte étant bien close.

Pour déterminer le volume du gaz dégagé par la cornue dans une expérience, on pouvait mesurer le temps mis pour le dégagement d'un litre; on avait par une simple division le volume d'air dégagé en une heure et par suite pendant la durée de l'expérience.

Il est plus commode de se servir, comme je l'ai fait dans quelques expériences, d'un compteur à gaz G très sensible, indiquant les litres et les décilitres. Le tube abducteur de la cornue poreuse était relié par un tube de caoutchouc à l'ajutage

central du compteur; en notant la position des aiguilles avant une expérience, une simple lecture suffisait ensuite pour savoir le volume de l'air ayant thermodiffusé.

Connaissant ce volume et celui de l'air aspiré par la trompe, il était facile de savoir la proportion, toujours extrêmement faible, d'acide nitrique appartenant à l'air extérieur qui avait passé de l'atmosphère ambiante dans la cornue poreuse.

II. Les corps pulvérulents que j'ai employés comme sols artificiels placés dans les cornues poreuses ont été du sable fin, de la brique blanche pilée et de la ponce concassée.

Tous ces corps renferment des nitrates qui sont quelquefois dans des proportions qu'on ne peut négliger. Il était donc urgent d'en faire un lavage très soigné. Il va sans dire que c'est à l'eau distillée que j'ai eu recours pour ces nombreuses lessives, car l'eau de la ville de Bordeaux renferme, comme toutes les eaux naturelles, de l'acide nitrique.

Au premier abord, il peut paraître très facile de débarrasser ces corps des nitrates qu'ils renferment. C'est, au contraire, une opération fort longue si l'on veut arriver à ne laisser aucune trace d'acide nitrique dans l'eau de lavage.

Pour opérer ces lavages, je faisais quatre parts du corps pulvérulent à purifier, je les introduisais dans quatre matras de 1,500 centimètres cubes où je versais un litre d'eau distillée. Par le sulfate de diphénylamine, j'avais pu m'assurer que cette eau distillée ne contenait pas d'acide nitrique. Ces matras étaient agités vivement de temps en temps et l'eau de lavage était renouvelée deux fois par jour. Chaque fois une petite quantité de cette eau subissait l'essai du réactif dont je viens de parler. Je mettais dans un tube 1 ou 2 centimètres cubes d'acide sulfurique *pur*, exempt d'acide nitrique [1], 3 gouttes de sulfate de diphénylamine, puis j'ajoutais 4 ou 5 centimètres cubes de l'eau à analyser, en inclinant le tube. Quand l'eau renfermait des traces d'acide nitrique, il m'était facile de constater ce qui arrive en pareil cas :

[1] L'acide sulfurique dont je me suis servi était absolument privé d'acide azotique, ainsi que je m'en suis assuré souvent.

la surface de séparation des deux liquides était d'un bleu d'autant plus foncé qu'il y avait plus d'acide nitrique.

Ce n'était pas après deux ou trois renouvellements d'eau que le corps pulvérulent était lavé; il a fallu quelquefois quinze et vingt jours de traitement à l'eau distillée, pour arriver à avoir, avec la diphénylamine une réaction négative.

Le corps pulvérulent était alors desséché et introduit dans un fourneau, où il était chauffé au rouge.

Une fois qu'il était calciné, avant de l'introduire dans la cornue, je le remettais dans de l'eau distillée, pour m'assurer qu'il ne contenait encore aucune trace d'acide nitrique. C'est alors seulement que je me servais du sable, de la brique ou de la ponce.

Ces substances, véritables *sols* artificiels, mais stériles, étaient introduites dans une cornue poreuse et humectées avec des bases diverses ou des carbonates alcalins que j'avais préparés moi-même, ou que j'avais purifiés, de façon à ne pas introduire avec eux la plus petite trace de nitrate.

III. Les cornues contenant la substance pulvérulente renfermaient après chaque expérience une certaine quantité du nitrate formé au cours de la thermodiffusion.

Elles devaient donc être analysées après chaque expérience; mais avant tout, elles devaient ou ne pas contenir de nitrates, d'avance, ou bien il fallait en connaître la quantité exacte.

Le lavage d'une cornue poreuse est une opération difficile et j'ai cru, dans la plupart des expériences, préférable de procéder de la façon suivante : Avant chaque expérience je détachais une partie du col de la cornue qui était pulvérisé et pesé. J'analysais alors la terre de chaque cornue. Connaissant le poids de la cornue, j'avais la quantité d'acide nitrique qui y était contenu d'avance ([1]).

([1]) Je me suis assuré préalablement que le col et la panse des cornues contenaient, à poids égaux, la même proportion d'acide nitrique. Pour cela, j'ai fait l'analyse de la terre d'une cornue, d'une part avec le col, d'autre part avec la panse. Voici les résultats trouvés :

Acide nitrique contenu dans 1 kilogramme de terre de la cornue

Analyse du col	Analyse de la panse
3mgr,2	3mgr,43

Dans le dosage final, il suffisait de retrancher la quantité ainsi préalablement déterminée de la quantité totale trouvée.

Les cornues faites à Paris renfermaient toutes de l'acide nitrique; au contraire celles faites dans la Dordogne en étaient exemptes. Cela tient probablement à ce que la cuisson des dernières avait été poussée à un degré beaucoup plus élevé. C'est, en effet, dans la partie la plus chaude du four que ces cornues avaient été placées, sur ma recommandation.

Néanmoins, le col de celles-ci était toujours enlevé et analysé.

IV. Je vais exposer maintenant la méthode d'analyse que j'ai mise en œuvre pour rechercher et doser l'acide nitrique (1).

Si les quantités de ce corps avaient été considérables, le procédé analytique eût été relativement peu important; mais, comme presque toujours il s'agissait de doses peu élevées, il était indispensable de choisir une méthode de dosage très sensible en même temps que très précise.

J'ai ramené le dosage de l'acide nitrique, dans le sable, la brique, les cornues, etc., au dosage de ce corps dans une eau, en plaçant un poids déterminé de ces substances dans un volume donné d'eau distillée.

Comme la méthode de Grandval et Lajoux donne d'excellents résultats pour le dosage de l'acide nitrique dans une eau, j'ai cru bon de la préférer à toute autre.

Le principe de cette méthode (2) repose sur la transformation du phénol ordinaire en trinitrophénol ou acide picrique, au moyen de l'acide azotique :

$$\underbrace{C^6H^5,OH}_{\text{Phénol.}} + \underbrace{3(AzO^3H)}_{\text{Acide azotique.}} = \underbrace{C^6H^2(AzO^2)^3,OH}_{\text{Acide picrique.}} + \underbrace{3H^2O}_{\text{Eau.}}.$$

On fait ensuite passer l'acide picrique à l'état de picrate d'ammoniaque dont la coloration jaune est très intense. On compare

(1) Je suis heureux de remercier ici M. Denigès, professeur agrégé de chimie, qui m'a conseillé d'employer cette méthode d'analyse des nitrates.

(2) *Journal de pharmacie et de chimie*, t. XII, p. 193.

la teinte obtenue à celle fournie par une solution titrée d'azotate de potassium pur, en se servant d'un colorimètre.

On commence par préparer le réactif sulfo-phénique, en prenant :

Phénol pur....................	3 grammes.
Acide sulfurique monohydraté...	37 grammes.
	40 grammes.

D'autre part, on fait une solution titrée d'azotate de potassium pur; celle que j'ai employée renfermait :

AzO^3K................	$0^{gr},8016$
H^2O..................	500^{cc}

Cette solution est telle qu'elle contient $0^{gr}500$ de AzO^3H; par conséquent, 1 centimètre cube correspond à 1 milligramme AzO^3H.

Pratique de l'analyse. — On verse dans une capsule de porcelaine un volume connu V de la liqueur à analyser, et l'on évapore à siccité au B. M.; on laisse refroidir et l'on ajoute au résidu refroidi un excès de réactif sulfophénique, en ayant soin de le promener, à l'aide d'un agitateur, sur toute la paroi de la capsule, afin qu'aucune parcelle du résidu n'échappe à la réaction. On ajoute ensuite quelques centimètres cubes d'eau distillée, puis un excès d'AzH^3; on obtient ainsi une solution de picrate d'ammonium

$$C^6H^2(AzO^2)^3,OAzH^4,$$

que l'on étend d'eau distillée pour rétablir le volume V. On opère de la même façon sur un égal volume de la solution titrée de nitrate de potassium, en ayant soin de ramener à ce volume V la solution de picrate obtenue. On compare ensuite les deux liquides colorés au moyen d'un coloromètre de Duboscq.

Soient H et H' les hauteurs des colonnes liquides correspondant, la première au liquide sur lequel on effectue le dosage, et la seconde au liquide titré; on a

$$\frac{x}{p} = \frac{H'}{H},$$

d'où

(1) $$x = p \times \frac{H'}{H}.$$

Il faut remarquer ici que la différence de titre en acide nitrique des deux liqueurs que l'on compare ne doit pas être exagérée, sinon, les deux teintes étant trop différentes, il pourrait arriver que l'une des deux échelles de l'instrument ne fût pas suffisante; aussi, pour éviter les tâtonnements, on peut préparer, avec des solutions d'azotate de potassium à divers titres, des liquides colorés formant une échelle de teintes parmi lesquelles on choisit celle qui se rapproche le plus de la teinte fournie par la substance soumise à l'analyse. Il est évident qu'il n'est pas nécessaire que les volumes des liquides soient égaux; il peut arriver que le liquide fourni par l'analyse ait une couleur trop faible pour que l'on puisse compléter le volume V de la liqueur type. On en fait donc un volume v et, dans ce cas, la quantité d'acide nitrique sera donnée par la formule

(2) $$x = p \times \frac{H'}{H} \times \frac{v}{V}.$$

J'avais préparé, pour les dosages que j'ai eu à faire, trois teintes obtenues avec trois solutions titrées d'azotate de potassium pur.

I. La première solution était faite en étendant 10 centimètres cubes de la solution titrée dont j'ai donné la formule plus haut à un litre d'eau distillée. Le résidu de l'évaporation de 50 centimètres cubes de cette liqueur au B. M. traité par le réactif sulfo-phénique et l'ammoniaque, puis additionné d'eau distillée pour refaire le volume de 50 centimètres cubes fournit une teinte jaune qui correspond à $0^{mgr},5$ de AzO^6H.

II. La deuxième solution titrée était obtenue en étendant 25 centimètres cubes de la solution précédente à 50. Après l'évaporation de ces 50 centimètres cubes et le traitement par le phénol sulfurique et l'ammoniaque, on a, en ramenant à 50 le volume, une teinte correspondant à $0^{mgr},25$ de AzO^6H.

III. Enfin la solution titrée la plus faible était faite en étendant 12^{cc},5 de la solution I à 50 centimètres cubes. La teinte fournie par le traitement du résidu de l'évaporation de 50 centimètres cubes ramené à ce volume correspond à 0^{mgr},125 de AzO^3H.

Les auteurs de ce procédé ont recherché quelle est sa sensibilité. Ils ont préparé des solutions de nitrate de potassium pur qu'ils ont traitées comme il vient d'être dit et ont comparé les résultats fournis par le colorimètre aux poids calculés d'acide azotique. Le tableau suivant donne une idée de l'exactitude et de la sensibilité de la méthode.

ACIDE NITRIQUE	
Calculé	Trouvé
0^{gr},0025	0^{gr},0025
0 ,001	0 ,000952
0 ,00005	0 ,00005
0 ,000025	0 ,000024
0 ,0000125	0 ,0000120

Ce procédé, comme on le voit, permet de reconnaître et de doser l'acide nitrique contenu dans une liqueur avec une approximation telle que l'on peut compter au moins sur la cinquième décimale.

Une des conditions indispensables pour l'accomplissement du phénomène de la thermodiffusion dans une masse poreuse, c'est que celle-ci soit humide.

Il y a un juste milieu à observer dans l'humidité à donner à un corps qui doit thermodiffuser. Si on le mouille avec une quantité d'eau trop considérable, la thermodiffusion s'accomplit mal; il faut que l'eau introduite dans l'appareil soit absorbée par la masse poreuse, de façon qu'elle ne suinte pas et qu'elle paraisse ne pas mouiller le corps.

Dans mes expériences qui ont porté sur des cornues d'un demi-litre, le volume d'eau qui convenait le mieux était 100 centimètres cubes.

Les appareils fonctionnant jour et nuit, l'eau d'imbibition était introduite par le col des cornues, le matin et le soir.

La température à laquelle les thermodiffuseurs ont été portés a généralement été inférieure à 110°.

Les sols artificiels qne j'ai employés ont été mélangés avec des substances basiques variées; j'ai choisi celles qu'on rencontre le plus fréquemment dans la nature, comme le carbonate de potassium, la potasse, la chaux, la magnésie, l'alumine.

CHAPITRE IV

Détail des expériences et résultats.

EXPÉRIENCE I. — *Cornue de Mussidan, sable et carbonate de potassium.* — La substance pulvérulente jouant le rôle de sol artificiel a été ici du sable de mer lavé pendant douze jours, d'après les indications fournies précédemment, et calciné.

Le poids du sable sec nécessaire pour remplir la cornue poreuse a été de 730 grammes.

La cornue qui a servi dans cette expérience provenait de la fabrique de Mussidan. Son col a été détaché dans sa presque totalité pour servir au dosage des nitrates de la terre de la cornue.

Le sable de l'appareil a été humecté avec une solution de 2 grammes de CO^3K^2 pur [1].

L'air compris entre la cornue et l'enveloppe protectrice a été puisé par le tuyau de plomb et a barboté dans une solution de carbonate de potassium pur.

La circulation de l'air dans la masse poreuse par thermodiffusion a duré 18 jours ou 432 heures, à la température de 90-110°.

Le volume du gaz dégagé par la cornue a été de 460 litres.

Analyses.

1° *Sable.* — Après l'expérience, le sable a été bien mélangé, dans un mortier, et 20 grammes ont été introduits dans un matras jaugé de 500 centimètres cubes, rempli d'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

---

(1) Pour avoir du carbonate de potassium pur, je l'ai préparé en faisant une solution titrée de potasse caustique, exempte de nitrate, dans laquelle j'ai fait passer jusqu'à refus un courant d'anhydride carbonique pur.

Ce matras était agité de temps en temps pendant quarante-huit heures. C'est dans l'eau de macération que l'acide AzO^3H a été recherché. Pour cela, 50 centimètres cubes ont été évaporés à siccité à 100°; après le traitement indiqué, le volume a été porté à 20 centimètres cubes; la teinte jaune de picrate d'ammoniaque obtenue a été comparée à celle fournie par la solution n° 3, au colorimètre de Duboscq.

On a

$$x_{50} = 0{,}125 \times \frac{5}{35} \times \frac{20}{50} = 0{,}0071.$$

Dans les 20 grammes de sable prélevés, la quantité d'acide azotique est, par suite,

$$0{,}0071 \times 10 = 0{,}071,$$

et dans les 730 grammes de sable, il y a

$$\frac{730}{20} \times 0{,}071 = 2^{mgr}{,}6\ AzO^3H.$$

2° *Cornue.* — La cornue pesant 510 grammes a été pulvérisée après que la tubulure et le plâtre qui l'obturait en eurent été détachés. 20 grammes de cette poudre ont été mis dans 500 centimètres cubes d'eau distillée, pendant quarante-huit heures.

La teinte obtenue, d'un volume de 20 centimètres cubes, a été comparée à celle de la solution n° 2.

On a

$$x_{50} = 0.25 \times \frac{5}{13} \times \frac{20}{50} = 0{,}038.$$

Pour les 500 centimètres cubes d'eau, c'est-à-dire pour les 20 grammes de terre, la quantité d'acide nitrique est

$$0{,}038 \times 10 = 0{,}38,$$

et pour les 510 grammes de cornue

$$\frac{510}{20} \times 0{,}38 = 9^{mgr}{,}7\ AzO^3H.$$

3° *Col.* — Le col, qui avait été détaché avant l'expérience, a été analysé en même temps et de la même façon que la cornue. Après le traitement par le réactif sulfophénique et l'ammoniaque, il ne s'est produit aucune teinte. La recherche par la diphénylamine a aussi donné un résultat négatif. La terre de la cornue, avant l'expérience, ne contenait donc pas de nitrates, et la quantité d'acide nitrique trouvée dans la cornue a été formée par suite de la circulation de l'air à travers la masse poreuse.

4° *Liquide des flacons laveurs.* — Le volume de ce liquide était de 150 centimètres cubes. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes a été comparée à la teinte de la solution n° 2.

$$x_{50} = 0{,}25 \times \frac{5}{19} \times \frac{20}{50} = 0{,}026,$$

ce qui donne, pour le volume total, 150 centimètres cubes.

$$0{,}026 \times 3 = 0^{mgr}{,}078\ AzO^3H.$$

C'est une quantité presque négligeable.

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	le sable	$2^{mgr},6$
	la cornue (après l'expérience)	9 ,7
	Total	12 ,3
	la cornue (avant l'expérience)	0 ,0
	la liqueur de lavage de l'air aspiré	—0 ,078
	Reste	$12^{mgr},222$

Ainsi, dans cette expérience, il s'est formé aux dépens des éléments de l'air, par suite de sa circulation dans la masse poreuse, $12^{mgr},22$ d'acide nitrique.

EXPÉRIENCE II. — *Cornue de Paris, sable et carbonate de potassium.* — Le corps pulvérulent introduit dans la cornue poreuse a été également du sable fin. Le lavage, par portions, dans les matras a duré seize jours; il a été ensuite calciné. Le poids du sable nécessaire pour remplir la cornue a été de 730 grammes.

Une solution de 5 grammes de carbonate de potassium a été versée sur le sable.

La cornue de cette expérience avait été faite à Paris : elle renfermait des nitrates. J'ai essayé d'en faire le lavage avant de l'employer. Pour cela, je l'ai placée dans un cristallisoir avec deux litres d'eau distillée. Tous les jours l'eau de macération était renouvelée et examinée avec la diphénylamine, ainsi qu'au réactif sulfophénique après évaporation de 50 centimètres cubes. Pendant quatorze jours, j'ai trouvé des nitrates; les deux jours suivants les résultats fournis par les deux réactions ont été négatifs.

Sèche, cette cornue pesait 590 grammes.

L'atmosphère comprise entre l'enveloppe métallique et la cornue était aspirée par une trompe à eau et barbotait dans une solution de CO^3K^2 pur.

La thermodiffusion s'est effectuée pendant 20 jours ou 480 heures, le thermomètre indiquant une température oscillant entre 100 et 110°.

Analyses.

1° *Sable.* — Après l'expérience, 20 grammes de sable bien mélangé ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée pendant deux jours. La teinte jaune obtenue par l'évaporation de 50 centimètres cubes de cette eau a été comparée à la teinte de la solution n° 2.

On a

$$x_{50} = 0,25 \times \frac{5}{18,5} \times \frac{20}{50} = 0,028.$$

Dans les 20 grammes de sable mis à macérer, il y a

$$0,028 \times 10 = 0,28,$$

et dans le sable pesant 730 grammes,

$$\frac{730}{20} \times 0,28 = 10^{mgr},2\ AzO^3H.$$

2° *Cornue.* — L'analyse de la cornue a été faite de la même façon que le lavage primitif : elle a été placée dans deux litres

d'eau distillée pendant cinq jours. 50 centimètres cubes de l'eau de macération évaporés ont donné une teinte dont le volume a été ramené à 50 centimètres cubes et qui a été comparée à la teinte de la solution n° 1.

On a

$$x_{50} = 0,5 \times \frac{5}{9,6} = 0,26.$$

Dans deux litres d'eau, c'est-à-dire dans la cornue entière, il y a

$$\frac{2000}{50} \times 0,26 = 10^{mgr},4 \ AzO^3H.$$

3° *Solution alcaline des flacons laveurs.* — Le volume de cette liqueur était de 250 centimètres cubes. La teinte obtenue a été comparée à la teinte de la solution n° 3, son volume ayant été ramené à 50 centimètres cubes.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{4} = 0,156.$$

Dans la liqueur entière, il y a

$$\frac{250}{50} \times 0,156 = 0^{mgr},78 \ AzO^3H.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	le sable	$10^{mgr},2$
	la cornue (après l'expérience)	10 ,4
	Total	20 ,6
	la cornue (avant l'expérience)	0 ,00
	la liqueur de lavage de l'air aspiré	—0 ,78
	Reste	$19^{mgr},82$

La circulation de l'air produite par la thermodiffusion a donné naissance, dans cette expérience, à $19^{mgr},82$ d'acide nitrique.

EXPÉRIENCE III. — *Cornue de Paris, sable et potasse.* — Pour être bien renseigné sur la valeur des enveloppes dans lesquelles les cornues poreuses étaient placées, afin de les préserver des

produits nitrés de la combustion du gaz du fourneau, j'ai fait l'expérience suivante.

Une cornue poreuse, dont le col avait été détaché pour servir à l'analyse de la terre, a été remplie de sable lavé et calciné, humecté ensuite d'une solution de 5 grammes de potasse pure.

Le thermodiffuseur ainsi préparé a été placé dans une étuve de Wiesnegg, émaillée à l'intérieur, fermée de toutes parts et communiquant par l'ouverture supérieure avec une éprouvette renfermant de la ponce humectée de potasse, destinée à débarrasser l'air de l'acide nitrique qu'il pouvait contenir. Le petit ventilateur placé à la porte de l'étuve était fermé par du plâtre, ne laissant passer que le tube abducteur de la cornue.

La thermodiffusion a duré 290 heures et s'est effectuée à la température de 100 à 110°.

Analyses.

1° *Sable.* — Après l'expérience, 20 grammes du sable bien mélangé ont été placés pendant quarante-huit heures dans un matras de 500 centimètres cubes.

Le poids du sable sec introduit dans la cornue était de 720 grammes. Le résidu de l'évaporation de 50 centimètres cubes, ramené à 20 après le traitement, a donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 2.

On a

$$x_{50} = 0,25 \times \frac{5}{7,6} \times \frac{20}{50} = 0,065.$$

Dans les 500 centimètres cubes, c'est-à-dire dans les 20 grammes de sable, il y a

$$0,065 \times 10 = 0,65,$$

et dans les 720 grammes de sable,

$$\frac{720}{20} \times 0,65 = 20^{mgr},23 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

2° *Cornue.* — La cornue de cette expérience avait été fabriquée à Paris; son col a été détaché. La cornue sèche pesait 580 grammes.

calcinée. Le poids introduit dans la cornue a été de 710 grammes. Elle a été humectée de 10 grammes de carbonate de potassium pur dissous.

La cornue sèche pesait 555 grammes. Son col a été détaché.

La thermodiffusion s'est effectuée pendant 168 heures à la température de 90-110°.

Analyses.

1° *Brique*. — 20 grammes de brique bien mélangée dans un mortier ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau pendant 48 heures. La teinte fournie par 50 centimètres cubes de cette eau a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{53,3} \times \frac{20}{50} = 0,0048.$$

Dans les 20 grammes de brique, il y a

$$0,0048 \times 10 = 0,048,$$

et dans 710 grammes,

$$\frac{710}{20} \times 0,048 = 1^{mgr},72 \ AzO^3H.$$

2° *Cornue*. — La cornue, une fois pulvérisée, 20 grammes ont été mis à macérer dans 500 centimètres cubes d'eau. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes a été comparée à celle fournie par la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{13,6} \times \frac{20}{50} = 0,0183.$$

Dans les 20 grammes de cornue, il y a

$$0,0183 \times 10 = 0,183,$$

et dans la cornue entière, pesant 555 grammes, il y a

$$\frac{555}{20} \times 0,183 = 5^{mgr},07 \ AzO^3H.$$

3° *Col*. — Le col a été pulvérisé en même temps que la cornue;

20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{33,3} \times \frac{20}{50} = 0,0075.$$

Dans 20 grammes de terre de cornue, il y a

$$0,0075 \times 10 = 0,075,$$

et dans la cornue entière pesant 555 grammes, il y avait avant l'expérience

$$\frac{555}{20} \times 0,075 = 2^{mgr},1 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO³H) contenu dans	la brique	1ᵐᵍʳ,72
	la cornue (après l'expérience)..	5 ,07
	Total	6 ,79
	la cornue (avant l'expérience)..	—2 ,10
	Reste	4ᵐᵍʳ,69

Expérience VII. — *Cornue de Paris, brique et chaux.* — Le corps pulvérulent introduit dans la cornue a été, comme dans l'expérience précédente, de la brique blanche pilée, lavée et calcinée.

La base destinée à fixer l'acide azotique formé par la circulation de l'air dans le thermodiffuseur a été de la chaux. J'ai pris de la chaux vive fraîchement préparée que j'ai éteinte ensuite.

Cette chaux renfermait de l'acide nitrique en assez grande proportion. Au lieu d'en faire le lavage, j'ai dosé la proportion d'acide nitrique avant l'expérience. Pour cela, 20 grammes de la chaux éteinte, séchée à 100°, ont été mis dans 500 centimètres cubes d'eau distillée pendant quarante-huit heures. 50 centimètres cubes de cette eau de chaux ont donné une teinte, après le traitement par le réactif sulfophénique et l'ammoniaque, qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{20,8} \times \frac{20}{50} = 0,012.$$

Dans les 20 grammes de chaux, il y a

$$0,012 \times 10 = 0^{mgr},12 \text{ AzO}^3\text{H},$$

ce qui porte la proportion d'acide azotique à 6 milligrammes par kilogramme de chaux éteinte sèche.

A la brique pilée pesant 680 grammes ont été mélangés 70 grammes de chaux éteinte sèche; ce qui représente un poids total de 750 grammes introduit dans la cornue. Son col a été détaché avant l'expérience. Le poids de la cornue était de 580 grammes.

La thermodiffusion s'est effectuée pendant 168 heures, à la température de 100 à 110°.

Analyses.

1° *Brique et chaux.* — Ces deux substances très bien mélangées dans un mortier, 40 grammes ont été placés dans un litre d'eau distillée pendant quarante-huit heures. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes a été comparée à celle de la solution n° 3.

La quantité d'acide nitrique renfermée dans 50 centimètres cubes de l'eau est

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{16,3} \times \frac{20}{50} = 0,0154.$$

Dans 20 grammes de mélange brique et chaux, il y a

$$0,0154 \times 10 = 0,154,$$

et dans les 750 grammes du mélange,

$$\frac{750}{20} \times 0,154 = 5^{mgr},78 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

Dans les 70 grammes de chaux employée, il y avait

$$\frac{70}{20} \times 0,12 = 0^{mgr},42 \text{ AzO}^3\text{H},$$

qu'il faut retrancher de $5^{mgr},78$. Il reste $5^{mgr},36$ de AzO^3H.

2° *Cornue.* — La cornue pulvérisée a été analysée comme les précédentes. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes de l'eau de macération a été comparée avec celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{20,8} \times \frac{20}{50} = 0,012.$$

Dans les 20 grammes de cornue, il y a

$$0,012 \times 10 = 0,12,$$

et dans la cornue entière pesant 580 grammes,

$$\frac{580}{20} \times 0,12 = 3^{mgr},52 \ AzO^3H.$$

3° *Col.* — 20 grammes du col pulvérisé ont été mis à macérer dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. 50 centimètres cubes de cette eau ont fourni une teinte comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{33,5} \times \frac{20}{50} = 0,0076.$$

Dans 20 grammes de terre de cornue, il y a

$$0,0076 \times 10 = 0,076,$$

et dans la cornue entière pesant 580 grammes,

$$\frac{580}{20} \times 0,076 \times 2^{mgr},2 \ AzO^3H.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	la brique et la chaux..........	$5^{mgr},78$
	la cornue (après l'expérience)..	3 ,52
	Total......	9 ,30
	la chaux (avant l'expérience)..	—0 ,42
	la cornue (avant l'expérience)..	—2 ,2
	Reste......	$6^{mgr},68$

EXPÉRIENCE VIII. — *Cornue de Paris, brique et magnésie.* —

C'est encore la brique pilée qui a servi de sol artificiel. Le lavage a été pratiqué avec les mêmes précautions que précédemment. La base mélangée à la brique a été de la magnésie calcinée. Cette magnésie contenait, elle aussi, de l'acide nitrique. Elle en a été privée par des lavages à l'eau distillée, jusqu'à ce que la diphénylamine ait donné une réaction négative. Cette magnésie, une fois séchée, 20 grammes ont été mélangés à la brique pilée pesant 710 grammes. Ce qui fait en tout 730 grammes.

La cornue poreuse avait été lavée comme celle de l'expérience II, jusqu'à disparition des nitrates.

La thermodiffusion a duré 192 heures, à la température de 100 à 110°.

Analyses.

1° *Brique et magnésie.* — La brique et la magnésie bien mélangées dans un mortier, pesant ensemble 730 grammes, ont été analysées en mettant 20 grammes dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. 50 centimètres cubes évaporés ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0{,}125 \times \frac{3}{42{,}8} \times \frac{20}{50} = 0{,}0035.$$

Dans 20 grammes du mélange, il y a

$$0{,}0035 \times 10 = 0{,}035,$$

et dans 730 grammes,

$$\frac{730}{20} \times 0{,}035 = 1^{mgr}{,}27 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

2° *Cornue.* — La cornue a été placée après l'expérience dans deux litres d'eau distillée pendant quatre jours. 50 centimètres cubes de cette eau évaporés ont fourni une teinte comparée à celle de la solution n° 2.

On a

$$x_{50} = 0{,}25 \times \frac{5}{7{,}2} \times \frac{20}{50} = 0{,}069.$$

dans les deux litres d'eau de macération, c'est-à-dire dans la cornue entière, il y a

$$\frac{2000}{50} \times 0{,}069 = 2^{mgr},76 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO³H) contenu dans	la brique et la magnésie	$1^{mgr},27$
	la cornue	2 ,76
	Total	$4^{mgr},03$

EXPÉRIENCE IX. — *Cornue de Paris, brique et alumine.* — La substance pulvérulente employée comme sol artificiel a été de la brique pilée mélangée à de l'alumine. Le lavage de la brique a été fait toujours de la même façon jusqu'à disparition des nitrates.

L'alumine dont je me suis servi m'avait été donnée par M. Pionchon, professeur de physique de la Faculté des sciences de Bordeaux. Cette alumine avait été préparée dans son laboratoire et semblait pure. Cependant la présence de l'acide nitrique y était manifeste; il a fallu d'assez nombreux lavages pour arriver à l'en priver complètement.

35 grammes d'alumine séchée à 100° ont été mélangés à 715 grammes de brique.

La cornue avait été lavée pendant plusieurs jours comme celles des expériences II et VIII.

La thermodiffusion s'est effectuée pendant 192 heures, à la température de 100° environ.

Analyses.

1° *Brique et alumine.* — L'ensemble de ces deux substances représente un poids de 750 grammes. Après leur mélange intime, 20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. 50 centimètres cubes évaporés ont donné une teinte comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0{,}125 \times \frac{3}{42{,}8} \times \frac{20}{50} = 0{,}0035.$$

calcinée. Le poids introduit dans la cornue a été de 710 grammes. Elle a été humectée de 10 grammes de carbonate de potassium pur dissous.

La cornue sèche pesait 555 grammes. Son col a été détaché.

La thermodiffusion s'est effectuée pendant 168 heures à la température de 90-110°.

Analyses.

1° *Brique.* — 20 grammes de brique bien mélangée dans un mortier ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau pendant 48 heures. La teinte fournie par 50 centimètres cubes de cette eau a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{53,3} \times \frac{20}{50} = 0,0048.$$

Dans les 20 grammes de brique, il y a

$$0,0048 \times 10 = 0,048,$$

et dans 710 grammes,

$$\frac{710}{20} \times 0,048 = 1^{mgr},72 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

2° *Cornue.* — La cornue, une fois pulvérisée, 20 grammes ont été mis à macérer dans 500 centimètres cubes d'eau. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes a été comparée à celle fournie par la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{13,6} \times \frac{20}{50} = 0,0183.$$

Dans les 20 grammes de cornue, il y a

$$0,0183 \times 10 = 0,183,$$

et dans la cornue entière, pesant 555 grammes, il y a

$$\frac{555}{20} \times 0,183 = 5^{mgr},07 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

3° *Col.* — Le col a été pulvérisé en même temps que la cornue;

20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{33,3} \times \frac{20}{50} = 0,0075.$$

Dans 20 grammes de terre de cornue, il y a

$$0,0075 \times 10 = 0,075,$$

et dans la cornue entière pesant 555 grammes, il y avait avant l'expérience

$$\frac{555}{20} \times 0,075 = 2^{mgr},1 \ AzO^3H.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	la brique	$1^{mgr},72$
	la cornue (après l'expérience)	5 ,07
	Total	6 ,79
	la cornue (avant l'expérience)	—2 ,10
	Reste	$4^{mgr},69$

Expérience VII. — *Cornue de Paris, brique et chaux.* — Le corps pulvérulent introduit dans la cornue a été, comme dans l'expérience précédente, de la brique blanche pilée, lavée et calcinée.

La base destinée à fixer l'acide azotique formé par la circulation de l'air dans le thermodiffuseur a été de la chaux. J'ai pris de la chaux vive fraîchement préparée que j'ai éteinte ensuite.

Cette chaux renfermait de l'acide nitrique en assez grande proportion. Au lieu d'en faire le lavage, j'ai dosé la proportion d'acide nitrique avant l'expérience. Pour cela, 20 grammes de la chaux éteinte, séchée à 100°, ont été mis dans 500 centimètres cubes d'eau distillée pendant quarante-huit heures. 50 centimètres cubes de cette eau de chaux ont donné une teinte, après le traitement par le réactif sulfophénique et l'ammoniaque, qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{20,8} \times \frac{20}{50} = 0,012.$$

Dans les 20 grammes de chaux, il y a

$$0,012 \times 10 = 0^{mgr},12 \ AzO^3H,$$

ce qui porte la proportion d'acide azotique à 6 milligrammes par kilogramme de chaux éteinte sèche.

A la brique pilée pesant 680 grammes ont été mélangés 70 grammes de chaux éteinte sèche; ce qui représente un poids total de 750 grammes introduit dans la cornue. Son col a été détaché avant l'expérience. Le poids de la cornue était de 580 grammes.

La thermodiffusion s'est effectuée pendant 168 heures, à la température de 100 à 110°.

Analyses.

1° *Brique et chaux.* — Ces deux substances très bien mélangées dans un mortier, 40 grammes ont été placés dans un litre d'eau distillée pendant quarante-huit heures. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes a été comparée à celle de la solution n° 3.

La quantité d'acide nitrique renfermée dans 50 centimètres cubes de l'eau est

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{16,3} \times \frac{20}{50} = 0,0154.$$

Dans 20 grammes de mélange brique et chaux, il y a

$$0,0154 \times 10 = 0,154,$$

et dans les 750 grammes du mélange,

$$\frac{750}{20} \times 0,154 = 5^{mgr},78 \ AzO^3H.$$

Dans les 70 grammes de chaux employée, il y avait

$$\frac{70}{20} \times 0,12 = 0^{mgr},42 \ AzO^3H,$$

qu'il faut retrancher de $5^{mgr},78$. Il reste $5^{mgr},36$ de AzO^3H.

2° *Cornue.* — La cornue pulvérisée a été analysée comme les précédentes. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes de l'eau de macération a été comparée avec celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{20,8} \times \frac{20}{50} = 0,012.$$

Dans les 20 grammes de cornue, il y a

$$0,012 \times 10 = 0,12,$$

et dans la cornue entière pesant 580 grammes,

$$\frac{580}{20} \times 0,12 = 3^{mgr},52 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

3° *Col.* — 20 grammes du col pulvérisé ont été mis à macérer dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. 50 centimètres cubes de cette eau ont fourni une teinte comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{33,5} \times \frac{20}{50} = 0,0076.$$

Dans 20 grammes de terre de cornue, il y a

$$0,0076 \times 10 = 0,076,$$

et dans la cornue entière pesant 580 grammes,

$$\frac{580}{20} \times 0,076 \times 2^{mgr},2 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	la brique et la chaux..........	$5^{mgr},78$
	la cornue (après l'expérience)..	3 ,52
	Total......	9 ,30
	la chaux (avant l'expérience)..	—0 ,42
	la cornue (avant l'expérience)..	—2 ,2
	Reste......	$6^{mgr},68$

EXPÉRIENCE VIII. — *Cornue de Paris, brique et magnésie.* —

C'est encore la brique pilée qui a servi de sol artificiel. Le lavage a été pratiqué avec les mêmes précautions que précédemment. La base mélangée à la brique a été de la magnésie calcinée. Cette magnésie contenait, elle aussi, de l'acide nitrique. Elle en a été privée par des lavages à l'eau distillée, jusqu'à ce que la diphénylamine ait donné une réaction négative. Cette magnésie, une fois séchée, 20 grammes ont été mélangés à la brique pilée pesant 710 grammes. Ce qui fait en tout 730 grammes.

La cornue poreuse avait été lavée comme celle de l'expérience II, jusqu'à disparition des nitrates.

La thermodiffusion a duré 192 heures, à la température de 100 à 110°.

Analyses.

1° *Brique et magnésie.* — La brique et la magnésie bien mélangées dans un mortier, pesant ensemble 730 grammes, ont été analysées en mettant 20 grammes dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. 50 centimètres cubes évaporés ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{3}{42,8} \times \frac{20}{50} = 0,0035.$$

Dans 20 grammes du mélange, il y a

$$0,0035 \times 10 = 0,035,$$

et dans 730 grammes,

$$\frac{730}{20} \times 0,035 = 1^{mgr},27 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

2° *Cornue.* — La cornue a été placée après l'expérience dans deux litres d'eau distillée pendant quatre jours. 50 centimètres cubes de cette eau évaporés ont fourni une teinte comparée à celle de la solution n° 2.

On a

$$x_{50} = 0,25 \times \frac{5}{7,2} \times \frac{20}{50} = 0,069.$$

dans les deux litres d'eau de macération, c'est-à-dire dans la cornue entière, il y a

$$\frac{2000}{50} \times 0,069 = 2^{mgr},76 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO³H) contenu dans	la brique et la magnésie	1mgr,27
	la cornue	2 ,76
	Total	4mgr,03

EXPÉRIENCE IX. — *Cornue de Paris, brique et alumine.* — La substance pulvérulente employée comme sol artificiel a été de la brique pilée mélangée à de l'alumine. Le lavage de la brique a été fait toujours de la même façon jusqu'à disparition des nitrates.

L'alumine dont je me suis servi m'avait été donnée par M. Pionchon, professeur de physique de la Faculté des sciences de Bordeaux. Cette alumine avait été préparée dans son laboratoire et semblait pure. Cependant la présence de l'acide nitrique y était manifeste; il a fallu d'assez nombreux lavages pour arriver à l'en priver complètement.

35 grammes d'alumine séchée à 100° ont été mélangés à 715 grammes de brique.

La cornue avait été lavée pendant plusieurs jours comme celles des expériences II et VIII.

La thermodiffusion s'est effectuée pendant 192 heures, à la température de 100° environ.

Analyses.

1° *Brique et alumine.* — L'ensemble de ces deux substances représente un poids de 750 grammes. Après leur mélange intime, 20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. 50 centimètres cubes évaporés ont donné une teinte comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{3}{42,8} \times \frac{20}{50} = 0,0035.$$

Dans 20 grammes de brique et alumine, il y a

$$0,0035 \times 10 = 0,035,$$

et dans 750 grammes du mélange

$$\frac{750}{20} \times 0,032 = 1^{mgr},32 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

2° *Cornue.* — La cornue a été placée, après l'expérience, dans deux litres d'eau distillée, pendant quatre jours. 50 centimètres cubes de cette eau de macération ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{5,8} \times \frac{20}{50} = 0,043.$$

Dans les deux litres d'eau distillée, c'est-à-dire dans la cornue entière, il y a

$$\frac{2000}{50} \times 0,043 = 1^{mgr},72 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	la brique et l'alumine........	$1^{mgr},32$
	la cornue....................	1 ,72
	Total........	$3^{mgr},04$

Par les expériences qui précèdent, on voit que la thermodiffusion s'effectuant dans des corps pulvérulents divers, imprégnés de substances diverses, a toujours été accompagnée d'une production variable d'acide nitrique.

Tableau résumant les quantités d'acide nitrique formé par litre de substances poreuses.

N^{os} des expériences	SUBSTANCES POREUSES ET CORPS BASIQUES	Milli-grammes
I....	Cornue de Mussidan, sable et carbonate de potassium.....	24,44
II....	Cornue de Paris, sable et carbonate de potassium.........	39,64
III....	Cornue de Paris, sable et potasse........................	45,12
IV....	Cornue de Paris, sable et potasse	39,70
V....	Cornue de Paris, pierre ponce et carbonate de potassium..	11,56
VI....	Cornue de Paris, brique blanche et carbonate de potassium	9,4
VII....	Cornue de Paris, brique blanche et chaux................	13,35
VIII....	Cornue de Paris, brique blanche et magnésie............	8,06
IX....	Cornue de Paris, brique blanche et alumine.............	6,08

Si on compare les différents résultats obtenus, on peut remarquer que ce n'est pas précisément la nature du corps basique, destiné à fixer l'acide, qui influe sur la proportion obtenue.

C'est plutôt la nature du sol artificiel. Ainsi la brique pilée et la pierre ponce semblent donner moins d'acide nitrique que le sable fin. Cette différence peut s'expliquer par l'état inégal de division de ces corps : le sable est composé de particules beaucoup plus petites que celles de la brique ou de la ponce concassée. La circulation de l'air est évidemment plus gênée à travers le sable qu'à travers la brique ou la ponce concassée ; d'où une production plus abondante d'acide nitrique dans le premier cas que dans le second.

Influence de la température. — Il était intéressant de savoir si la température à laquelle s'effectuait la circulation gazeuse par thermodiffusion entrait en ligne de compte dans la quantité de nitrate formé. J'ai dit plus haut que la vitesse de dégagement et la pression dans un thermodiffuseur croissent avec la température ; ce qui est dû à ce que l'échauffement de la masse poreuse mouillée accélère la rentrée de l'air.

Pour savoir comment influe la température sur le phénomène de nitrification, par thermodiffusion, j'ai fait deux expériences simultanées, l'une où la circulation de l'air se faisait à la température 180°, l'autre à la température de 60-70°.

Les deux cornues poreuses étaient identiques, faites avec de la terre de Mussidan, contenant le même sable et humectées de la même solution de carbonate de potassium.

Il était indispensable dans ces expériences comparatives que le volume de l'air circulant dans les masses poreuses fût le même. Pour cela, je me suis servi d'un compteur à gaz qui indiquait exactement le volume d'air dégagé par les cornues.

La thermodiffusion s'effectuant à basse température a duré 45 jours ou 1,080 heures. La cornue à haute température thermodiffusait pendant trois ou quatre heures par jour.

Le volume de l'air qui a circulé dans chaque thermodiffuseur a été de 340 litres.

Pendant toute la durée de l'expérience, j'ai aspiré, au moyen de la trompe à eau, l'atmosphère située autour de la cornue à basse température, dans l'enveloppe métallique protectrice.

EXPÉRIENCE FAITE A LA TEMPÉRATURE DE 180°. — *Cornue de Mussidan, sable et carbonate de potassium.* — La cornue placée dans une enveloppe métallique était remplie de sable lavé jusqu'à disparition complète des nitrates (ce qui a demandé dix-huit jours), puis calciné. Ce sable pesant, sec, 845 grammes a été humecté d'une dissolution de 1gr50 de CO^3K^2 pur.

La cornue pesait 530 grammes, le col ayant été détaché.

Deux fois par jour, 100 centimètres cubes d'eau distillée étaient introduits dans la cornue pour rendre humide la masse poreuse.

Analyses.

1° *Sable.* — 20 grammes du sable bien mélangé ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée pendant quarante-huit heures. 50 centimètres cubes de cette eau évaporés ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{18,7} \times \frac{20}{50} = 0,0133.$$

Dans les 20 grammes de sable, il y a

$$0,0133 \times 10 = 0,133,$$

et dans 845 grammes,

$$\frac{845}{20} \times 0,133 = 5^{mgr},62 \ AzO^3H.$$

2° *Cornue.* — La cornue, pesant 530 grammes, a été pulvérisée après l'expérience et 20 grammes ont été mis pendant deux jours dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. La teinte fournie par 50 centimètres cubes de cette eau a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0{,}125 \times \frac{5}{11{,}5} \times \frac{20}{50} = 0{,}0216.$$

Dans 20 grammes de cornue, il y a

$$0{,}0216 \times 10 = 0{,}216,$$

et dans la cornue entière

$$\frac{530}{20} \times 0{,}216 = 5^{mgr},72 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

3° *Col.* — Le col, pulvérisé et placé (20 grammes) dans l'eau distillée (500 centimètres cubes), a donné un liquide incolore par le traitement sulfophénique et l'ammoniaque.

4° *Solution des flacons laveurs.* — Ce liquide était comme précédemment une solution de CO^3K^2 pur. Le volume total était de 250 centimètres cubes. 50 centimètres cubes évaporés et traités comme à l'habitude ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 2.

On a

$$x_{50} = 0{,}25 \times \frac{5}{13{,}6} \times \frac{20}{50} = 0{,}096.$$

Dans les 250 centimètres cubes, il y a

$$\frac{250}{50} \times 0{,}096 = 0^{mgr},48 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	le sable	$5^{mgr},62$
	la cornue (après l'expérience)	5 ,72
	Total	11 ,34
	la cornue (avant l'expérience)	—0 ,00
	le liquide des flacons laveurs	—0 ,48
	Reste	$10^{mgr},86$

EXPÉRIENCE FAITE A LA TEMPÉRATURE DE 70°. — *Cornue de Mussidan, sable et carbonate de potassium.* — La cornue a été

remplie du même sable que celui de l'expérience précédente, lavé et calciné. Il en a fallu 840 grammes que j'ai humectés d'une solution de $1^{gr}50$ de CO^3K^2. Le poids de la cornue était de 515 grammes, le col ayant été détaché. La thermodiffusion s'est effectuée très lentement. Le dégagement était de sept litres, en moyenne, par vingt-quatre heures.

Analyses.

1° *Sable.* — 20 grammes du sable bien mélangé ont été mis dans 500 centimètres cubes d'eau distillée; la teinte obtenue avec 50 centimètres cubes de cette eau a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{25} \times \frac{20}{50} = 0,01.$$

Dans les 20 grammes de sable, il y a

$$0,01 \times 10 = 0,1,$$

et dans 840 grammes,

$$\frac{840}{20} \times 0,1 = 4^{mgr},2 \ AzO^3H.$$

2° *Cornue.* — La cornue a été pulvérisée après l'expérience et 20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. La teinte obtenue a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{16,6} \times \frac{20}{50} = 0,015.$$

Dans 20 grammes de terre de cornue, il y a

$$0,015 \times 10 = 0,15,$$

et dans la cornue, pesant 515 grammes,

$$\frac{515}{20} \times 0,15 = 3^{mgr},86 \ AzO^3H.$$

3° *Col.* — La terre de ce col a donné aussi une réaction négative avec le réactif sulfophénique et l'ammoniaque.

4° *Liquide des flacons laveurs.* — Le volume de l'air aspiré était réglé de telle façon qu'il était égal à celui qui circulait dans les thermodiffuseurs. Pour cela, j'avais adapté à la trompe un tube en caoutchouc arrivant dans une cuve à eau, où je recueillais les bulles d'air aspiré dans un flacon jaugé.

La solution de CO^3K^2 renfermait $0^{mgr},48$ de AzO^3H.

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	le sable	$4^{mgr},2$
	la cornue (après l'expérience)	3 ,86
	Total	8 ,06
	la cornue (avant l'expérience)	0 ,00
	l'air aspiré	—0 ,48
	Reste	$7^{mgr},58$

Si on met en regard les résultats des deux expériences, on voit que la production d'acide nitrique a été plus grande dans le thermodiffuseur le plus fortement chauffé, toutes choses égales d'ailleurs.

Si on se reporte à l'expérience I, faite aussi avec une cornue de Mussidan, on voit qu'il s'est formé $12^{mgr},62$ AzO^3H à la température de 110° par la circulation de 460 litres d'air. Il est facile de calculer quelle quantité se serait formée pour une circulation de 340 litres, comme dans les deux expériences précédentes.

On a

$$\frac{460}{340} = \frac{12,62}{x},$$

d'où

$$x = \frac{340 \times 12,62}{460} = 9^{mgr},32\ AzO^3H.$$

Ce nombre est précisément compris entre les deux autres trouvés pour les températures de 180° et 70°.

En rapprochant ces trois résultats, on a le tableau suivant :

Acide nitrique formé par thermodiffusion dans un litre de substances poreuses identiques, humectées de carbonate de potassium.

TEMPÉRATURES	180°	110°	70°
AzO^3H	$21^{mgr},72$	$18^{mgr},64$	$15^{mgr},16$

Ainsi donc, la température influe sur la proportion d'acide nitrique formé pendant une expérience de thermodiffusion : il y a une relation directe entre la quantité d'acide nitrique formé et le degré d'échauffement d'un thermodiffuseur, au moins dans une certaine limite.

Dans l'expérience précédente, quoique faite à basse température, il y a encore une différence entre celle du milieu extérieur et la température de la masse poreuse.

J'ai pensé à réaliser une circulation d'air dans la cornue poreuse à la température ordinaire, en forçant le fluide aérien à passer à travers les espaces restreints qui existent dans un corps poreux.

L'entrée de l'air dans la masse poreuse, déterminée par un vide partiel fait à l'intérieur de cette masse, produit le même résultat que la thermodiffusion, mais sans l'intervention de la chaleur. Il était donc intéressant de savoir ce qui arrivait dans ce dernier cas, comparativement à une expérience de thermodiffusion faite simultanément.

J'ai pris deux cornues identiques dont les cols ont été détachés. Ces cornues ont été remplies du même sable lavé et calciné, humecté d'une dissolution de 10 grammes de potasse pure.

Le volume de l'air aspiré a été réglé de telle façon qu'il était le même que celui qui circulait dans le thermodiffuseur. Ce volume a été d'environ 580 litres.

Expérience de thermodiffusion. — *Cornue de Paris, sable et potasse.* — La cornue poreuse pesait 582 grammes; le sable qu'elle contenait 728 grammes.

La thermodiffusion s'est effectuée à la température de 100-110° pendant 288 heures.

Analyses.

1° *Sable.* — 20 grammes de sable bien mélangé ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée; 50 centimètres cubes évaporés ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 2. La quantité d'acide nitrique contenu dans les 50 centimètres cubes de cette eau est

$$x_{50} = 0,25 \times \frac{5}{8,8} \times \frac{20}{50} = 0,0567.$$

Dans 20 grammes de sable, il y a

$$0,0567 \times 10 = 0,567,$$

et dans 728 grammes,

$$\frac{728}{20} \times 0,567 = 20^{mgr},66 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

2° *Cornue.* — La cornue a été pulvérisée et 20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée; 50 centimètres cubes évaporés ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{7,8} \times \frac{20}{50} = 0,0313.$$

Dans les 20 grammes de cornue, il y a

$$0,0313 \times 10 = 0,313,$$

et dans la cornue pesant 582 grammes,

$$\frac{582}{20} \times 0,313 = 9^{mgr},13 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

3° *Col.* — Le col de cette cornue a été pulvérisé et 20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée; 50 centimètres cubes de cette eau ont donné une teinte qui a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{39,4} \times \frac{20}{50} = 0,00649.$$

Dans les 20 grammes de terre de cornue, il y a

$$0,00649 \times 10 = 0,0649,$$

et dans la cornue pesant 582 grammes, il y avait avant l'expérience

$$\frac{582}{20} \times 0,0649 = 1^{mgr},9 \; AzO^3H.$$

RÉSUMÉ DES ANALYSES.

Acide nitrique (AzO^3H) contenu dans	le sable	$20^{mgr},66$
	la cornue (après l'expérience)	9 ,13
	Total	29 ,79
	la cornue (avant l'expérience)	—1 ,9
	Reste	$27^{mgr},89$

EXPÉRIENCE D'ASPIRATION. — *Cornue de Paris, sable et potasse.* — Pour produire un vide partiel dans la cornue poreuse, j'avais adapté au col un tube de verre, maintenu par du ciment, communiquant par un tube de caoutchouc à vide avec une trompe à eau.

L'aspiration a duré, comme la thermodiffusion, 288 heures. La température ambiante était, à l'époque de ces expériences (mai 1889), de 15 à 18°.

Analyses.

1° *Sable.* — Le sable avait été humecté, avant d'être introduit dans la cornue, d'une dissolution de 10 grammes de potasse. Le poids du sable sec était de 725 grammes; 20 grammes de ce sable bien mélangé ont été mis dans 500 centimètres cubes d'eau

distillée pendant quarante-huit heures. La teinte obtenue a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{26,7} \times \frac{20}{50} = 0,00924.$$

Dans 20 grammes de sable, il y a

$$0,00924 \times 10 = 0,0924,$$

et dans les 725 grammes de sable,

$$\frac{725}{20} \times 0,0924 = 3^{mgr},55 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

2° *Cornue.* — La cornue pesant 570 grammes, sèche, a été pulvérisée et 20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. La teinte obtenue avec 50 centimètres cubes de cette eau a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{27,2} \times \frac{20}{50} = 0,00923.$$

Dans 20 grammes de terre de cornue, il y a

$$0,00923 \times 10 = 0,0923,$$

et dans la cornue entière (570 grammes),

$$\frac{570}{20} \times 0,0923 = 2^{mgr},63 \text{ AzO}^3\text{H}.$$

3° *Col.* — Le col détaché a été pulvérisé et 20 grammes ont été placés dans 500 centimètres cubes d'eau distillée. La teinte obtenue a été comparée à celle de la solution n° 3.

On a

$$x_{50} = 0,125 \times \frac{5}{35,7} \times \frac{20}{50} = 0,0079.$$

Dans 20 grammes de cornue, il y a

$$0,0079 \times 10 = 0,079.$$

ne signale pas aux mâles leurs compagnes, les renseigne du moins plus sûrement sur leurs aptitudes physiologiques.

On jugera peut-être que j'ai prêté à une erreur plus d'attention qu'elle n'en mérite. On voudra bien cependant reconnaître que, s'il a suffi à l'auteur dont j'essaie de réfuter les idées, d'énoncer en quelques lignes une proposition qui avait toutes chances d'être adoptée avec empressement, il ne pouvait suffire, pour la réfuter, d'affirmer tout aussi sommairement une proposition contraire. Si je m'étais borné à énoncer ce fait que l'abeille ne récolte jamais qu'autant qu'elle a été fécondée, que, partant, la coloration jaune de la brosse ne peut servir d'attraction pour le mâle, on n'eût pas manqué d'objecter le grand nombre d'espèces qui sont conformes à la théorie de H. Müller. Il fallait donc, de toute nécessité, montrer par le détail des faits qu'elle ne résiste pas à l'examen. L'autorité même du savant qui a tant fait pour la connaissance des rapports mutuels des fleurs et des insectes, exigeait cette attention. En science, tout autant qu'ailleurs, le préjugé est tenace, et l'erreur, comme la vérité, aisément fait fortune, surtout quand elle est séduisante, et dans l'esprit d'un système jouissant d'une faveur légitime. J'ai vu autour de moi plus d'un naturaliste, admirant cette nouvelle preuve de la sagacité du savant de Lippstadt, non moins que cet effet merveilleux de la sélection ajouté à tant d'autres, adopter sans la moindre hésitation l'idée que la poussière fécondante des fleurs imprime sa coloration à l'appareil collecteur des abeilles.

Je regretterais cependant que l'on pût s'y méprendre, et prêter à ma critique une tendance dont elle est bien éloignée. En signalant ce qui me paraît être une erreur, je ne prétends nullement atteindre la doctrine sous le patronage de laquelle cette erreur est produite. Le transformisme n'est point ici en cause. Vraie ou fausse, l'idée de H. Müller, en soi, est absolument dans l'esprit de la doctrine. Mais il ne peut s'ensuivre que sa fausseté démontrée porte le moindre dommage au principe. Si les faits étaient vrais, l'explication de H. Müller serait parfaitement plausible, je dirais même la seule possible. Mais les faits reconnus

faux, l'explication proposée tombe d'elle-même, comme tomberait toute explication, quelle qu'elle pût être. Et c'est là tout.

Il est assez d'usage de retourner contre les idées transformistes les erreurs, les exagérations, les hardiesses même de leurs adeptes. Procédé commode autant qu'injuste. Mais il est bien permis, d'autre part, de déplorer l'extrême légèreté — l'expression n'est point trop sévère — avec laquelle sont souvent produites, sous le couvert du transformisme, des observations dont l'insuffisance est le moindre défaut. Le ridicule a fait justice du finalisme et de ses satisfactions faciles. Mais trop souvent aussi l'on a l'occasion de voir les partisans de la philosophie biologique nouvelle donner dans les mêmes travers, et nuire ainsi, sans le vouloir, aux idées dont ils prétendent démontrer l'excellence. L'orientation scientifique a changé, mais l'esprit des chercheurs n'a pu changer par là même. Si les disciples de Darwin l'ont souvent oublié, leurs critiques ne s'en souviennent pas davantage, quand ils font remonter à la théorie de l'évolution la responsabilité d'erreurs dont elle est absolument innocente.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

MÉMOIRE

SUR UNE DOUBLE SÉRIE DE SURFACES NOUVELLES COMPRISES ENTRE LES DEUX NAPPES DE LA SURFACE DE L'ONDE DE FRESNEL ET SUR LES CÔNES ISOCHROMATIQUES CIRCONSCRITS A CES SURFACES

PAR M. L'ABBÉ ISSALY

INTRODUCTION.

Dans une première étude d'optique intitulée : *Connexité et généralisation de trois lieux géométriques remarquables* (1), nous avons établi que la surface de l'onde de Fresnel dérive d'une surface très générale du 4e ordre qualifiée par nous de normo-directive, parce que la translation et le plan de la rotation que (dans notre méthode) ses coefficients impliquent s'y trouvent à angle droit.

Nous nous proposons actuellement de faire voir que cette même surface de l'onde est la limite commune d'une double série de surfaces variables qui, restant constamment comprises entre ses deux nappes, méritent, à bon droit, ce nous semble, d'être qualifiées elles-mêmes de *surfaces d'ondes moyennes réfractées*.

Cette dénomination leur conviendra d'autant mieux, du reste, qu'il sera prouvé surabondamment, soit par la discussion directe, soit par la généralisation finale que nous nous proposons d'en faire, que, dans cette double série de surfaces, la translation et la rotation dont nous venons de parler s'y trouvent faire respectivement un angle intermédiaire entre zéro et 90°, égal à j ou au complément de j.

(1) *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, t. V (3e Série).

Après avoir étudié avec soin dans l'un des deux les variations de ces lieux géométriques corrélatifs, nous nous occuperons des cônes qu'on peut leur circonscrire, en prenant pour sommet commun à ces cônes l'origine des coordonnées. Comme les rayons vecteurs qui aboutissent à la courbe de contact sont égaux et ont, par conséquent, une *différence de marche* nulle, les cônes dont ces rayons sont les génératrices constituent, dans le sens strict attaché à ce mot, un système de surfaces *isochromatiques*.

On ne verra pas sans intérêt que la section de l'ensemble de ces cônes, par un seul et même plan convenablement choisi, engendre des courbes centrales, les unes annulaires, les autres fermées seulement, d'autres enfin à branches hyperboliques : courbes identiques, croyons-nous, à celles que la nature produit dans les cristaux biréfringents à un ou à deux axes, ou, si cela n'est pas, tout aussi ressemblantes certainement que celles que l'on obtient en coupant, comme on le fait d'ordinaire, par un certain nombre de plans parallèles, la surface isochromatique de Bertin. Mais occupons-nous d'abord de la double série des surfaces annoncées.

I

Double série de surfaces d'ondes moyennes réfractées.

1. Considérons les deux équations suivantes :

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)(X^2+Y^2+Z^2)\\ &\quad-[a^2(b^2+c^2)X^2+b^2(c^2+a^2)Y^2+c^2(a^2+b^2)Z^2]\sin j\\ &\quad+a^2b^2c^2=0,\end{aligned}\right.$$

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)(X^2+Y^2+Z^2)\\ &\quad-[a^2(b^2+c^2)X^2+b^2(c^2+a^2)Y^2+c^2(a^2+b^2)Z^2]\cos j\\ &\quad+a^2b^2c^2=0,\end{aligned}\right.$$

telles que la seconde résulte de la première par le changement de j en $\frac{\pi}{2}-j$ ou en $\frac{\pi}{2}+j$, l'angle j étant d'ailleurs supposé *aigu* dans chacune.

Nous dirons tout de suite que ces deux équations (dont la forme ne diffère que par un simple facteur de celle de la surface ordinaire de l'onde), loin d'avoir été composées arbitrairement, ne sont, comme on le verra plus tard, que des cas très particuliers de deux autres dont l'origine se rattache aux considérations que nous avons exposées dans notre précédent Mémoire.

Quoi qu'il en soit, pour le moment, on déduit de la première :

$$\sin j=\frac{(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)(X^2+Y^2+Z^2)+a^2b^2c^2}{a^2(b^2+c^2)X^2+b^2(c^2+a^2)Y^2+c^2(a^2+b^2)Z^2}.$$

Pour que l'angle j existe, il est nécessaire et suffisant que tout système de valeurs qu'on adoptera pour X, Y, Z, rende le second nombre égal ou inférieur à l'unité; et, comme l'équation (2) conduirait évidemment à cette même conséquence, on en conclut que, pour toute valeur acceptable de j, les deux séries de surfaces

représentées par (1) et (2) *sont nécessairement comprises entre les deux nappes de la surface de l'onde de Fresnel.* — De là les noms de surface d'ondes moyennes proprement dite et de surface d'ondes moyennes complémentaires qu'il convient de leur assigner.

Avant d'aller plus loin, introduisons les coordonnées polaires.

En représentant par ρ un rayon vecteur quelconque, et par λ, μ, ν les *cosinus* des angles que sa direction OL fait avec les axes, il vient :

$$(1')\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{a^2b^2c^2}{\rho^4} - [a^2(b^2+c^2)\lambda^2+b^2(c^2+a^2)\mu^2+c^2(a^2+b^2)\nu^2]\frac{\sin j}{\rho^2} \\ &\qquad + (a^2\lambda^2+b^2\mu^2+c^2\nu^2) = 0, \end{aligned} \right.$$

$$(2')\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{a^2b^2c^2}{\rho^4} - [a^2(b^2+c^2)\lambda^2+b^2(c^2+a^2)\mu^2+c^2(a^2+b^2)\nu^2]\frac{\cos j}{\rho^2} \\ &\qquad + (a^2\lambda^2+b^2\mu^2+c^2\nu^2) = 0, \end{aligned} \right.$$

ou, plus simplement :

$$(1'')\qquad \frac{P}{\rho^4} - \frac{Q}{\rho^2}\sin j + R = 0,$$

$$(2'')\qquad \frac{P}{\rho^4} - \frac{Q}{\rho^2}\cos j + R = 0.$$

De ce que j a été supposé aigu, il suit que la condition de réalité de $\frac{1}{\rho}$, pour la première, est : $\sin j \gtrless \frac{2\sqrt{PR}}{Q}$ et, pour la seconde : $\cos j \gtrless \frac{2\sqrt{PR}}{Q}$.

Cela posé, on sait que l'une ou l'autre des équations (1') et (2'), où l'on aurait fait respectivement $j = \frac{\pi}{2}$ et $j = 0$, coïncide avec l'équation aux carrés des demi-axes de la section centrale produite par le plan

$$(3)\qquad \lambda X + \mu Y + \nu Z = 0,$$

dans l'ellipsoïde qui sert à construire la surface de Fresnel, savoir :

$$(4)\qquad \frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 1.$$

Désignons, pour un instant, par R′ et R″ les demi-axes de cette section; les conditions de réalité ci-dessus deviendront : $\sin j \gtrless \frac{2R'R''}{R'^2 + R''^2}$ et $\cos j \gtrless \frac{2R'R''}{R'^2 + R''^2}$, c'est-à-dire : $j \gtrless J_L$ et $j \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - J_L$, en appelant J_L l'angle *aigu* des diamètres conjugués égaux de la section dont OL est la normale.

On voit par là que la série des surfaces d'ondes moyennes (1) est produite par la variation de j décroissant depuis son maximum $\frac{\pi}{2}$ jusqu'à un certain minimum que nous déterminerons tout à l'heure, tandis que les surfaces d'ondes complémentaires résultent de la variation de j croissant depuis zéro jusqu'au complément de ce même minimum.

Comme ceci correspond à deux séries de surfaces engendrées (eu égard à leurs équations) en sens inverse, si l'on veut, mais passant, dans tous les cas, par les mêmes états de grandeur, il suffira de s'occuper de l'une des deux séries, de la première, par exemple.

2. Et d'abord, J_L est maximum quand la section faite dans l'ellipsoïde (4) par le plan (3) est un cercle, puisque, dans cette courbe-limite, l'angle de deux diamètres conjugués vaut invariablement 90°. On est alors dans le cas de la surface de Fresnel; le plan sécant est un plan cyclique et sa normale passe par les ombilics de cette dernière surface.

Quant au minimum de J_L et, conséquemment, de j, il n'est autre que J_Y, angle aigu des diamètres conjugués égaux de la section principale produite dans l'ellipsoïde (4) par le plan des ZX. En effet, quel que soit l'ordre de grandeur qu'on suppose exister entre $\sin J_x = \frac{2bc}{b^2 + c^2}$ et $\sin J_z = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$ (ce qui revient à dire, quel que soit le signe du binôme $b^2 - ac$), $\sin J_Y = \frac{2ac}{a^2 + c^2}$ est toujours le plus petit de ces trois sinus et, par suite, vu la loi de décroissance du rayon vecteur dans l'ellipsoïde (4), la valeur minimum du $\sin J_L = \frac{2R'R''}{R'^2 + R''^2}$.

A la série des surfaces (1) on peut substituer avantageusement une surface générale Σ_m, les produisant toutes par la variation continue de j supposé décroître de $\frac{\pi}{2}$ jusqu'à J_r. C'est l'étude détaillée des transformations successives de Σ_m qui va nous occuper maintenant.

3. *Variation de la surface générale des ondes moyennes réfractées.* — Rappelons avant tout que la surface de l'onde de Fresnel n'a de rayons imaginaires dans aucune direction prise autour de son centre. Ses ombilics I_0, I'_0 ... correspondent à des rayons égaux, simplement.

Il n'en est pas de même de notre nouvelle surface Σ_m (*fig.* 1). Pour des valeurs de j voisines de $\frac{\pi}{2}$, elle présente, autour des ombilics précédents, de véritables cavités, à l'intérieur desquelles les rayons vecteurs sont imaginaires. Ces cavités vont en s'élargissant de plus en plus, à mesure que j décroît, et elles finissent par absorber la surface entière au moment où j atteint son minimum.

Nous réservons pour le paragraphe suivant l'étude des cônes circonscrits à ces cavités, le diamètre apparent maximum de chacune, diamètre manifestement situé dans l'un des plans principaux, pouvant suffire à la discussion présente.

En premier lieu, coupons la surface (1′) ou Σ_m par le plan des ZX. Si l'on pose :

$$\lambda = \sin\varpi_r, \qquad \mu = 0, \qquad \nu = \cos\varpi_r,$$

il viendra :

$$(5)\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{a^2b^2c^2}{\rho^4} - [b^2(a^2-c^2)\sin^2\varpi_r + c^2(a^2+b^2)]\frac{\sin j}{\rho^2} \\ &\qquad\qquad + [(a^2-c^2)\sin^2\varpi_r + c^2] = 0. \end{aligned} \right.$$

Résolvant cette équation, puis, calculant sous le radical les valeurs de $\sin\varpi_r$ entre lesquelles $\frac{1}{\rho^2}$ et, par suite, $\frac{1}{\rho}$ est imaginaire, on trouve :

$$(6)\quad \frac{b^2}{c^2}(a^2-c^2)\sin^2\varpi_\gamma = \frac{1}{\sin^2 j}\left[(a^2+b^2)\cos^2 j \mp 2a^2\cos j + (a^2-b^2)\right].$$

Soient $\sin\varpi'_\gamma$ et $\sin\varpi''_\gamma$ les deux racines positives de cette équation.

Quand elles sont acceptables, les valeurs correspondantes ρ' et ρ'' de ρ sont :

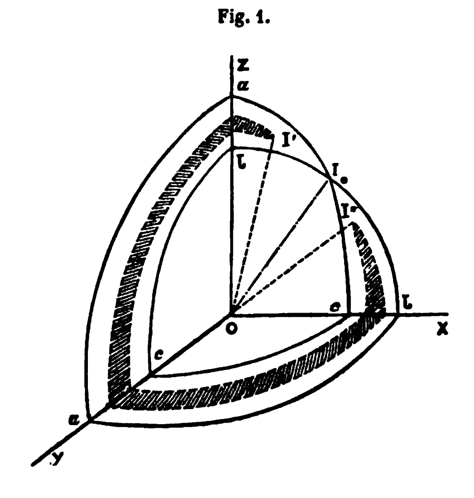
$$(7)\qquad \rho' = b\sqrt{\cot\frac{j}{2}}, \qquad \rho'' = b\sqrt{\operatorname{tang}\frac{j}{2}},$$

ou, plus commodément pour le calcul :

$$(7')\qquad \rho' = b\sqrt{\frac{\sin j}{1-\cos j}}, \qquad \rho'' = b\sqrt{\frac{\sin j}{1+\cos j}}.$$

Or, $\sin\varpi'_\gamma$ est toujours acceptable, comme étant constamment plus petit que l'unité. Pour que $\sin\varpi''_\gamma$ le soit, il faut avoir $\cos j < \frac{b^2-c^2}{b^2+c^2}$, c'est-à-dire $j \geq J_x$, ce qui conduit à distinguer les trois cas suivants :

Fig. 1.



1° $J_z > J_x$ ou $b^2 - ac > o$. — Lorsque j est à son maximum $\frac{\pi}{2}$, les formules précédentes font retrouver les ombilics de la surface

ne signale pas aux mâles leurs compagnes, les renseigne du moins plus sûrement sur leurs aptitudes physiologiques.

On jugera peut-être que j'ai prêté à une erreur plus d'attention qu'elle n'en mérite. On voudra bien cependant reconnaître que, s'il a suffi à l'auteur dont j'essaie de réfuter les idées, d'énoncer en quelques lignes une proposition qui avait toutes chances d'être adoptée avec empressement, il ne pouvait suffire, pour la réfuter, d'affirmer tout aussi sommairement une proposition contraire. Si je m'étais borné à énoncer ce fait que l'abeille ne récolte jamais qu'autant qu'elle a été fécondée, que, partant, la coloration jaune de la brosse ne peut servir d'attraction pour le mâle, on n'eût pas manqué d'objecter le grand nombre d'espèces qui sont conformes à la théorie de H. Müller. Il fallait donc, de toute nécessité, montrer par le détail des faits qu'elle ne résiste pas à l'examen. L'autorité même du savant qui a tant fait pour la connaissance des rapports mutuels des fleurs et des insectes, exigeait cette attention. En science, tout autant qu'ailleurs, le préjugé est tenace, et l'erreur, comme la vérité, aisément fait fortune, surtout quand elle est séduisante, et dans l'esprit d'un système jouissant d'une faveur légitime. J'ai vu autour de moi plus d'un naturaliste, admirant cette nouvelle preuve de la sagacité du savant de Lippstadt, non moins que cet effet merveilleux de la sélection ajouté à tant d'autres, adopter sans la moindre hésitation l'idée que la poussière fécondante des fleurs imprime sa coloration à l'appareil collecteur des abeilles.

Je regretterais cependant que l'on pût s'y méprendre, et prêter à ma critique une tendance dont elle est bien éloignée. En signalant ce qui me paraît être une erreur, je ne prétends nullement atteindre la doctrine sous le patronage de laquelle cette erreur est produite. Le transformisme n'est point ici en cause. Vraie ou fausse, l'idée de H. Müller, en soi, est absolument dans l'esprit de la doctrine. Mais il ne peut s'ensuivre que sa fausseté démontrée porte le moindre dommage au principe. Si les faits étaient vrais, l'explication de H. Müller serait parfaitement plausible, je dirais même la seule possible. Mais les faits reconnus

faux, l'explication proposée tombe d'elle-même, comme tomberait toute explication, quelle qu'elle pût être. Et c'est là tout.

Il est assez d'usage de retourner contre les idées transformistes les erreurs, les exagérations, les hardiesses même de leurs adeptes. Procédé commode autant qu'injuste. Mais il est bien permis, d'autre part, de déplorer l'extrême légèreté — l'expression n'est point trop sévère — avec laquelle sont souvent produites, sous le couvert du transformisme, des observations dont l'insuffisance est le moindre défaut. Le ridicule a fait justice du finalisme et de ses satisfactions faciles. Mais trop souvent aussi l'on a l'occasion de voir les partisans de la philosophie biologique nouvelle donner dans les mêmes travers, et nuire ainsi, sans le vouloir, aux idées dont ils prétendent démontrer l'excellence. L'orientation scientifique a changé, mais l'esprit des chercheurs n'a pu changer par là même. Si les disciples de Darwin l'ont souvent oublié, leurs critiques ne s'en souviennent pas davantage, quand ils font remonter à la théorie de l'évolution la responsabilité d'erreurs dont elle est absolument innocente.



OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

MÉMOIRE

SUR UNE DOUBLE SÉRIE DE SURFACES NOUVELLES
COMPRISES ENTRE LES DEUX NAPPES DE LA SURFACE DE L'ONDE DE FRESNEL
ET SUR LES CÔNES ISOCHROMATIQUES CIRCONSCRITS A CES SURFACES

PAR M. L'ABBÉ ISSALY

INTRODUCTION.

Dans une première étude d'optique intitulée : *Connexité et généralisation de trois lieux géométriques remarquables* [1], nous avons établi que la surface de l'onde de Fresnel dérive d'une surface très générale du 4e ordre qualifiée par nous de normo-directive, parce que la translation et le plan de la rotation que (dans notre méthode) ses coefficients impliquent s'y trouvent à angle droit.

Nous nous proposons actuellement de faire voir que cette même surface de l'onde est la limite commune d'une double série de surfaces variables qui, restant constamment comprises entre ses deux nappes, méritent, à bon droit, ce nous semble, d'être qualifiées elles-mêmes de *surfaces d'ondes moyennes réfractées.*

Cette dénomination leur conviendra d'autant mieux, du reste, qu'il sera prouvé surabondamment, soit par la discussion directe, soit par la généralisation finale que nous nous proposons d'en faire, que, dans cette double série de surfaces, la translation et la rotation dont nous venons de parler s'y trouvent faire respectivement un angle intermédiaire entre zéro et 90°, égal à j ou au complément de j.

---

(1) *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux,* t. V (3e Série).

Après avoir étudié avec soin dans l'un des deux les variations de ces lieux géométriques corrélatifs, nous nous occuperons des cônes qu'on peut leur circonscrire, en prenant pour sommet commun à ces cônes l'origine des coordonnées. Comme les rayons vecteurs qui aboutissent à la courbe de contact sont égaux et ont, par conséquent, une *différence de marche* nulle, les cônes dont ces rayons sont les génératrices constituent, dans le sens strict attaché à ce mot, un système de surfaces *isochromatiques*.

On ne verra pas sans intérêt que la section de l'ensemble de ces cônes, par un seul et même plan convenablement choisi, engendre des courbes centrales, les unes annulaires, les autres fermées seulement, d'autres enfin à branches hyperboliques : courbes identiques, croyons-nous, à celles que la nature produit dans les cristaux biréfringents à un ou à deux axes, ou, si cela n'est pas, tout aussi ressemblantes certainement que celles que l'on obtient en coupant, comme on le fait d'ordinaire, par un certain nombre de plans parallèles, la surface isochromatique de Bertin. Mais occupons-nous d'abord de la double série des surfaces annoncées.

I

Double série de surfaces d'ondes moyennes réfractées.

---

1. Considérons les deux équations suivantes :

$$(1)\quad \begin{cases} (a^2X^2 + b^2Y^2 + c^2Z^2)\,(X^2 + Y^2 + Z^2) \\ \quad - [a^2(b^2 + c^2)X^2 + b^2(c^2 + a^2)Y^2 + c^2(a^2 + b^2)Z^2]\sin j \\ \quad + a^2b^2c^2 = 0, \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} (a^2X^2 + b^2Y^2 + c^2Z^2)\,(X^2 + Y^2 + Z^2) \\ \quad - [a^2(b^2 + c^2)X^2 + b^2(c^2 + a^2)Y^2 + c^2(a^2 + b^2)Z^2]\cos j \\ \quad + a^2b^2c^2 = 0, \end{cases}$$

telles que la seconde résulte de la première par le changement de j en $\frac{\pi}{2} - j$ ou en $\frac{\pi}{2} + j$, l'angle j étant d'ailleurs supposé *aigu* dans chacune.

Nous dirons tout de suite que ces deux équations (dont la forme ne diffère que par un simple facteur de celle de la surface ordinaire de l'onde), loin d'avoir été composées arbitrairement, ne sont, comme on le verra plus tard, que des cas très particuliers de deux autres dont l'origine se rattache aux considérations que nous avons exposées dans notre précédent Mémoire.

Quoi qu'il en soit, pour le moment, on déduit de la première :

$$\sin j = \frac{(a^2X^2 + b^2Y^2 + c^2Z^2)(X^2 + Y^2 + Z^2) + a^2b^2c^2}{a^2(b^2 + c^2)X^2 + b^2(c^2 + a^2)Y^2 + c^2(a^2 + b^2)Z^2}.$$

Pour que l'angle j existe, il est nécessaire et suffisant que tout système de valeurs qu'on adoptera pour X, Y, Z, rende le second nombre égal ou inférieur à l'unité; et, comme l'équation (2) conduirait évidemment à cette même conséquence, on en conclut que, pour toute valeur acceptable de j, les deux séries de surfaces

représentées par (1) et (2) *sont nécessairement comprises entre les deux nappes de la surface de l'onde de Fresnel.* — De là les noms de surface d'ondes moyennes proprement dite et de surface d'ondes moyennes complémentaires qu'il convient de leur assigner.

Avant d'aller plus loin, introduisons les coordonnées polaires.

En représentant par ρ un rayon vecteur quelconque, et par λ, μ, ν les *cosinus* des angles que sa direction OL fait avec les axes, il vient :

$$(1')\left\{\begin{aligned}&\frac{a^2b^2c^2}{\rho^4}-[a^2(b^2+c^2)\lambda^2+b^2(c^2+a^2)\mu^2+c^2(a^2+b^2)\nu^2]\frac{\sin j}{\rho^2}\\&\qquad+(a^2\lambda^2+b^2\mu^2+c^2\nu^2)=0,\end{aligned}\right.$$

$$(2')\left\{\begin{aligned}&\frac{a^2b^2c^2}{\rho^4}-[a^2(b^2+c^2)\lambda^2+b^2(c^2+a^2)\mu^2+c^2(a^2+b^2)\nu^2]\frac{\cos j}{\rho^2}\\&\qquad+(a^2\lambda^2+b^2\mu^2+c^2\nu^2)=0,\end{aligned}\right.$$

ou, plus simplement :

$$(1') \qquad \frac{P}{\rho^4}-\frac{Q}{\rho^2}\sin j+R=0,$$

$$(2') \qquad \frac{P}{\rho^4}-\frac{Q}{\rho^2}\cos j+R=0.$$

De ce que j a été supposé aigu, il suit que la condition de réalité de $\frac{1}{\rho}$, pour la première, est : $\sin j \gtrless \frac{2\sqrt{PR}}{Q}$ et, pour la seconde : $\cos j \gtrless \frac{2\sqrt{PR}}{Q}$.

Cela posé, on sait que l'une ou l'autre des équations (1') et (2'), où l'on aurait fait respectivement $j=\frac{\pi}{2}$ et $j=0$, coïncide avec l'équation aux carrés des demi-axes de la section centrale produite par le plan

$$(3) \qquad \lambda X+\mu Y+\nu Z=0,$$

dans l'ellipsoïde qui sert à construire la surface de Fresnel, savoir :

$$(4) \qquad \frac{X^2}{a^2}+\frac{Y^2}{b^2}+\frac{Z^2}{c^2}=1.$$

Désignons, pour un instant, par R′ et R″ les demi-axes de cette section; les conditions de réalité ci-dessus deviendront : $\sin j > \frac{2R'R''}{R'^2 + R''^2}$ et $\cos j > \frac{2R'R''}{R'^2 + R''^2}$, c'est-à-dire : $j > J_L$ et $j < \frac{\pi}{2} - J_L$, en appelant J_L l'angle *aigu* des diamètres conjugués égaux de la section dont OL est la normale.

On voit par là que la série des surfaces d'ondes moyennes (1) est produite par la variation de j décroissant depuis son maximum $\frac{\pi}{2}$ jusqu'à un certain minimum que nous déterminerons tout à l'heure, tandis que les surfaces d'ondes complémentaires résultent de la variation de j croissant depuis zéro jusqu'au complément de ce même minimum.

Comme ceci correspond à deux séries de surfaces engendrées (eu égard à leurs équations) en sens inverse, si l'on veut, mais passant, dans tous les cas, par les mêmes états de grandeur, il suffira de s'occuper de l'une des deux séries, de la première, par exemple.

2. Et d'abord, J_L est maximum quand la section faite dans l'ellipsoïde (4) par le plan (3) est un cercle, puisque, dans cette courbe-limite, l'angle de deux diamètres conjugués vaut invariablement 90°. On est alors dans le cas de la surface de Fresnel; le plan sécant est un plan cyclique et sa normale passe par les ombilics de cette dernière surface.

Quant au minimum de J_L et, conséquemment, de j, il n'est autre que J_Y, angle aigu des diamètres conjugués égaux de la section principale produite dans l'ellipsoïde (4) par le plan des ZX. En effet, quel que soit l'ordre de grandeur qu'on suppose exister entre $\sin J_X = \frac{2bc}{b^2 + c^2}$ et $\sin J_Z = \frac{2ab}{a^2 + b^2}$ (ce qui revient à dire, quel que soit le signe du binôme $b^2 - ac$), $\sin J_Y = \frac{2ac}{a^2 + c^2}$ est toujours le plus petit de ces trois sinus et, par suite, vu la loi de décroissance du rayon vecteur dans l'ellipsoïde (4), la valeur minimum du $\sin J_L = \frac{2R'R''}{R'^2 + R''^2}$.

A la série des surfaces (1) on peut substituer avantageusement une surface générale Σ_m, les produisant toutes par la variation continue de j supposé décroître de $\frac{\pi}{2}$ jusqu'à J_r. C'est l'étude détaillée des transformations successives de Σ_m qui va nous occuper maintenant.

3. *Variation de la surface générale des ondes moyennes réfractées.* — Rappelons avant tout que la surface de l'onde de Fresnel n'a de rayons imaginaires dans aucune direction prise autour de son centre. Ses ombilics I_0, I'_0 ... correspondent à des rayons égaux, simplement.

Il n'en est pas de même de notre nouvelle surface Σ_m (*fig.* 1). Pour des valeurs de j voisines de $\frac{\pi}{2}$, elle présente, autour des ombilics précédents, de véritables cavités, à l'intérieur desquelles les rayons vecteurs sont imaginaires. Ces cavités vont en s'élargissant de plus en plus, à mesure que j décroît, et elles finissent par absorber la surface entière au moment où j atteint son minimum.

Nous réservons pour le paragraphe suivant l'étude des cônes circonscrits à ces cavités, le diamètre apparent maximum de chacune, diamètre manifestement situé dans l'un des plans principaux, pouvant suffire à la discussion présente.

En premier lieu, coupons la surface (1') ou Σ_m par le plan des ZX. Si l'on pose :

$$\lambda = \sin\varpi_r, \qquad \mu = 0, \qquad \nu = \cos\varpi_r,$$

il viendra :

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{a^2b^2c^2}{\rho^4} - [b^2(a^2-c^2)\sin^2\varpi_r + c^2(a^2+b^2)]\,\frac{\sin j}{\rho^2} \\ &\qquad\qquad + [(a^2-c^2)\sin^2\varpi_r + c^2] = 0. \end{aligned} \right.$$

Résolvant cette équation, puis, calculant sous le radical les valeurs de $\sin\varpi_r$ entre lesquelles $\frac{1}{\rho^2}$ et, par suite, $\frac{1}{\rho}$ est imaginaire, on trouve :

(6) $\frac{b^2}{c^2}(a^2-c^2)\sin^2\varpi_Y = \frac{1}{\sin^2 j}[(a^2+b^2)\cos^2 j \mp 2a^2\cos j + (a^2-b^2)]$.

Soient $\sin\varpi'_Y$ et $\sin\varpi''_Y$ les deux racines positives de cette équation.

Quand elles sont acceptables, les valeurs correspondantes ρ' et ρ'' de ρ sont :

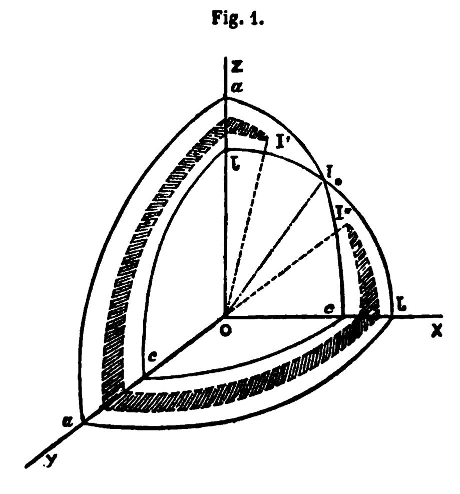
(7) $$\rho' = b\sqrt{\cot\frac{j}{2}}, \qquad \rho'' = b\sqrt{\operatorname{tang}\frac{j}{2}},$$

ou, plus commodément pour le calcul :

(7') $$\rho' = b\sqrt{\frac{\sin j}{1-\cos j}}, \qquad \rho'' = b\sqrt{\frac{\sin j}{1+\cos j}}.$$

Or, $\sin\varpi'_Y$ est toujours acceptable, comme étant constamment plus petit que l'unité. Pour que $\sin\varpi''_Y$ le soit, il faut avoir $\cos j < \frac{b^2-c^2}{b^2+c^2}$, c'est-à-dire $j > J_x$, ce qui conduit à distinguer les trois cas suivants :

Fig. 1.



1° $J_z > J_x$ ou $b^2 - ac > o$. — Lorsque j est à son maximum $\frac{\pi}{2}$, les formules précédentes font retrouver les ombilics de la surface

proprement dite de l'onde et, notamment, l'ombilic I_0 situé dans l'angle ZOX, savoir :

$$\sin\varpi_0 = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}, \qquad \rho_0 = b.$$

Pour $\frac{\pi}{2} > j$, cet ombilic se dédouble en I′ et I″, points situés, eux aussi, dans le plan des ZX et dont les coordonnées résultent des formules générales ci-dessus.

Quand $j = J_z$, le bord supérieur I′ est sur OZ, à la distance $\rho' = \sqrt{ab}$ de l'origine. A ce moment, le bord inférieur I″ se trouve sur la direction $\sin\varpi''_Y = \frac{c}{b^2}\sqrt{\frac{a^4-b^4}{a^2-c^2}}$ comprise dans l'angle I_0OX, et à la distance $\rho'' = b\sqrt{\frac{b}{a}}$.

L'angle j diminuant de J_z à J_x, I′ se meut, à partir de OZ, sur le plan de YZ, et quand $j = J_x$, les coordonnées de ce point sur ce plan sont : $\sin\varpi'_X = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{b^4-a^2c^2}{b^2-c^2}}$ et $\rho' = a\sqrt{\frac{c}{b}}$, ainsi que le prouve l'étude de la section principale correspondante. Au même instant, le bord I″ est sur OX, à la distance $\rho'' = \sqrt{bc}$.

Enfin, lorsque j décroît de J_x à J_Y, I′ et I″ se dirigent vers OY qu'ils atteignent ensemble au point $\rho' = \rho'' = \sqrt{ac}$. A partir de là, la surface Σ_m cesse d'exister.

2° $J_z < J_x$ ou $b^2 - ac < 0$. — Après le dédoublement de I_0, le bord supérieur I′ s'arrête, pour $j = J_x$, dans la direction $\sin\varpi'_Y = \frac{c}{b^2}\sqrt{\frac{a^2c^2-b^4}{a^2-c^2}}$ comprise dans l'angle I_0OZ et à la distance $\rho' = b\sqrt{\frac{b}{c}}$. Quant au bord inférieur I″, il a déjà atteint l'axe OX et s'y trouve à la distance $\rho'' = \sqrt{bc}$ de l'origine.

Pour $j = J_z$, I′ est sur OZ, au point $\rho' = \sqrt{ab}$, tandis que I″ s'arrête sur le plan des XY dans la direction $\sin\varpi''_z = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{a^2c^2-b^4}{a^2-b^2}}$ (ϖ''_z étant compté à partir de OX) et à la distance $\rho'' = c\sqrt{\frac{a}{b}}$.

C'est l'étude de la troisième section principale qui fournit ces résultats.

Enfin, lorsque $j = J_Y$, les deux bords se rejoignent sur OY, au même point que dans le premier cas, savoir : $\rho' = \rho'' = \sqrt{ac}$.

3° $J_z = J_x$ ou $b^2 - ac = 0$. — La seule différence avec les deux cas précédents est qu'il n'existe plus ici pour le rayon vecteur de *station* remarquable sur les plans coordonnés. Les bords I' et I'' se portent en même temps, le premier sur OZ, le second sur OX, pour se rejoindre ensuite au même point sur OY.

Cas particuliers. — (α) Supposons que l'on ait $a = b$. L'ombilic I_0 est alors sur OZ et l'on a en même temps $j = J_z = \frac{\pi}{2}$. Quand j décroît de J_z à $J_x = J_Y$, les deux bords se dirigent, l'un vers OY, l'autre vers OX, où ils arrivent simultanément; après quoi la surface Σ_m devient imaginaire.

(β) Lorsqu'on a $b = c$, l'ombilic I_0 est sur OX. A ce moment, $j = J_x = \frac{\pi}{2}$. De J_x à $J_z = J_Y$, les deux bords se portent, le premier sur OZ, le second sur OY, puis la surface disparaît.

(γ) Supposons enfin que l'on ait $a = b = c$, l'équation de Σ_m pourra s'écrire :

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2 (\sin j \pm \cos j \sqrt{-1}).$$

Elle représente deux sphères imaginaires conjuguées qui convergent, pour $j = \frac{\pi}{2}$, vers la sphère réelle :

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2,$$

cas limite commun aussi à la surface de Fresnel.

4. Il ne sera pas inutile de faire observer ici que la série des surfaces d'ondes moyennes (1) et, par conséquent, la surface générale Σ_m que nous lui avons substituée, se rattachent aux lignes pseudo-conjuguées à angle constant des trois pseudo-surfaces coordonnées. (I, n° 11, 3°.)

En effet, si l'on pose $i = \frac{\pi}{2} - j$, celles de ces lignes qui appar-

proprement dite de l'onde et, notamment, l'ombilic I_0 situé dans l'angle ZOX, savoir :

$$\sin \varpi_0 = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2-c^2}}, \qquad \rho_0 = b.$$

Pour $\frac{\pi}{2} > j$, cet ombilic se dédouble en I' et I'', points situés, eux aussi, dans le plan des ZX et dont les coordonnées résultent des formules générales ci-dessus.

Quand $j = J_z$, le bord supérieur I' est sur OZ, à la distance $\rho' = \sqrt{ab}$ de l'origine. A ce moment, le bord inférieur I'' se trouve sur la direction $\sin \varpi''_Y = \frac{c}{b^2}\sqrt{\frac{a^4-b^4}{a^2-c^2}}$ comprise dans l'angle I_0OX, et à la distance $\rho'' = b\sqrt{\frac{b}{a}}$.

L'angle j diminuant de J_z à J_x, I' se meut, à partir de OZ, sur le plan de YZ, et quand $j = J_x$, les coordonnées de ce point sur ce plan sont : $\sin \varpi'_X = \frac{1}{a}\sqrt{\frac{b^4-a^2c^2}{b^2-c^2}}$ et $\rho' = a\sqrt{\frac{c}{b}}$, ainsi que le prouve l'étude de la section principale correspondante. Au même instant, le bord I'' est sur OX, à la distance $\rho'' = \sqrt{bc}$.

Enfin, lorsque j décroît de J_x à J_Y, I' et I'' se dirigent vers OY qu'ils atteignent ensemble au point $\rho' = \rho'' = \sqrt{ac}$. A partir de là, la surface Σ_m cesse d'exister.

2° $J_z < J_x$ ou $b^2 - ac < 0$. — Après le dédoublement de I_0, le bord supérieur I' s'arrête, pour $j = J_x$, dans la direction $\sin \varpi'_Y = \frac{c}{b^2}\sqrt{\frac{a^2c^2-b^4}{a^2-c^2}}$ comprise dans l'angle I_0OZ et à la distance $\rho' = b\sqrt{\frac{b}{c}}$. Quant au bord inférieur I'', il a déjà atteint l'axe OX et s'y trouve à la distance $\rho'' = \sqrt{bc}$ de l'origine.

Pour $j = J_z$, I' est sur OZ, au point $\rho' = \sqrt{ab}$, tandis que I'' s'arrête sur le plan des XY dans la direction $\sin \varpi''_z = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{a^2c^2-b^4}{a^2-b^2}}$ (ϖ''_z étant compté à partir de OX) et à la distance $\rho'' = c\sqrt{\frac{a}{b}}$.

C'est l'étude de la troisième section principale qui fournit ces résultats.

Enfin, lorsque $j = J_Y$, les deux bords se rejoignent sur OY, au même point que dans le premier cas, savoir : $\rho' = \rho'' = \sqrt{ac}$.

3° $J_z = J_x$ ou $b^2 - ac = 0$. — La seule différence avec les deux cas précédents est qu'il n'existe plus ici pour le rayon vecteur de *station* remarquable sur les plans coordonnés. Les bords I′ et I″ se portent en même temps, le premier sur OZ, le second sur OX, pour se rejoindre ensuite au même point sur OY.

Cas particuliers. — (α) Supposons que l'on ait $a = b$. L'ombilic I_0 est alors sur OZ et l'on a en même temps $j = J_z = \frac{\pi}{2}$. Quand j décroît de J_z à $J_x = J_Y$, les deux bords se dirigent, l'un vers OY, l'autre vers OX, où ils arrivent simultanément ; après quoi la surface Σ_m devient imaginaire.

(β) Lorsqu'on a $b = c$, l'ombilic I_0 est sur OX. A ce moment, $j = J_x = \frac{\pi}{2}$. De J_x à $J_z = J_Y$, les deux bords se portent, le premier sur OZ, le second sur OY, puis la surface disparaît.

(γ) Supposons enfin que l'on ait $a = b = c$, l'équation de Σ_m pourra s'écrire :

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2 (\sin j \pm \cos j \sqrt{-1}).$$

Elle représente deux sphères imaginaires conjuguées qui convergent, pour $j = \frac{\pi}{2}$, vers la sphère réelle :

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = a^2,$$

cas limite commun aussi à la surface de Fresnel.

4. Il ne sera pas inutile de faire observer ici que la série des surfaces d'ondes moyennes (1) et, par conséquent, la surface générale Σ_m que nous lui avons substituée, se rattachent aux lignes pseudo-conjuguées à angle constant des trois pseudo-surfaces coordonnées. (I, n° 11, 3°.)

En effet, si l'on pose $i = \frac{\pi}{2} - j$, celles de ces lignes qui appar-

tiennent à la pseudo-surface tangente au plan des ZX ayant pour équation :

$$\frac{ds'^2}{c^2} + \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}\right) \operatorname{tang} j \, ds' ds + \frac{ds^2}{a^2} = 0,$$

il faut et il suffit, pour qu'elles soient réelles, que l'on ait : $\operatorname{tang} j \lesseqgtr \frac{2ac}{a^2 - c^2} = \operatorname{tang} J_1$, ou bien : $j \gtrless J_1$, ce qui nous ramène au minimum de j trouvé plus haut.

En remplaçant dans l'équation précédente j par $j - \frac{\pi}{2}$ ou $j + \frac{\pi}{2}$, on obtient les lignes complémentaires des premières, savoir :

$$\frac{ds'^2}{c^2} - \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{a^2}\right) \cot j \, ds' ds + \frac{ds^2}{a^2} = 0.$$

Leur condition de réalité est donc $\cot j \gtrless \frac{2ac}{a^2 - c^2} = \operatorname{tang} J_1$, c'est-à-dire en valeur absolue : $j \lesseqgtr \frac{\pi}{2} - J_1$. C'est la limite que nous avons trouvée (n° 1) pour les surfaces d'ondes moyennes complémentaires.

II

Cônes isochromatiques circonscrits aux surfaces d'ondes moyennes réfractées. Variété des courbes isochromatiques.

---

5. Reportons-nous à l'équation polaire (1') de la surface générale Σ_m des ondes moyennes réfractées, et exprimons que ses racines positives ρ' et ρ'' sont égales; on aura la condition :

$$(8) \quad \begin{cases} [a^2(b^2+c^2)\lambda^2 + b^2(c^2+a^2)\mu^2 + c^2(a^2+b^2)\nu^2]^2 \sin^2 j \\ \qquad - 4a^2b^2c^2(\lambda^2+\mu^2+\nu^2)(a^2\lambda^2+b^2\mu^2+c^2\nu^2) = 0, \end{cases}$$

que l'on peut aussi écrire :

$$(8') \quad \begin{cases} [a^2(b^2+c^2)X^2+b^2(c^2+a^2)Y^2+c^2(a^2+b^2)Z^2]^2\sin^2 j \\ \qquad -4a^2b^2c^2(X^2+Y^2+Z^2)(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)=0. \end{cases}$$

Sous ces formes équivalentes, on reconnaît l'équation polaire et l'équation cartésienne du cône Γ_m circonscrit à la surface Σ_m.

Pour avoir le lieu géométrique de toutes les courbes de contact, c'est-à-dire, d'après notre Introduction, de toutes les lignes *isochromatiques* communes à ces deux surfaces, il n'y a qu'à éliminer $\sin j$ entre leurs équations, ce qui donne :

$$(K) \qquad (a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)(X^2+Y^2+Z^2)=a^2b^2c^2,$$

ou, plus simplement :

$$\rho^2=\frac{abc}{\sqrt{a^2\lambda^2+b^2\mu^2+c^2\nu^2}}=\frac{abc}{P},$$

en désignant par P la distance de l'origine à celui des plans tangents de l'ellipsoïde générateur (4), qui a son point de contact sur ρ.

Cette nouvelle surface du 4e ordre, qu'il convient de qualifier, non pas d'isochromatique, mais de *chromatique* simplement, a ceci de remarquable surtout que, pour lui faire produire la variété complète des lignes isochromatiques, il suffit de l'associer, soit avec la surface Σ_m, soit avec le cône Γ_m, soit encore avec l'ellipsoïde (moyen) :

$$(E_m) \quad [a^2(b^2+c^2)X^2+b^2(c^2+a^2)Y^2+c^2(a^2+b^2)Z^2]\sin j=2a^2b^2c^2.$$

Il semble dès lors que la surface (K) devrait, dans notre étude, primer les trois autres surfaces; mais comme ce sont les *perspectives,* sur un plan variable, des diverses lignes isochromatiques qui offrent surtout de l'intérêt, c'est au cône Σ_m que nous devons les demander.

De son équation (8'), on tire :

$$\sin^2 j=\frac{4a^2b^2c^2(X^2+Y^2+Z^2)(a^2X^2+b^2Y^2+c^2Z^2)}{[a^2(b^2+c^2)X^2+b^2(c^2+a^2)Y^2+c^2(a^2+b^2)Z^2]^2};$$

d'où l'on voit d'abord que, pour que ce cône existe, il faut et il

suffit que, par des valeurs convenables attribuées à X, Y, Z, le second membre soit égal ou plus petit que l'unité. C'est dire que, pour tout point du lieu, on doit avoir généralement :

$$(9)\quad \begin{cases} [a^2(b^2-c^2)X^2 - c^2(a^2-b^2)Z^2]^2 \\ \qquad + b^2Y^2[2a^2(b^2-c^2)(a^2-c^2)X^2 + b^2(a^2-c^2)Y^2 \\ \qquad + 2c(a^2-c^2)(a^2-b^2)Z^2] > 0, \end{cases}$$

condition toujours vérifiée, puisque les deux termes dont elle se compose sont essentiellement positifs. On en conclut que les nappes du cône Γ_m peuvent occuper une région quelconque de l'espace autour de l'origine, résultat que la discussion de la surface Σ_m permettait de prévoir.

Le cas limite pour lequel l'inégalité précédente se transforme en égalité n'admet d'autres solutions réelles que ces deux droites :

$$Y = 0, \qquad \frac{X}{Z} = \pm \frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}},$$

dans lesquelles on reconnaît les *axes optiques* de la surface ordinaire de l'onde.

On peut remarquer à ce propos que, pour que OZ soit ce que l'on a nommé la *bissectrice aiguë* de l'angle de ces axes, il est nécessaire et suffisant que l'on ait : $\sin \varpi_0 < \cos \varpi_0$, ou bien : $\sin J_Y < \frac{b^2}{ac}$, ce qui entraîne $b^2 - ac < 0$ ou $J_z < J_x$. Mais si cette condition est nécessaire pour que l'angle $I_0OI'_0$ soit aigu, elle n'est pas généralement suffisante.

6. I. — *Courbes isochromatiques de niveau.* — Coupons le cône Γ_m ou (8') par le plan horizontal variable $Z = \zeta$. Toutes les sections produites se projetteront en vraie grandeur sur le plan des XY, et, comme elles sont nécessairement homothétiques, il suffira d'étudier les variations que subit l'une quelconque d'entre elles quand j décroît de $\frac{\pi}{2}$ à J_Y.

A cet effet, si l'on pose, pour abréger :

$$(10)\quad \begin{cases} b^2-c^2+(b^2+c^2)\cos j=(b^2+c^2)(\cos J_x+\cos j)=A, \\ b^2-c^2-(b^2+c^2)\cos j=(b^2+c^2)(\cos J_x-\cos j)=A', \\ a^2-c^2+(a^2+c^2)\cos j=(a^2+c^2)(\cos J_y+\cos j)=B, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

on trouve pour l'équation de cette section rapportée aux coordonnées polaires r et ϖ_z :

$$(11)\quad \begin{cases} (Aa^2\cos^2\varpi_z+Bb^2\sin^2\varpi_z)(A'a^2\cos^2\varpi_z+B'b^2\sin^2\varpi_z)r^4 \\ \quad -C^2\zeta^2[(AC+A'C')a^2\cos^2\varpi_z-(BC'+CB')b^2\sin^2\varpi_z]r^2 \\ \quad +CC'c^4\zeta^4=0. \end{cases}$$

C'est une courbe du 4ᵉ ordre, symétrique par rapport aux plans coordonnés et qui varie avec j. En égalant à zéro le second des facteurs qui multiplient r^4 (le premier est toujours positif), on a : $\tan^2\varpi_z=-\frac{A'a^2}{B'b^2}$, directions asymptotiques qui, à cause du manque de termes du 3ᵉ degré dans l'équation de la courbe, sont ici de véritables asymptotes. Elles ne sont réelles toutefois que si les conditions $J_x > j > J_y$ se trouvent remplies.

La résolution de l'équation (11) ne pouvant, *dans le cas général*, être d'aucune utilité pour la discussion du lieu, nous allons déterminer les sommets dont il jouit :

1° Les sommets situés sur OZ s'obtiendront en faisant $\varpi_z=0$ dans l'équation (11). Elle devient :

$$AA'a^4r^4-(AC+A'C')a^2c^2\zeta^2r^2+CC'c^4\zeta^4=0;$$

d'où l'on tire :

$$(12')\qquad r'^2=\frac{c^2\zeta^2}{a^2}\,\frac{C'}{A}=\frac{c^2\zeta^2(a^2+b^2)(\cos J_z-\cos j)}{a^2(b^2+c^2)(\cos J_x+\cos j)},$$

$$(12'')\qquad r''^2=\frac{c^2\zeta^2}{a^2}\,\frac{C}{A'}=\frac{c^2\zeta^2(a^2+b^2)(\cos J_z+\cos j)}{a^2(b^2+c^2)(\cos J_x-\cos j)}.$$

Lorsque $j=\frac{\pi}{2}$, les valeurs de r' et de r'' sont égales à $\frac{c\zeta}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}}$ et l'on a deux points isolés, symétriques par rapport à l'origine et qui ne sont autres que les traces i_0 et i'_0, sur le plan $Z=\zeta$, des deux axes optiques rencontrés ci-dessus.

suffit que, par des valeurs convenables attribuées à X, Y, Z, le second membre soit égal ou plus petit que l'unité. C'est dire que, pour tout point du lieu, on doit avoir généralement :

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} &[a^2(b^2-c^2)X^2-c^2(a^2-b^2)Z^2]^2\\ &\qquad + b^2Y^2[2a^2(b^2-c^2)(a^2-c^2)X^2+b^2(a^2-c^2)Y^2\\ &\qquad + 2c(a^2-c^2)(a^2-b^2)Z^2] > 0,\end{aligned}\right.$$

condition toujours vérifiée, puisque les deux termes dont elle se compose sont essentiellement positifs. On en conclut que les nappes du cône Γ_m peuvent occuper une région quelconque de l'espace autour de l'origine, résultat que la discussion de la surface Σ_m permettait de prévoir.

Le cas limite pour lequel l'inégalité précédente se transforme en égalité n'admet d'autres solutions réelles que ces deux droites :

$$Y = 0, \qquad \frac{X}{Z} = \pm \frac{c}{a}\sqrt{\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}},$$

dans lesquelles on reconnaît les *axes optiques* de la surface ordinaire de l'onde.

On peut remarquer à ce propos que, pour que OZ soit ce que l'on a nommé la *bissectrice aiguë* de l'angle de ces axes, il est nécessaire et suffisant que l'on ait : $\sin \varpi_0 < \cos \varpi_0$, ou bien : $\sin J_Y < \frac{b^2}{ac}$, ce qui entraîne $b^2 - ac < 0$ ou $J_z < J_x$. Mais si cette condition est nécessaire pour que l'angle $I_0OI'_0$ soit aigu, elle n'est pas généralement suffisante.

6. I. — *Courbes isochromatiques de niveau.* — Coupons le cône Γ_m ou (8') par le plan horizontal variable $Z = \zeta$. Toutes les sections produites se projetteront en vraie grandeur sur le plan des XY, et, comme elles sont nécessairement homothétiques, il suffira d'étudier les variations que subit l'une quelconque d'entre elles quand j décroît de $\frac{\pi}{2}$ à J_Y.

A cet effet, si l'on pose, pour abréger :

$$(10)\quad \begin{cases} b^2 - c^2 + (b^2 + c^2)\cos j = (b^2 + c^2)(\cos J_x + \cos j) = A, \\ b^2 - c^2 - (b^2 + c^2)\cos j = (b^2 + c^2)(\cos J_x - \cos j) = A', \\ a^2 - c^2 + (a^2 + c^2)\cos j = (a^2 + c^2)(\cos J_Y + \cos j) = B, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

on trouve pour l'équation de cette section rapportée aux coordonnées polaires r et ϖ_z :

$$(11)\quad \begin{cases} (Aa^2\cos^2\varpi_z + Bb^2\sin^2\varpi_z)(A'a^2\cos^2\varpi_z + B'b^2\sin^2\varpi_z)r^4 \\ \quad - C^2\zeta^2[(AC + A'C')a^2\cos^2\varpi_z - (BC' + CB')b^2\sin^2\varpi_z)]r^2 \\ \quad + CC'c^4\zeta^4 = 0. \end{cases}$$

C'est une courbe du 4e ordre, symétrique par rapport aux plans coordonnés et qui varie avec j. En égalant à zéro le second des facteurs qui multiplient r^4 (le premier est toujours positif), on a : $\tang^2\varpi_z = -\dfrac{A'a^2}{B'b^2}$, directions asymptotiques qui, à cause du manque de termes du 3e degré dans l'équation de la courbe, sont ici de véritables asymptotes. Elles ne sont réelles toutefois que si les conditions $J_x > j > J_Y$ se trouvent remplies.

La résolution de l'équation (11) ne pouvant, *dans le cas général*, être d'aucune utilité pour la discussion du lieu, nous allons déterminer les sommets dont il jouit :

1° Les sommets situés sur OZ s'obtiendront en faisant $\varpi_z = 0$ dans l'équation (11). Elle devient :

$$AA'a^4r^4 - (AC + A'C')a^2c^2\zeta^2r^2 + CC'c^4\zeta^4 = 0;$$

d'où l'on tire :

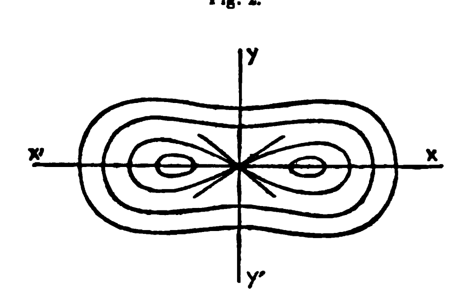
$$(12')\qquad r'^2 = \frac{c^2\zeta^2}{a^2}\frac{C'}{A} = \frac{c^2\zeta^2(a^2 + b^2)(\cos J_z - \cos j)}{a^2(b^2 + c^2)(\cos J_x + \cos j)},$$

$$(12'')\qquad r''^2 = \frac{c^2\zeta^2}{a^2}\frac{C}{A'} = \frac{c^2\zeta^2(a^2 + b^2)(\cos J_z + \cos j)}{a^2(b^2 + c^2)(\cos J_x - \cos j)}.$$

Lorsque $j = \frac{\pi}{2}$, les valeurs de r' et de r'' sont égales à $\dfrac{c\zeta}{a}\sqrt{\dfrac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}$ et l'on a deux points isolés, symétriques par rapport à l'origine et qui ne sont autres que les traces i_0 et i'_0, sur le plan $Z = \zeta$, des deux axes optiques rencontrés ci-dessus.

Pendant que j décroît, il se forme autour de i_0 et i'_0 deux *ovales* ou *anneaux,* dont les sommets intérieurs (12') se rapprochent graduellement du centre.

Fig. 2.



(α) Supposons d'abord que l'on ait $J_z > J_x$. La coïncidence de ces sommets avec ce dernier point aura lieu pour $j = J_z$ ou $C' = 0$. L'équation (11) perd alors son terme indépendant, ce qui permet de déterminer les tangentes à l'origine. On trouve : $\frac{Y}{X} = \pm\sqrt{\frac{a^2 - c^2}{b^2 - c^2}}$, directions dont la limite, remarquons-le en passant, est $Y = \pm X$, lorsque $a = b$.

(β) Mais si l'on a $J_z < J_x$, les sommets extérieurs s'éloignent à l'infini, pour $j = J_x$, alors que les sommets intérieurs sont encore à la distance $r' = \pm \frac{c\zeta}{b}\sqrt{\frac{a^2c^2 - b^4}{b^4 - c^4}}$ du centre.

A partir de ce moment, ces derniers points deviennent les sommets réels de courbes à branches hyperboliques dont le demi-angle des asymptotes d'abord nul atteint, pour $j = J_z$, les valeurs :

$$\operatorname{tang}\varpi_z = \pm\frac{1}{b}\sqrt{\frac{a^2c^2 - b^4}{b^2 - c^2}},$$

valeurs moindres que celles des tangentes à l'origine calculées plus haut et applicables encore au cas actuel.

2° Déterminons les sommets situés sur OY. Il suffit pour cela de faire $\varpi_z = \frac{\pi}{2}$ dans l'équation (11), qui devient :

$$BB'b^4r^4 + (BC' + CB')b^2c^2\zeta^2r^2 + CC'c^4\zeta^4 = 0;$$

d'où l'on déduit :

$$(13') \qquad r'^2 = -\frac{c^2\zeta^2}{b^2}\frac{C'}{B'} = \frac{c^2\zeta^2(a^2+b^2)(\cos j - \cos J_z)}{b^2(a^2+c^2)(\cos J_Y - \cos j)},$$

$$(13'') \qquad r''^2 = -\frac{c^2\zeta^2}{b^2}\frac{C}{B} = -\frac{c^2\zeta^2(a^2+b^2)(\cos J_z + \cos j)}{b^2(a^2+c^2)(\cos J_Y + \cos j)}.$$

Les sommets r'' étant toujours imaginaires, il n'y a jamais sur OY que deux sommets réels, au plus; encore faut-il pour qu'ils existent n'avoir à donner à j que des valeurs inférieures à J_z.

(α) Supposons $J_z > J_x$; les sommets (13′) et (12″) pris simultanément sont ceux de courbes fermées contenant l'origine. Pour $j = J_x$, les sommets situés sur OX s'éloignent à l'infini, et de ceux situés sur OY partent deux branches hyperboliques dont les asymptotes parallèles à OX ont pour équations :

$$Y = \pm\zeta\sqrt{\frac{a^2-c^2}{a^2-b^2}}.$$

Naissent ensuite d'autres courbes hyperboliques tournées vers OY et dont le demi-angle des asymptotes décroît de $\frac{\pi}{2}$ à zéro.

(β) Lorsqu'on a $J_z < J_x$, la seule particularité à noter est que ce dernier angle décroît seulement depuis la valeur

$$\tang \varpi_z = \pm\frac{1}{b}\sqrt{\frac{a^2c^2-b^4}{b^2-c^2}}$$

jusqu'à zéro.

Examinons le cas particulier où l'on aurait $a = b$.

Les formules (10) nous donnent d'abord les conditions résultantes :

$$(14) \qquad A = B, \qquad A' = B', \qquad C = -C',$$

ce qui réduit l'équation (11) à

$$AA'a^4r^4 - C(A - A')a^2c^2\zeta^2r^2 - C^2c^4\zeta^4 = 0.$$

Comme celle-ci est indépendante de l'angle polaire ϖ_z, elle représente deux séries de *cercles*, dont l'une imaginaire, l'autre réelle et de rayon $\frac{c\zeta}{a}\sqrt{\frac{C}{A'}}$.

7. II. — *Courbes isochromatiques de profil.* — Coupons le cône Γ_m par le plan variable de profil $X = \xi$. On a pour l'équation de la section projetée sur le plan des YZ :

$$(15)\quad \begin{cases} (Bb^2\sin^2\varpi_x + Cc^2\cos^2\varpi_x)(B'b^2\sin^2\varpi_x + C'c^2\cos^2\varpi_x)r^4 \\ \quad + a^2\xi^2\,[(AB' + BA')\,b^2\sin^2\varpi_x - (AC + A'C')c^2\cos^2\varpi_x)]\,r^2 \\ \quad + AA'a^4\xi^4 = 0. \end{cases}$$

On remarque que cette équation peut se déduire de l'équation (11) en y changeant A, A', a, c, ζ, ϖ_z, respectivement, en C, C', c, a, ξ, ϖ_x. Elle donne lieu, par conséquent, à une discussion analogue à la précédente et sur laquelle nous n'avons pas à insister.

Observons simplement que les sommets situés sur OZ résultent du système :

$$(\sigma')\quad r'^2 = \frac{a^2\zeta^2}{c^2}\frac{A'}{C}, \qquad\qquad (\sigma'')\quad r''^2 = \frac{a^2\zeta^2}{c^2}\frac{A}{C'}.$$

Ceux qui sont situés sur OY donnent lieu à des formules semblables. Une des deux séries est toujours imaginaire.

C'est en supposant $J_x > J_z$ que les sommets intérieurs (σ') arrivent à l'origine avant que les sommets extérieurs (σ'') se soient transportés à l'infini. On a, à ce moment : $A' = 0$, et l'équation (11) fournit pour les tangentes à l'origine le système de droites : $\frac{Y}{X} = \pm\sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a^2 - b^2}}$.

Considérons le cas où l'on a : $b = c$.

Des formules (10) on tire d'abord les conditions :

$$(16)\qquad B = C, \qquad B' = C', \qquad A = -A',$$

ce qui réduit l'équation générale (15) à :

$$CC'c^4r^4 - A(C - C')a^2c^2\zeta^2r^2 - A^2a^4\zeta^4 = 0.$$

Celle-ci donne, outre une série de cercles imaginaires, une série de cercles réels dont le rayon variable est $\frac{a\xi}{c}\sqrt{\frac{A}{C'}}$.

8. III. — *Courbes isochromatiques de front.* — Coupons enfin le

cône Γ_m par le plan variable de front : $Y = \eta$. La projection sur le plan de ZX de la section produite a pour équation :

$$(17)\quad \left\{\begin{aligned} &(Cc^2\cos^2\varpi_Y - A'a^2\sin^2\varpi_Y)(C'c^2\cos^2\varpi_Y - Aa^2\sin^2\varpi_Y)r^4 \\ &\quad + b^2\eta^2[(BC'+CB')c^2\cos^2\varpi_Y + (AB'+BA')a^2\sin^2\varpi_Y]r^2 \\ &\quad + BB'b^4\eta^4 = 0. \end{aligned}\right.$$

Ce sont là des courbes nouvelles qui demandent une discussion à part.

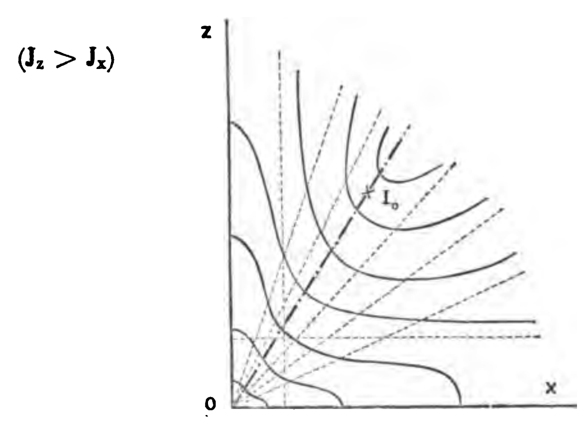
Et d'abord, pour $\eta = 0$ et $j = \frac{\pi}{2}$ on retrouve les axes optiques étudiés (n° 5).

L'angle j décroissant, on obtient, sur ce même plan des ZX, les quatre droites :

$$\frac{X}{Z} = \pm\frac{c}{a}\sqrt{\frac{C}{A'}}, \qquad \frac{X}{Z} = \pm\frac{c}{a}\sqrt{\frac{C'}{A}}.$$

Celles d'entre elles qui correspondent aux signes + ne diffèrent pas des directions OI' et OI'' (*fig.* 1), déterminées déjà implicitement (6) par les sinus des angles ϖ'_Y et ϖ''_Y qu'elles font avec OZ.

Fig. 3.



Lorsqu'on prend η différent de zéro, l'équation (17) représente, pour toute valeur de j supérieure au plus grand des angles J_z ou J_x, une courbe à quatre branches infinies comprises à l'intérieur des diamètres apparents des cavités ombilicales correspondantes, et avec les directions OI', OI''.... pour asymptotes.

Quand, par exemple, $j = J_z$, deux de ces branches hyperboliques ont pour asymptotes respectives les parallèles à OZ, dont les équations sont : $X = \pm \eta \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}}$. De même, lorsque $j = J_x$, les deux autres branches ont respectivement pour asymptotes dans la courbe correspondante les parallèles à OX représentées par le système : $Z = \pm \eta \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}}$.

L'angle j décroissant à partir du plus petit des angles J_z ou J_x, on n'obtient plus que des courbes fermées et concentriques, tournant leur concavité vers l'origine dans le voisinage de chaque sommet et changeant cette concavité en convexité dans l'intervalle de chaque quadrant.

La dernière de ces courbes n'est qu'un point coïncidant avec l'origine, et si l'on fait $B' = 0$ dans l'équation (17), afin d'en déduire le couple des tangentes-limites, issues de ce point, on trouve le système de droites imaginaires : $\frac{X}{Z} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}} \sqrt{-1}$.

Occupons-nous des sommets de ces diverses courbes :

1° Pour calculer les sommets situés sur OZ, il faut poser $\varpi_Y = 0$ dans l'équation (17). On en tire, abstraction faite d'une série de sommets imaginaires :

$$r'^2 = -\frac{b^2\eta^2}{c^2}\frac{B'}{C'} = \frac{b^2\eta^2(a^2 + c^2)(\cos j - \cos J_Y)}{c^2(a^2 + b^2)(\cos J_z - \cos j)}.$$

Comme ceux-ci ne sont eux-mêmes réels que si l'on a $J_z > j > J_Y$, on voit qu'ils correspondent bien aux courbes fermées dont il vient d'être question.

2° Faisant $\varpi_Y = \frac{\pi}{2}$ dans (17), on trouve, pour les sommets *réels* situés sur OX

$$r'^2 = -\frac{b^2\eta^2}{c^2}\frac{B'}{A'} = \frac{b^2\eta^2(a^2 + c^2)(\cos j - \cos J_Y)}{a^2(b^2 + c^2)(\cos J_x - \cos j)};$$

encore est-il nécessaire, pour qu'ils existent, que l'on ait : $J_x > j > J_Y$, ce qui donne lieu à la même remarque que les sommets précédents.

9. Arrêtons-nous au cas où $a = b$.

En vertu des relations (14), l'équation (17) revient alors à

$$(17')\left\{\begin{aligned}&(Cc^2\cos^2\varpi_Y - A'a^2\sin^2\varpi_Y)(C'c^2\cos^2\varpi_Y - Aa^2\sin^2\varpi_Y)r^4\\&\quad + a^2\eta^2[(AC'+CA')c^2\cos^2\varpi_Y + 2AA'a^2\sin^2\varpi_Y]r^2\\&\quad + AA'a^4\eta^4 = 0.\end{aligned}\right.$$

En la résolvant, on trouve :

$$(18)\qquad r^2 = \frac{Aa^2\eta^2}{C'c^2\cos^2\varpi_Y - Aa^2\sin^2\varpi_Y},$$

$$(19)\qquad r^2 = \frac{A'a^2\eta^2}{Cc^2\cos^2\varpi_Y - A'a^2\sin^2\varpi_Y}.$$

Comme on a, actuellement, $C' = -C$, la première de ces racines ne fournit que des *ellipses* imaginaires, savoir :

$$Cc^2Z^2 + Aa^2X^2 = -Aa^2\eta^2.$$

Quant à la deuxième, elle donne les *hyperboles :*

$$(19')\qquad Cc^2Z^2 - A'a^2X^2 = A'a^2\eta^2,$$

qu'on peut aussi écrire :

$$2c^2\cos j Z^2 - [(a^2-c^2)-(a^2+c^2)\cos j]X^2 = [(a^2-c^2)-(a^2+c^2)\cos j]\eta^2,$$

ou encore :

$$(19'')\qquad \frac{2c^2\cos j}{(a^2+c^2)(\cos J_Y - \cos j)}Z^2 - X^2 = \eta^2.$$

L'angle des asymptotes peut varier de 0° à 180°. Il est droit, notamment, lorsqu'on a : $\cos j = \dfrac{a^2-c^2}{a^2+3c^2}$, valeur admissible puisqu'elle est inférieure au maximum de $\cos j$ que l'on sait être : $\dfrac{a^2-c^2}{a^2+c^2} = \cos J_Y$.

10. On traitera de la même manière le cas particulier de $b = c$. L'équation générale (17) devient alors, eu égard aux conditions (16) :

$$(17'')\left\{\begin{aligned}&(Cc^2\cos^2\varpi_Y - A'a^2\sin^2\varpi_Y)(C'c^2\cos^2\varpi_Y - Aa^2\sin^2\varpi_Y)r^4\\&\quad + c^2\eta^2[2CC'c^2\cos^2\varpi_Y + (AC'+CA')a^2\sin^2\varpi_Y]r^2\\&\quad + CC'c^4\eta^4 = 0;\end{aligned}\right.$$

d'où l'on tire, à cause de $A' = -A$, avec les ellipses imaginaires :

$$Aa^2X^2 + Cc^2Z^2 = -Cc^2\eta^2,$$

les hyperboles

$$Aa^2X^2 - C'c^2Z^2 = C'c^2\eta^2,$$

lesquelles reviennent, plus explicitement, à

$$\frac{2a^2\cos j}{(a^2+c^2)(\cos J_Y - \cos j)} X^2 - Z^2 = \eta^2.$$

III

Généralisation des lieux géométriques précédents.

11. Rappelons d'abord que le Mémoire déjà cité dans notre Introduction a eu pour principal résultat d'établir que, pour le cône de Malus et l'hyperboloïde de Plücker, la translation élémentaire dS de l'origine et la rotation $d\varepsilon$ de la direction choisie OL s'effectuent dans un même plan, tandis que, pour le cône orthogonal de Malus et la surface normo-directive dont celle de l'onde n'est qu'un cas particulier, la translation est perpendiculaire au plan de la rotation.

Demandons-nous actuellement si, à l'instar des cônes intermédiaires qui vont du cône de Malus à son orthogonal, il n'existerait pas aussi une surface moyenne, *angulo-directive*, pour laquelle la translation fît un angle aigu donné quelconque j avec le plan de la rotation. Si cela est, il est clair que la surface normo-directive et, par suite, celle de l'onde ne seront autre chose que la limite supérieure de cette nouvelle surface pour $j = \frac{\pi}{2}$. Or, il est possible de démontrer qu'une telle surface existe en effet.

Pour y parvenir, reportons-nous, avant tout, aux paragraphes V et VI du Mémoire cité. En y faisant, pour simplifier

$$\mathcal{M}_2 = GX^2 + H'Y^2 + K'Z^2 + (K'+H')YZ + (G'+K)ZX + (H+G')XY,$$
$$\mathcal{N}_1 = (r'-q')X + (p'-r)Y + (q-p')Z,$$
$$\mathcal{N}_2 = (q'+r')X^2 + (r'+p)Y^2 + (p+q')Z^2 - (r'+q')YZ$$
$$- (p'+r)ZX - (p+q')XY,$$

les équations de la quadrique focale et de la surface normo-directive pourront s'écrire

$$(a) \qquad \mathcal{M}_2 + \mathcal{N}_1 + 1 = 0,$$

$$(b) \qquad \mathcal{M}_2 R^2 - \mathcal{N}_2 + 1 = 0,$$

avec

$$\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = R.$$

Que si maintenant, par analogie avec les foyers anoptiques *réduits* dont (b) est le lieu, nous appelons foyers optiques réduits ceux qu'on obtient en remplaçant $-\frac{1}{F}$ par $\frac{1}{F^2}$ dans les calculs (I, n° 12), on reconnaîtra sans peine que le lieu géométrique de ces nouveaux points peut être représenté par l'équation suivante :

$$(c) \qquad \mathcal{M}_2 R^2 - \mathcal{N}_1 R + 1 = 0.$$

Rendue rationnelle, cette équation définit une surface du 8[e] ordre, généralement.

On évitera les solutions étrangères dont elle se trouve alors impliquée, en formant l'équation polaire de la quadrique (a) et y remplaçant ensuite ρ par ρ^2. On obtient ainsi une équation bi-carrée par rapport à cette variable.

Quoi qu'il en soit de ces particularités, nous connaissons les deux surfaces extrêmes de la double série de celles que nous nous proposons de calculer. Mais un nouvel élément doit intervenir ici.

Désignons, comme au n° 10 de notre 1[er] Mémoire, par (a_i, b_i, c_i) les cosinus directeurs de la semi-droite OK_i qui fait avec OK′ un angle égal à i et avec OK un angle égal à $\frac{\pi}{2} - i$ ou j. On trouve facilement qu'en fonction des cosinus directeurs (a_ε, b_ε, c_ε) de OK et (a'_ε, b'_ε, c'_ε) de OK′, on a

$$a_i = a_\varepsilon \sin i + a'_\varepsilon \cos i,$$

. . . .

ou bien

$$a_i d\varepsilon = d\lambda_i = d\lambda \sin i + (\mu d\nu - \nu d\mu) \cos i,$$

. . . .

Cela étant, si l'on exprime que l'élément de départ dS est dans la direction OK_i, les foyers réduits moyens qu'on pourrait, par analogie, nommer ***dioptiques,*** seront, par définition, fournis par la suite de rapports égaux :

$$\frac{d\lambda_i}{d\sigma} = \frac{d\mu_i}{d\sigma'} = \frac{d\nu_i}{d\sigma''} = \frac{1}{f_i};$$

d'où l'on tire :

$$(d) \qquad \begin{vmatrix} \frac{\partial\lambda_i}{\partial\sigma} - \frac{1}{f_i} & \frac{\partial\lambda_i}{\partial\sigma'} & \frac{\partial\lambda_i}{\partial\sigma''} \\ \frac{\partial\mu_i}{\partial\sigma} & \frac{\partial\mu_i}{\partial\sigma'} - \frac{1}{f_i} & \frac{\partial\mu_i}{\partial\sigma''} \\ \frac{\partial\nu_i}{\partial\sigma} & \frac{\partial\nu_i}{\partial\sigma'} & \frac{\partial\nu_i}{\partial\sigma''} - \frac{1}{f_i} \end{vmatrix} = 0.$$

Le terme indépendant de cette équation étant nul, on en déduit, abstraction faite d'une racine double nulle, une équation bi-carrée en $\frac{1}{f_i}$ ou $\frac{1}{\rho}$.

Il faut actuellement faire coïncider le trièdre mobile OXYZ avec le trièdre fixe $Oxyz$, utiliser les formules générales (I, 18) et exprimer enfin que les nouveaux foyers appartiennent à la direction OL, ce qui exige que l'on ait :

$$\frac{X}{\lambda} = \frac{Y}{\mu} = \frac{Z}{\nu} = \rho = f_i.$$

On obtient ainsi, pour le lieu des foyers moyens réduits ou pour la première des surfaces angulo-directives générales annoncées :

$$(e) \qquad \mathfrak{M}_2 R^2 - (\mathfrak{N}_1 R \sin i + \mathfrak{N}_2 \cos i) + 1 = 0.$$

Mise sous forme rationnelle, cette équation est celle d'une surface du 8ᵉ ordre, comme la surface (c); mais, comme elle aussi, on peut la ramener à n'être qu'une équation bi-carrée en ρ ou en $\frac{1}{\rho}$.

Nous n'entreprendrons pas assurément d'en faire la discussion,

même sous cette forme simplifiée; il suffira, pour notre objet, de mettre l'équation (e) en harmonie avec celle de Fresnel, en supposant, à nouveau, (I, n° 14) les conditions minima identiquement vérifiées, savoir :

$$(f) \qquad r' = q'' = p'' = r = q = p' = 0.$$

Les termes qui contiennent $\sin i$ disparaissent alors d'eux-mêmes et l'on a :

$$(g) \quad \begin{cases} (q'r''X^2 + r''pY^2 + pq'Z^2)(X^2 + Y^2 + Z^2) \\ \qquad - [(q' + r'')X^2 + (r'' + p)Y^2 + (p + q')Z^2]\cos i + 1 = 0. \end{cases}$$

Faisant

$$(h) \qquad p = \frac{1}{a^2}, \quad q' = \frac{1}{b^2}, \quad r'' = \frac{1}{c^2},$$

sous les conditions $a > b > c$ et rétablissant, avec avantage désormais, l'angle j, il vient enfin :

$$(g') \quad \begin{cases} (a^2X^2 + b^2Y^2 + c^2Z^2)(X^2 + Y^2 + Z^2) \\ \qquad - [a^2(b^2 + c^2)X^2 + b^2(c^2 + a^2)Y^2 + c^2(a^2 + b^2)Z^2]\sin j \\ \qquad + a^2b^2c^2 = 0. \end{cases}$$

C'est là précisément l'équation (1) à laquelle se rapporte la presque totalité de nos calculs.

12. Occupons-nous, en second lieu, de la surface moyenne corrélative de (e).

A cet effet, élevons sur OK_i et dans le plan KOK', la perpendiculaire OK_j, du même côté que OK. En désignant par (a_j, b_j, c_j) les cosinus directeurs de cette semi-droite OK_j, on aura

$$a_j = a_i \cos i - a'_i \sin i,$$

. . . .

ou bien

$$a_j d\varepsilon = - d\lambda_j = d\lambda \cos i - (\mu d\nu - \nu d\mu)\sin i,$$

. . . .

l'angle i étant toujours aigu.

Ceci posé, si l'on écrit la série de rapports égaux :

$$\frac{d\lambda_j}{d\sigma} = \frac{d\mu_j}{d\sigma'} = \frac{d\nu_j}{d\sigma''} = \frac{1}{f_i^2},$$

on en déduira, à l'aide d'un nouveau déterminant analogue au déterminant (d), le lieu des foyers dioptiques réduits complémentaires ou, autrement dit, la surface angulo-directive complémentaire :

$$(i) \qquad \mathcal{M}_2 R^2 + (\mathcal{N}_1 R \cos i - \mathcal{N}_2 \sin i) + 1 = 0.$$

C'est une équation de même forme que (e) et qui donne lieu aux mêmes remarques que cette dernière.

En la simplifiant, au moyen des relations (f) et (h) et y remplaçant ensuite i par $\frac{\pi}{2} - j$, elle se réduit finalement à

$$(j) \quad \left\{ \begin{array}{l} (a^2X^2 + b^2Y^2 + c^2Z^2)(X^2 + Y^2 + Z^2) \\ \qquad - [a^2(b^2 + c^2)X^2 + b^2(c^2 + a^2)Y^2 + c^2(a^2 + b^2)Z^2] \cos j \\ \qquad + a^2b^2c^2 = 0. \end{array} \right.$$

C'est la surface (2) corrélative de (1) aux propriétés de laquelle nous avons ramené celles qui la concernent.

13. Pour obtenir les cônes isochromatiques circonscrits aux surfaces générales (e) et (i), il suffit d'appliquer la méthode usitée en pareil cas.

Soit $F(X, Y, Z) = 0$, la première, par exemple, de ces surfaces. Rendue rationnelle, puis homogène, elle prendra la forme $F(X, Y, Z, T) = 0$. Pour avoir l'équation du cône circonscrit dont le sommet est à l'origine, il n'y a qu'à éliminer T entre l'équation précédente et l'équation dérivée $F'(T) = 0$.

On peut vérifier que cette méthode appliquée à l'équation (1) donne bien le cône isochromatique (8').

14. Les surfaces que nous avons considérées jusqu'ici ont évidemment trait, en physique, à la *réfraction*, soit de la lumière, soit de la chaleur, soit même, d'après les expériences récentes de M. Hertz, de l'électricité. On peut se demander, en dernier lieu,

